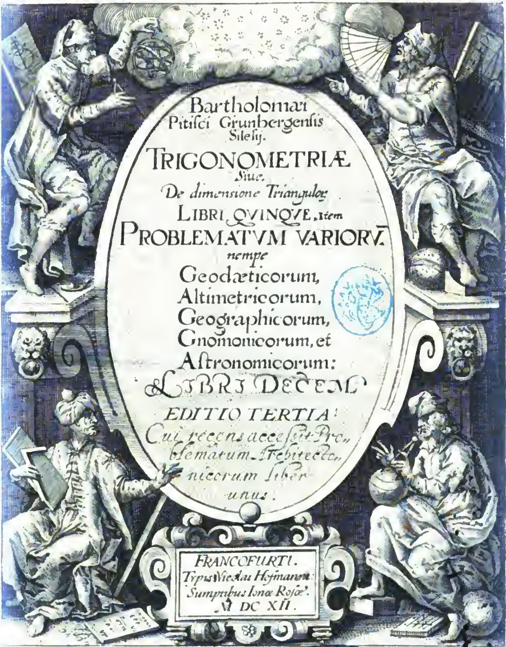
IHS

Pitisci Trigonometr.

I


Bartholomæi
Pitisci Grunbergensis
Silesij.
TRIGONOMETRIÆ
Siue
De dimensione Triangulorum
LIBRI QVINQVE. item
PROBLEMATVM VARIORV.
nempe
Geodæticorum,
Altimetricorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, et
Astronomicorum:
LIBRI DECEM.
EDITIO TERTIA:
Cui recens accessit Pro-
blematum Architecto-
nicorum liber
unus.
FRANCOFURTI.
Typis Nicolai Hofmanni:
Sumptibus Ionæ Rosæ.
M DC XII.

Auctor Lectori S.

In hac tertia Trigonometriæ meæ editione, præter vetera omnia nitidius impressa, hæc duo insunt plane nova:

I. Inventio subtensæ, tertiæ vel quintæ, vel cujuscunq; imparis partis alicujus arcus, ex data sola subtensa illius arcus; etiam per communem Arithmeticam, & sine omni adminiculo Algebræ. Quæ inventio hactenus credita fuit impossibilis.

II. Liber Problematum Architectonicorum, in quo præcipua Architecturæ militaris mysteria referantur.

Quæ duo, qualia sint, & quanti precii, malo te ex tuo sensu, quàm ex verbis meis æstimare. V.

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO,

DOMINO FRIDERICO IV.

COMITI PALATINO AD RHENUM, S. ROM. IMPERII ARCHIDApifero & Electori, Duci Bavariæ, &c. Domino suo Clementissimo.

ILLVSTRISSIME Princeps Elector, Domine Clementissime, Nisi nota esset Illustrissimæ Celsitudini Tuæ tota vita mea; prolixè me excusarem, quod ego homo Theologus, quasi oblitus vocationis meæ, & Mathesin excolam, & eius generis scripta in lucem edam. Nec enim dubito, quin multi sint hoc studium meum calumniaturi, nisi paratam mihi apud Illustrissimā Celsitudinem Tuam defensionem esse sciant. Et certè si ego tempus, quod

meditationi rerum divinarum debeo, in dinumerationem astrorum conferrem, culpa minimè vacarem. Nunc autem, quando non aliis horis hæc ago, quàm quibus horis alij ociantur: nec in alium finem, quàm ut Illustrißimæ Tuæ Celsitudini, de his rebus crebrò sciscitanti, promptè & dextrè respondere poßim: quis est qui vel lusus meos ingenuos aliorum desidiæ postponat, vel voluntatem Illustrißimæ Celsitudinis Tuæ cōmodis inserviendi reprehendat? Abrahamo Patriarchæ laudi datur à Josepho, quòd & ipse mathematicas artes calluerit, & alios in iisdem instituerit. Et in encomiis Danielis hoc non est postremum, quòd instructus fuerit omni sapientia Chaldæorum: quæ sapientia præcipuè in mathesi consistebat. Neq; minus Theologis, quàm aliis quibuscunq; hominibus opera Dei idcirco sunt proposita, ut iis contemplandis sapientiam Dei admirari, potentiam metuere, & bonitatem magnifacere discant. Omnes autem isti affectus sine dubio tantò sunt ferventiores, quanto intelligentia operū divinorum est in homine pio maior. Intuetur idiota quispiam Solem: miratur claritatem lucis: potestatem caloris: velocitatem cursus: certitudinem itine-

itineris: nescius interim, quæ sit forma & magnitudo Solis, & quam longinquum iter, quod quotidie permeat. Si eidem dicas, & ex Astronomia demonstres: Solē esse globum, globo terreno centies sexagies sexies maiorē; & circulum cursus ipsius quotidiani cōtinere plus quam quadragies centena millia milliarium Germanicorū: non amplius admirabitur, sed plane obstupescet ad tanta naturæ miracula; & exclamabit cum Davide: Iehova Deus noster, quā admirabile est nomen tuum in universa terra! Et, quid est homo, quod tu, tantarū rerum conditor & effector, es memor eius? Adde, quod semper ita iudicatum est, post arcanam operationem Spiritus Dei, nihil esse quod hominē mansuetiorem reddat, quā cœlestis illius Philosophiæ cultura. Mansuetudo autem bone Deus, quantum, & quam rarum est Theologorum ornamentum! Et quam optandum esset hoc seculo, omnes Theologos esse mathematicos, hoc est, homines tractabiles & mansuetos. Quanquam, ne quis meo exemplo abusus plus nimio his speculationibus tribuat; & interim officium suum negligat: aperte fateor, ut privata & modica harū rerum exercitatio nemini nocet: ita publicā & assi-

duam earum tractationē non posse non aliquid incommodi afferre ijs, qui & corporis & ingenij vires aliis laboribus exantlandis integras cōservare debēt. Quod cum hoc semestri deprehendissem: & ipse mihi proposui, nihil amplius in hoc genere scribere, & aliis mei ordinis hominibus, ut idem sibi proponant, autor sum. Verè enim Ludovicus Vives: Ingenium, inquit, vividius est, non nimis defatigatū. Et severè Christus: Mortui, inquit, sepeliant mortuos suos, tu autem vade & annuncia regnum Dei. Hoc igitur deinceps agamus. Quæ verò huc usq; scripsi, quia non tantum Tibi, Illustrißime Princeps Elector, sed & aliis multis usui esse possunt; cur invidiose premam? Id enim absq; iactantia me dicere posse confido, doctrinam Triangulorū in hunc usq; diem à nemine tam perspicuè explicatam, & usum eius in tot artibus, tam familiariter monstratū esse. Præsertim delectabit, sat scio, omnes rectè iudicantes, quod in problematib⁹ de motu Solis & Lunæ videbunt, motus cœlestes omnes (nam cæterorum eadem est ratio) absque omni tàm Alphonsinarum, quàm Prutenicarum tabularū ope, per solum Canonem Triangulorum; & per cōmunem Arithmeticam,

eadem

eadem facilitate, certitudine autem & iucũditate, quàm per tabulas, multo maiore, supputari posse. Qua ex re etiam Celsitudinem Tuam maximam suo tempore voluptatem capturam esse minimè dubito. Postquam enim Arithmeticam Celsitudo Tua totam perdidicit: & in Geometria etiam fundamẽta non cõtemnenda iecit: nihil impedire poterit, quo minus etiam istam scientiã superstruat, qua nomen plusquam regium sibi ad omnem posteritatem esset comparatura. Quò rariores enim sunt Principes, qui hæc intelligant: tanto maior laus est, si intelligãt. Et scit Illustrissima Tua Celsitudo, Illm. suũ avunculum, VVilhelmum, p.m. Hassiæ Landgravium, etsi aliis quoq; rebus gestis clarus esset, non aliunde tamen maius, quam ex Astronomiæ studio nomen sibi acquisivisse. De Alphonso verò Castellæ Rege vulgò notum est, eius memoriam iam pridem fuisse sepultam, nisi Tabulæ cœlestium motuum ipsius cura & sumtibus editæ in literatorum manibus versarentur. Hos igitur laudatissimos Reges & Principes imitari, laudem vere regiam esse, Illustrissima Celsitudo Tua putet. Quam ad rem si quid ego cõferre potero: non patiar, vel fidem, qua illustrissimæ

Tuæ

Tuæ Celsitudini sum obstrictus, vel industriã, unquam in me desiderari. Etsi n. publice hæc tractare deinceps, ut supra dixi, nolo: Illustrissimæ tamẽ Celsitudini Tuæ, siquid etiã porro de rebus istis ex me scire cupiat, deesse neque debeo neq; volo. Præsertim postquam tot annos tot beneficiis una cum tota familia mea ab Illustrissima Celsitudine Tua sum affectus. Pro quibus beneficiis, quia eorum magnitudini officiola mea neutiquam respondent; Deum oro, ut divitiis gratiæ suæ ea compensare, & Illustrissimam Celsitudinẽ Tuam, una cum laudatissima ipsius coniuge, & prole numerosa, omni benedictione, tam corporali, quam spirituali, perpetuo prosequi dignetur. Cuius mei animi & voti hæc nuncupatio testis esto. Perscriptum Hagenbachii, in comitatu aulæ Illustrissimæ Celsitudinis Tuæ, Anno N.C. 1599. die 12. Septembr.

Illustrissimæ C. T.

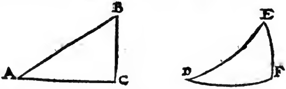
humilimus &
addictissimus servus

B. Pitiscus.

BARTHOLO-
mæi Pitisci Grunbergensis
TRIGONOMETRIÆ
Liber Primus.
De generibus & affectionibus Triangulorum.

I. Trigonometria est doctrina de dimensione Triangulorum.

II. Triangulum est figura tribus lateribus tres angulos comprehendens: *Vt sunt figura ABC & DEF.*

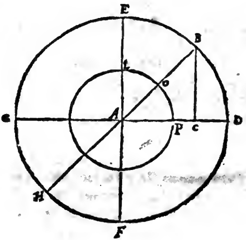


III. Latera duo quælibet sunt crura anguli à se comprehensi: tertium, basis. *vt latera AB & AC sunt crura anguli BAC: latus BC est eiusdem anguli basis.*

IV. Latus vnumquodq; dicitur subtendere angulum sibi oppositum. *Vt latus AB subtendit angulum ACB. Latus AC subtendit angulum ABC. Latus BC subtendit angulum BAC.*

V. Latera maiora maiores angulos subtendunt. *Subintellige:* Et minora minores, & æqualia æquales. *Veritas theorematis per se manifesta est. Demonstratur tamen apud Euclidem ad 18. & 19. p. 1. & apud Regiomontanum ad 42. & 43. prop. 3. Luculenter etiam confirmabitur infra per secundũ axioma libri tertii, & per tertium quarti.*

VI. Anguli menſura eſt circuli ex angulari puncto deſcripti arcus, inter crura ſatis prolongata interceptus: *Vt, in Triangulo ABC, anguli BAC menſura eſt arcus OP vel BD.*



VII. Circulus in trigonometria omnis diuiditur in partes ſiue gradus 360. & gradus ſinguli rurſum in 60. ſcrupula, ſiue minuta prima, & vnum primum in totidem ſecunda, &c. Quæ partes tanto ſunt maiores, quanto circulus eſt maior. Arcus autem, qui eodem partium numero conſtant, in circulis æqualibus æquales, in circulis inæqualibus ſimiles dicũtur: *Vt, arcus BD & GH ſunt æquales: arcus verò BD & OP ſunt ſimiles. Sicut enim BD, verbigratia, eſt 40 partium in circulo magno EBD: ita OP eſt 40. partium in circulo paruo LOP. &c.*

VIII. Igitur circuli dicti quadrans eſt arcus 90. partium.

IX. Arcus quadrante minoris complementum eſt, quod ipſi ad 90. partes deeſt. *Vt, arcus BD. 40. partium, complementum eſt arcus BE. 50. partium: & viciſſim.*

X. Ar-

X. Arcus quadrante maioris exceſſus ſupra quadrantem eſt, quod ipſi ſupra 90. partes adeſt. *Vt, arcus GEB. 140. partium, exceſſus ſupra quadrantem eſt arcus EB. 50. partium.*

XI. Semicirculus eſt arcus 180. partium.

XII. Arcus ſemicirculo minoris complementum eſt, quod ipſi ad 180. partes deeſt. *Vt, arcus GEB. 140. partium, complementum eſt, arcus BD. 40. partium.*

XIII. Anguli per crucem oppoſiti ſunt æquales. *Vt, anguli BAD & GAH ſunt æquales. Similiter etiam anguli GAB & HAD. ſunt æquales. Idem fit in Sphæricis. Veritas theorematis per ſe patet. Demonſtratur tamen apud Euclidem de lineis rectis ſeſe mutuo ſecantibus ad 15. p. 1.*

XIV. Angulus eſt rectus vel obliquus.

XV. Angulus rectus eſt, cuius menſura eſt quadrans. *Vt, EAD.*

XVI. Angulus obliquus eſt obtuſus vel acutus.

XVII. Angulus obtuſus eſt, cuius menſura eſt arcus quadrante maior. *Vt BAG.*

XVIII. Angulus acutus eſt, cuius menſura eſt arcus quadrante minor. *Vt BAD.*

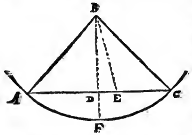
XIX. Angulorum complementa dicuntur, vt arcuum.

XX. Anguli quilibet ſuper eadem linea vtrinq; protenſa concurrentes ſimul ſumti ſunt æquales duobus rectis. *Vt, anguli BAD, EAB. & EAG. concurrentes ad punctum A, ſuper linea GD, ſunt æquales duobus rectis GAE. & EAD. per ſtructuram.*

XXI. Itaque ſi obliqui duo ſuper eadem linea vtrinque protenſa concurrant, alter eſt alterius ad duos rectos complementum. *Vt, anguli GAB. complementum ad duos rectos eſt angulus BAD, & is huius viciſſim.*

XXII. Triangulum primò eſt laterum quorundam æqualium vel omnium inæqualium.

XXIII. Si Triangulum sit laterum quorundam æqualium, perpendicularis à concursu laterum æqualium, bisecat basin & angulum basi oppositum: *Et contra. Vt, In Triangulo laterum æqualium A B & B C. perpendicularis BD bisecat basin AC: & angulum basi oppositum ABC. Bisecat basin AC: quia si non bisecaret, sed caderet extra medium punctum D. verbi gratia, in E, non esset perpendicularis: quippe non breuissima inter punctum B & rectam AC. Bisecat etiam angulum basi oppositum ABC & eius mensuram AFC. quia anguli sunt vt latera, per 5. huius.*



XXIV. Triangulum laterum quorundam æqualium est æquicrurum vel æquilaterum.

XXV. Triangulum æquicrurum est, quod duo tantùm habet latera æqualia.

XXVI. Triangulum æquicrurum est ad basin æquiangulum, & contra: *per 5. huius.*

XXVII. Triangulum æquilaterum (*per excellentiam ita dictum*) est, quod omnia latera habet inuicem æqualia.

XXVIII. Triangulum æquilaterum est æquiangulum, & contra: *per 5. huius.*

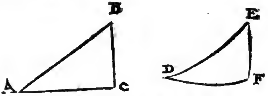
XXIX. Triangulum deinde est rectangulum vel obliquangulum.

XXX. Triangulum rectangulum est, quod vel vnum habet rectum.

XXXI. In Triangulis, rectangulis, vnum tantum rectum habentibus, subtendens rectum speciatim hypotenusa dicitur: includentia verò rectum, perpendiculum & basis: pro libitu, *Vt, in triangulis ABC, & DEF, latera AB & DE sunt hypotenusæ:*

BC &

BC & EF perpendicula: AC & DF bases: vel contra, AC & DF perpendicula: BC & EF bases.



XXXII. Triangulum obliquangulum est, quod omnes angulos habet obliquos.

XXXIII. Triangulum obliquangulum, est vel obtusangulum vel acutangulum.

XXXIV. Triangulum obtusangulum est, quod vel vnum habet obtusum.

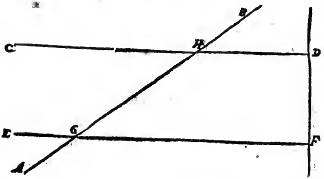
XXXV. Triangulum acutangulum est, quod omnes angulos habet acutos.

XXXVI. Triangulum deniq; est planum, vel sphæricum: planum, in plano: sphæricum, in globo.

XXXVII. Trianguli plani sub Trigonometriam cadentis latera sunt tantum lineæ rectæ.

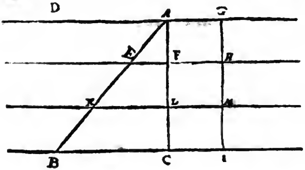
De lineis rectis ad Trigonometriam rectè intelligendam prænosse oportet ea, quæ sequuntur theoremata.

XXXVIII. Si linea recta in rectas parallelas incidat, angulos similes similiterq; aut alternatim sitos facit æquales: *& contra.*



Vt, si recta AB incidat in parallelas CD & EF: angulos similes similiterque sitos BHD & BGF, item alternatim sitos CHG & HGF, &c. facit æquales. Et contra: Si recta AB in rectas CD & EF incidens, prædictos angulos similes similiterque aut alternatim sitos, hoc est, acutos acutis, & obtusos obtusis facit æquales, rectæ CD & EF sunt parallelæ. Est 29. primi Euclidis. Lucem habet naturalem. Nam, si AB recta est, rectæ CD & EF æqualiter inter se distare non possunt, nisi ad rectam AB æqualibus angulis inclinentur. Hinc, si plures rectæ in eandem rectam sint perpendiculares, sunt inuicem parallelæ. *Vt rectæ CD & EF sunt inuicem parallelæ, quia sunt in eandem rectam DF perpendiculares.*

XXXIX. Si plures rectæ pluribus rectis parallelis intersecentur, intersegmenta sunt proportionalia. *Verbi gratia, si duæ rectæ AB & AC intersecentur parallelis DG, EH & BI. dico intersegmenta AE & AF similiterque EB & FC esse inter sese proportionalia, hoc est, Si AE sit tertia pars rectæ AB: etiam AF fore tertiam partem rectæ AC, &c. Ratio est: quia recta EH de toto*

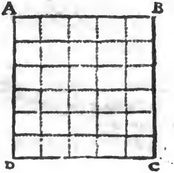


spatio DGIB abscindit partem tertiam. Ergo etiam de singulis lineis per totum istud spatium ductis.

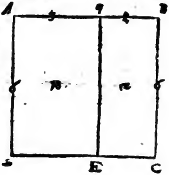
Hinc parallelæ parallelis terminatæ sunt æquales, & contra: *vt parallelæ AF & GH terminatæ parallelis AG & FH sunt æquales.*

aquales. Cum enim tota AC & GI sint aquales: etiam partes tertias AF & GH aquales esse necesse est.

XL. Si duæ rectæ in se mutuo ducantur, efficitur inde quadrangulum rectangulum: *Vt, si dua recta AB & AD in se mutuo ducantur, efficitur inde quadrangulum ABCD. Quod si ergo AB sit quinque pedum, AD sex: totum quadrangulum ABCD erit triginta pedum quadratorum, vt apparet ex lineis in diagrammate punctatis.*

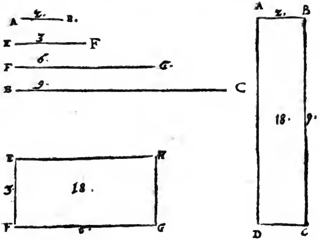


XLI. Rectangula è tota vna & segmentis alterius, simul sumta, sunt æqualia rectangulo ex vtraque tota. *Vt rectangula ex tota AD 6. & segmentis AG 3. & GB 2. nempe rectangula AGFD 18. & FGBC 12. simul sumta sunt aqualia rectangulo ABCD 30. facto ex vtraque tota AD 6. & AB 5.*



XLII. Si quatuor rectæ sint proportionales *(hoc est, si se habeant, vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam)* rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum. *Vt, si sint quatuor proportionales AB duorum: EF trium: FG sex: BC novem pedum: Rectangulum mediarum EF & FG, nempe rectangulum EFGH, aquatur rectangulo extremarum AB & BC, nempe rectangulo ABCD. Nam vt bis novem sunt octodecim: ita ter sex sunt octodecim.*

I.Si



Hinc

I. Si quatuor rectæ ſint proportionales, datis tribus, datur quarta. Rectangulum enim mediarum diuiſum per extremarum alteram, relinquit alteram: *Vt, ſi dicatur.*

Vt 2. *ad* 3. *ita* 6. *ad* 9.

Rectangulum factum ex 3. *&* 6. *nempe* 18. *diuiſum per extremam primam,* 2. *relinquit extremam vltimam,* 9. *&c. Atq; hæc eſt ratio, cur in regula proportionum, quam barbarè vocant Regulam Detri, duo poſteriores termini inter ſeſe multiplicentur, & productum diuidatur per primum: quia videlicet productum multiplicationis ſecundi & tertii termini, eſt etiam productum multiplicationis primi & quarti: diuiſum itaq; per primum, relinquit quartum. Nam diuiſio & multiplicatio mutuò ſeſe produnt. Nihil autem intereſt ad praxin, vtrum terminorum mediorum ſecundo vel tertio loco ponas. Siue enim dicas.*

Vt 2. *ad* 3. *ita* 6. *ad------&c. Siue*
Vt 2. *ad* 6. *ita* 3. *ad------&c.*

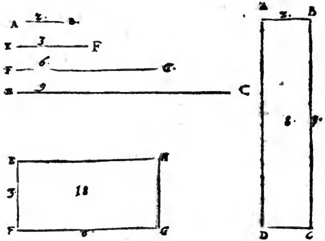
Etſi

Etsi alia in priore, alia in posteriore collocatione termini primi ad secundum, & tertii ad quartum est proportio: quæsitum tamen ex utraq; collocatione reperies prorsus idem: quia perinde est, sive tria per sex, sive sex per tria multiplices: &c.

Hinc etiam

II. Rectangula æqualia latera habent reciprocè proportionalia: *(hoc est, In rectangulis æqualibus habent sese, ut latus minus rectanguli primi ad latus minus secundi, ita latus maius rectanguli secundi ad latus maius primi)* & contra. *Verbi gratia, in rectangulis æqualibus ABCD & EFGH habent sese:*

Vt	AB	*ad*	EF	*ita*	FG	*ad*	BC, *&c.*
	2		3		6		9



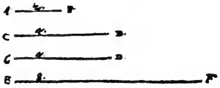
Causa est manifesta ex antecedentibus.

XLIII. Si tres rectæ sint proportionales: *(hoc est, si se habeant, ut prima ad secundam, ita secunda ad tertiam)* quadratum mediæ, æquatur oblongo extremarum:

Quia enim media bis ponitur, hoc modo:

B *Vt*

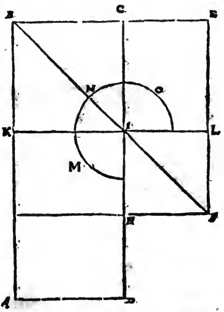
Vt
ad
ita
ad



Perinde est, ac si essent quatuor proportionales. Ideo quicquid de quatuor proportionalibus dictum fuit, de tribus quoq; proportionalibus est intelligendum.

XLIV. Si recta bisecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis est æquale quadrato rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ: minus quadrato bisegmenti, *6.p 2. Euclid.*

Esto recta AK bisecta in G & continuata in B: continuationi KB statuatur æqualis BC, atq; inde fiat oblongum ABCD. Ad rectam porrò GB compositam ex bisegmento GK & continuatione KB describatur quadratum GBEF: & ex eo quadrato per rectas KL & GH abscindatur quadratum bisegmenti ILFH, ut relinquatur gnomon MNO. Dico oblongum ABCD esse æquale quadrato GBEF minus quadrato ILFH sive, quod idem est, dico oblongum ABCD esse æquale gnomoni MNO. Spacia enim

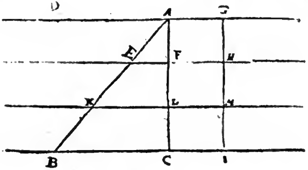


M & N sunt communia. Spacium verò gnomonis O, sive rectangulum

lum ICEL, est æquale rectangulo GHDA. Vtrumq; enim factum est ex continuatione & bisegmento. Ergo si recta bisecta continuetur, &c. quod demonstrandum erat.

Atq; hæc de lineis rectis, tanquam de lateribus triangulorum planorum, huc inserenda duximus. Nunc ad ipsa triangula plana revertemur.

XLV. In triangulo plano parallela basi crura secat proportionaliter.

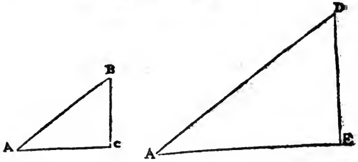


Vt, in triangulo plano ABC. si KL. parallela basi BC. abscindat de crure AC. partem tertiam: etiam de crure AB partem tertiam abscindet, per 39. hujus: adeoq; erunt:

Vt	*AB*	*ad*	*AC,*	*ita*	*AK*	*ad*	*AL.* *Item:*
Vt	*AK*	*ad*	*BK,*	*ita*	*AL*	*ad*	*CL.* *Item:*
Vt	*AK*	*ad*	*AL,*	*ita*	*KB*	*ad*	*LC.*

XLVI. Si plura triangula plana comparentur: TRIANGVLA ÆQVIANGVLA HABENT LATERA CIRCA ÆQVALES ANGVLOS PROPORTIONALIA: & contra, 4. *p. 6. Euclid.*

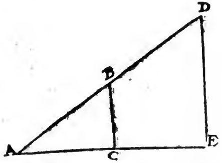
Hoc theorema præcipuum est totius Trigonometriæ fundamentum. Igitur præ cæteris cunctis diligenter & explicetur & attendatur.



DECLARATIO. Sint ergo duo triangula plana, ABC & ADE æquiangula sic ut anguli ad B & D. Item ad A & A. Item ad C & E sibi mutuo sint æquales: Dico latera eorum esse circa æquales angulos proportionalia, hoc est, esse:

I. *Vt AB ad BC, ita AD ad DE.*
II. *Vt AB ad AC, ita AD ad AE.*
III. *Vt AC ad CB, ita AE ad ED.*

DEMONSTRATIO. Quia enim anguli BAC & DAE sunt æquales, ex thesi: ideo si AB ad AD applicetur, AC necessariò cadet in AE, & ex illa applicatione tale Schema existet. In quo schemate, quia latera AB & AC coincidunt, & præterea anguli ad B & D: itemq; ad C & E sunt æquales, ex thesi: Ideo latera reliqua BC & DE necessariò erunt parallela, per 38. huius. Atqui in Triangulo plano recta parallela basi crura secat pro-

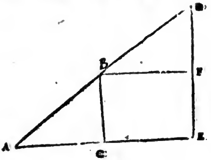


portionaliter, per proximè præcedentem. Ergo in Triangulo ADE recta BC, cum sit parallela basi DE: crura AD & AE secat proportionaliter: adeoq;

Vt,

Vt, ⌣AB ad ⌣AD ita ⌣AC ad ⌣AE.

Porrò, per punctum B ducatur recta BF parallela basi ⌣AE. Hæc reliquum crus DE cum crure DA secabit proportionaliter in punctis B & F per eandem proximè præcedẽtem: eritq; iam etiam:



Vt AB ad AD, ita FE ad DE.

Siue, quod idem est:

Vt AB ad AD, ita BC ad DE.

Nam FE & BC æquantur per consectarium 39. hujus. Præterea cum sint:

Vt AB ad AD, ita AC ad AE,

& ita BC, ad DE. Erunt etiam:

Vt AC ad AE, ita BC ad DE.

Nam quæ uni tertio conveniunt, etiam inter sese conveniunt. Igitur iam in universum erunt:

I. Vt ⌣AB ad AD, ita BC ad DE.

II. Vt ⌣AB ad AD, ita AC ad AE.

III. Vt ⌣AC ad AE, ita BC ad DE.

Deniq; quia ad effectum nihil interest, utrum terminorum proportionalium intermediorum secundo, vel tertio loco colloces: Erunt etiam permutatim:

I. Vt ⌣AB ad BC, ita AD ad DE.

II. Vt ⌣AB ad AC ita AD ad AE.

III. Vt ⌣AC ad BC, ita AE ad DE.

Atq; adeo Triangula plana æquiangula, qualia hîc sunt ABC & ⌣ADE latera habent circa æquales angulos proportionalia: quod demonstrandum erat.

ILLVSTRATIO per numeros: *Sit igitur* ◡*AB quinq; pedum: AD, decem: DE, ſex. Quaeritur BC quot pedum?* ℞. *Trium. Nam*

AD		DE		AB.
Vt 10	*ad*	6	*ita*	5.

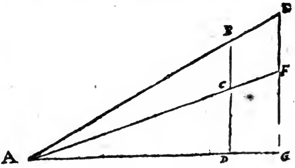
30 / 10 (*ad* 3. *BC.*

Sit AC quatuor pedum; BC, trium: DE, ſex. Quaeritur ◡*AE, quot pedum?* ℞. *Octo. Nam,*

BC		CA		DE
Vt 3	*ad*	4	*ita*	6.

24 / 3 (*ad* 8. ◡*AE.*

XLVII. Si plura Triangula plana componantur, & rectis parallelis interſecentur: interſegmenta ſunt proportionalia: *hoc eſt, ſi (verbi gratia) Triangula duo EAF & FAG componantur, & rectis parallelis BCD & EFG interſecentur: interſegmenta ſunt:*



Vt,

Ut BC ad EF, ita CD ad FG:

Vel:

Ut BC ad CD, ita EF ad FG: &c.

Per 39. hujus: vel per proximè praecedentem. Nam Triangula ABC & AEF sunt aequiangula per 38. hujus, propter BC & EF parallelas. Igitur,

Ut AC ad AF, ita BC ad EF:

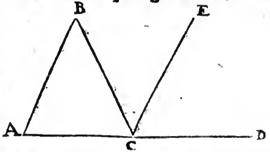
Per proximè praecedentem. Atqui per eandem:

Ut AC ad AF, ita CD ad FG.

Quae verò conveniunt uni tertio, etiam inter se conveniunt. Ergo sunt etiam

Ut BC ad EF, ita CD ad FG, &c.

XLVIII. Si Trianguli plani quodcunq; latus continuetur, angulus exterior per continuationem illam factus, est aequalis angulis duobus interioribus oppositis: *Ut, si Trianguli plani ABC latus AC continuetur in D: angulus BCD exterior, erit aequalis duobus interioribus oppositis BAC & ABC. Si enim ex puncto C suscitetur recta CE parallela rectae AB: angulus exterior BCD erit compositus ex angulis ECD & ECB. Atqui anguli ECD, & ECB sunt aequales duobus interioribus oppositis BAC & ABC (nempe angulus ECD angulo BAC, & angulus BCE angulo ABC) per 38. hujus: propter parallelas AB & CE. Ergo etiam angulus*



BCD est aequalis duobus interioribus oppositis BAC & ABC: quod demonstrandum erat.

XLIX. In Triangulo plano tres anguli sunt duobus rectis aequales: *Ut in Triangulo plano ABC, Schematis antecedentis: dico*

dico tres angulos ABC, BAC & ACB esse æquales duobus rectis. Anguli enim quilibet super eadem recta ad idem punctum concurrentes, sunt æquales duobus rectis per 20. hujus. Atqui anguli tres ABC BCA & BAC æquipollent angulis tribus super eadem recta AD ad idem punctum C concurrentibus. Angulus enim BCA est communis: anguli verò ECD & ECB angulis BAC & ABC sunt æquales, per proximè præcedentem. Ergo anguli tres ABC, BCA & BAC sunt æquales duobus rectis. Quod demonstrandum erat. Hinc:

1. In Triangulo plano non potest esse nisi unus rectus vel obtusus.

2. Et uno existente recto vel obtuso, cæteri duo necessariò sunt acuti.

3. Et, duorum quorumcunque tertius est ad duos rectos complementum.

4. Hinc deniq; : Si duo Triangula binis angulis sint æquiangula, prorsus sunt æquiangula.

L. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum æquè possunt hypotenusæ, *penult. primi Euclid.*

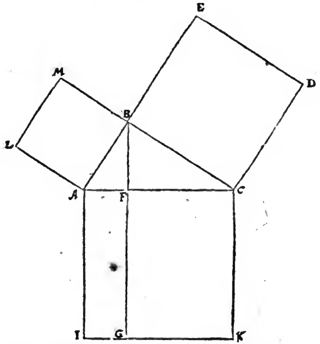
DECLARATIO. In Triangulo plano ABC rectangulo ad B. dico latera AB & BC includentia rectum ABC. æquè posse hypotenusæ AC. hoc est, quadrata laterum AB & BC. nempe quadrata ALMB & BEDC simul sumta, esse æqualia quadrato hypotenusæ, AC. nempe quadrato ACKI.

DEMONSTRATIO. Si enim ex recto B descendat perpendicularis BFG ex quadrato ACKI fiunt oblonga duo AFGI & FCKG. quæ sunt æqualia, hoc quidem quadrato BEDC: illud autem quadrato ALMB. Ergo & quadratum ACKI. ex duobus illis oblongis compositum, est æquale duobus quadratis, ALMB & BECD. Quod autem duo oblonga AFGI & FCKG. duobus quadratis ALMB & BEDC sint æqualia, id de singulis in specie: ac primum quidem de oblongo AFGI sic probatur.

Si tres rectæ sint proportionales, quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum, per 43. hujus.

Atqui

Atqui tres rectæ, AI, AB & AF, sunt proportionales, hoc est, habent sese, ut AI ad AB, ita AB ad AF.



Ergo quadratum ex AB, æquatur oblongo ex AI & AF.

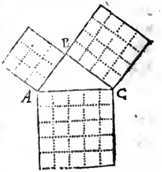
Minor probatur. Triangula enim ABC & BAF sunt æquiangula, propter communem ad A & rectos ad B & F. per 4. c. 49. hujus. Ergo per 46. hujus, ut AC, (cui æqualis est AI.) ad AB. ita AB ad AF.

Simili prorsus modo probatur, oblongum FCKG esse æquale quadrato BEDC. Triangula enim ABC & BCF sunt æquiangula, propter cōmunem ad C & rectos ad B & F. per 4. c. 49 hujus. Ergo per 46. hujus, Ut AC ad BC: ita BC ad FC. adeoq; per 43. hujus, quadratum ex BC est æquale oblongo ex AC sive KC & FC.

C *In*

In triangulo igitur plano rectangulo latera includentia rectum æquè possunt hypotenusæ. Quod demonstrandum erat.

Scholion.



Crassiore minerva hæc propositio sic demonstrari potest. Sit triangulum ABC. rectangulum ad B, & sint latera AB.3.BC.4.AC.5.pedum. Quadrentur singula latera; & quadrata singula lineis punctatis in pedes quadratos distinguãtur. Videbis quadratum hypotenusæ AC. habere tot pedes quadratos, quot pedes quadratos habent quadrata laterum AB & BC. simul sumta.

Consectarium.

Igitur in Triangulo plano rectangulo, datis duobus quibuscunq; lateribus, datur tertium. *Vt si dentur duo latera includentia rectam AB & BC partium 3. & 4. iunctis eorum quadratis 9. & 16. in unam summam 25. & radice inde extracta, reperitur hypotenusa AC partium 5.*

Contra, si detur hypotenusa partium quinq; & alterum includentium rectum, partium trium: subtracto quadrato trium partium de quadrato quinq; partium, hoc est, subtracto quadrato 9. de quadrato 25. & ex residuo 16. extracta radice quadrata, repericiur alterum includentiũ rectum, partium 4.

Scholia de extractione radicis quadratæ.

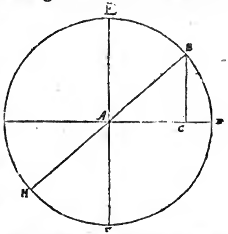
I. Si post extractam radicem quadratam ex aliquo numero fractiones aliquæ superfuerint, radicem duplicatam & insuper unitate auctam, fractionibus illis subnotabis: hoc modo.

$\frac{3}{12}$ $3\frac{3}{7}$

II. Radix quæ huiusmodi fractiones adiunctas habet, nunquam est exactè vera. Nam radix exactè vera in se ipsam ducta, numerum, unde extracta est, ad assem reddere debet. Atqui si radicem $3\frac{3}{7}$ in seipsam ducas, hoc est si $3\frac{3}{7}$ per $3\frac{3}{7}$ multiplices, non procreabis inde numerum 12. unde radix $3\frac{3}{7}$ est extracta, sed tantum $11\frac{37}{49}$. Qua de re vide Ramum in elementis Geometriæ, elemento octauo libri XII. Et Lazarũ Schönerum in scholiis & tractatibus ad Arithmeticam Rami adiunctis. LI.

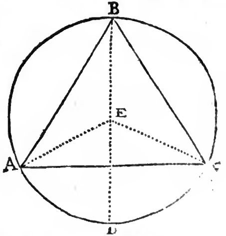
LI. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum ad hypotenusam plerunq; sunt irrationalia hoc est, numero exacto datæ mensuræ cujuscunq; inexplicabilia. *Causa patet ex Scholio secundo proximè præcedentis.*

LII. In Triangulo plano rectangulo, acutorum alter est alterius complementum. *Per 49. hujus. Facilimè etiam probatur hoc modo. In Triangulo plano ABC, rectangulo ad C, angulus ABC acutorum alter, est æqualis angulo BAE per 8. huius: propter parallelas EA & BC. Atqui angulus EAB est complementum anguli BAC per structuram. Ergo etiam angulus ABC est complementum anguli BAC.*



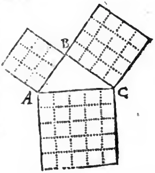
LIII. Si Triangulum planum circulo sit inscriptum, anguli ad circumferentias oppositas sunt subdupli: *Vt, si in circulo ABC circumferētia BC sit 120. graduum. Angulus BAC circumferentiæ BC oppositus erit 60. graduū Ratio est.*

Quia circumferentia tota ABC est 360. graduum, per 7. hujus. Anguli vero tres trianguli ABC circulo inscripti sunt 180 graduū, per 49. hujus. Ergo vt circumferentia quæq; est tertia pars de 360: Ita angulus quilibet circumferentiæ illi oppositus est tertia pars de 180.



In triangulo igitur plano rectangulo latera includentia rectum aequè possunt hypotenusæ. Quod demonstrandum erat.

Scholion.



Crassiore minerva hæc propositio sic demonstrari potest. Sit triangulum ABC. rectangulum ad B, & sint latera AB.3.BC.4.AC.5 pedum. Quadrentur singula latera; & quadrata singula lineis punctatis in pedes quadratos distinguãtur. Videbis quadratum hypotenusæ AC. habere tot pedes quadratos, quot pedes quadratos habent quadrata laterum AB & BC. simul sumta.

Consectarium.

Igitur in Triangulo plano rectangulo, datis duobus quibuscunq; lateribus, datur tertium. *Ut si dentur duo latera includentia rectam AB & BC partium 3. & 4. iunctis eorum quadratis 9. & 16. in unam summam 25. & radice inde extracta, reperitur hypotenusa AC partium 5.*

Contra, si detur hypotenusa partium quinq; & alterum includentium rectum, partium trium: subtracto quadrato trium partium de quadrato quinq; partium, hoc est, subtracto quadrato 9. de quadrato 25. & ex residuo 16. extracta radice quadrata, reperietur alterum includentiũ rectum, partium 4.

Scholia de extractione radicis quadratæ.

I. Si post extractam radicem quadratam ex aliquo numero fractiones aliquæ superfuerint, radicem duplicatam & insuper unitate auctam, fractionibus illis subnotabis: hoc modo.

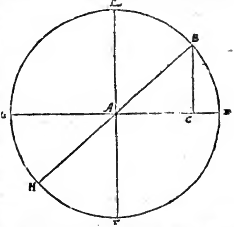
$$\begin{matrix} 3 & \\ 12 & 3\frac{3}{7} \end{matrix}$$

II. Radix quæ huiusmodi fractiones adiunctas habet, nunquam est exactè vera. Nam radix exactè vera in se ipsam ducta, numerum, unde extracta est, ad assem reddere debet. Atqui si radicem $3\frac{3}{7}$ in seipsam ducas, hoc est si $3\frac{3}{7}$ per $3\frac{3}{7}$ multiplices, non procreabis inde numerum 12. unde radix $3\frac{3}{7}$ est extracta, sed tantum $11\frac{37}{49}$. Qua de re vide Ramum in elementis Geometricis, elemento octauo libri XII. Et Lazarũ Schonerum in scholiis & tractatibus ad Arithmeticam Rami adiunctis.

EI.

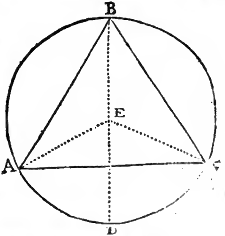
LI. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia re- um ad hypotenusam plerunq; sunt irrationalia hoc est, nu- ero exacto datæ mensuræ cujuscunq; inexplicabilia. *Causa tet ex Scholio secundo proximè præcedentis.*

LII. In Triangulo plano rectangulo, acutorum alter est al- :rius complementum. *Per). hujus, Facilimè etiam pro- ıtur hoc modo. In Triangulo 'ano ABC, rectangulo ad C, ıgulus ABC acutorum alter, t æqualis angulo BAE per 8. uius: propter parallelas EA & C. Atqui angulus EAB est cō- lementum anguli BAC per ructuram. Ergo etiam angu- u ABC est complementum nguli BAC.*

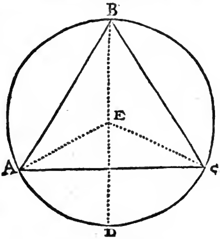


LIII. Si Triangulum planum circulo sit inscriptum, angu- i ad circumferentias op- oositas sunt subdupli: *Vt, si n circulo ABC circumferētia 3C sit 120. graduum. Angulus 3AC circumferentiæ BC oppo- ıtus erit 60. graduū Ratio est.*

Quia circumferentia tota ABC est 360. graduum, per 7. ıujus. Anguli vero tres trian- ıuli ABC circulo inscripti sunt :.o graduū, per 49. hujus. Er- go vt circumferentia quæq; est tertia pars de 360: Ita angulus quilibet circumferentiæ illi oppositus est tertia pars de 180.



Evidentius ita demonſtratur, v.g. de angulo ABC. Ex angulo dicto ∠ABC ducatur per totum circuli planum diameter BED. Ex centro verò E ad circumferentiã ABCD ducantur duo radii EA & EC. Dico angulos partiales ∠ABD & DBC eſſe ſubduplos ad angulos partiales AED & DEC. Nam anguli ∠ABE & BAE æquantur per 5. hujus. Angulus verò ∠AED æqualis eſt angulis ABE & BAE ſimul ſumtis, per 48. hujus. Ergo angulus AED ad angulum ABD eſt duplus. Similiter, Anguli EBC & ECB ſunt æquales per 5. hujus. Et his utriſq; ſimul eſt æqualis angulus DEC per 48. hujus. Ergo etiam angulus DEC ad angulum DBC eſt duplus. Quia igitur partes anguli ∠AEC ad partes anguli ABC ſunt duplæ: ideo etiam totus AEC ad totum ABC eſt duplus: ac proinde angulus ABC ad angulum AEC, & per conſequens etiam ad arcum ∠ADC tanquam ad menſuram anguli ∠AEC eſt ſubduplus. Idem judicium eſt de cæteris. Si ergo Triangulum planum circulo ſit inſcriptum, anguli ad circumferentias oppoſitas ſunt ſubdupli: quod demonſtrandum erat.



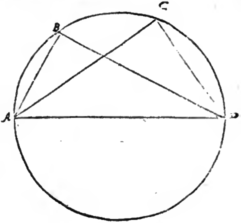
Hinc

I. Si latus Trianguli plani circulo inſcripti ſit diameter, angulus illi oppoſitus eſt rectus: *hoc eſt, 90. graduum: quippe oppoſitus ſemicirculo, qui eſt 180. graduum.*

II. Si plura Triangula plana eidem circuli ſegmento ad eandem baſin inſcribantur, ſunt in faſtigiis æquiangula. *Ut*

Trian-

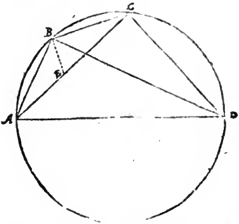
Triangula duo ABD & ACD inſcripta eidem circuli ſegmento ABCD ad eandem baſin ◡AD, ſunt in faſtigiis B & C æquiangula. Vtrique enim angulo, nempe, tàm angulo ACD, quàm angulo ABD, opponitur eadem circumferentia AD.



LIV. Si duo Triangula plana eidem circuli ſegmento ad eandem baſin inſcripta, ſupernè connectantur: ſic vt inde exiſtat figura quadrilatera, diagoniis interſecta: Rectangulum diagoniorum eſt æquale rectangulis oppoſitorum laterum ſimul ſumtis. *Ptolomæus, Copernicus.*

DECLARATIO. Sint duo triangula ABD & ACD eidem circuli ſegmento ◡ABCD ſuper eandem baſin AD inſcripta, & ſupernè per rectam BC connexa: ut exiſtat inde figura quadrilatera ABCD. Dico rectangulum diagoniorum AC & BD æquale eſſe rectangulis oppoſitorum laterum AB & CD. Item BC & ◡AD ſimul ſumtis.

DEMONSTRATIO. Si enim ad punctum B conſtituas angulum ◡ABE æqualem angulo DBC: & ita diagonium AC per rectam BE ſeces in duas partes ad punctum E: manifeſtum fiet, rectangula BD & EC. Item BD & AE eſſe æqualia rectangulis BC & AD. Item CD & AB. Nam, ſi quatuor recta ſint proportionales, rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum, per 42. hujus.



Atqui quatuor rectæ BD, DA, BC & CE sunt proportionales. Nam, quia Triangula ABD & BCE, sunt æquiangula propter æquales BCA & BDA per c.2 præcedentis. Item propter æquales ABD & EBC (qui sunt æquales propter eundem EBD additum ad æquales ABE & DBC) & deniq; propter æquales BEC & BAD per c. 4. 49. hujus. Ideo latera eorum sunt, Vt, BD ad DA, ita BC ad CE. Similiter quatuor rectæ BD, DC, BA, & AE sunt proportionales.

Nam, quia Triangula BDC & BAE sunt æquiangula, propter æquales BDC & BAE, per c. 2. præcedentis: Item propter æquales DBC & ABE ex thesi: & denique propter æquales BCD & BEA per c.4 p. 49 hujus. Ideo latera eorum sunt, Vt BD ad DA, ita BA ad AE.

Ergo rectangulum rectarum DA & BC æquatur rectangulo rectarum BD & CE. Similiterque rectangulum rectarum DC & BA æquatur rectangulo rectarum BD & AE. Et contra, Rectangula BD & CE, Item BD & AE æquatur rectangulis DA & BC, item DC & BA.

Atqui, rectangula BD & CE: Item BD & AE sunt rectangulum BD & AC per 41. hujus.

Ergo Rectangulum diagoniorum BD & AC est æquale rectangulis laterum binorum oppositorum DA & BC: Item DC & BA simul sumtis: quod demonstrandum erat.

Consectarium.

Igitur in figura quadrilatera, circulo inscripta, & diagoniis inter-

intersecta, atq; adeo sex lineis rectis constante: datis quinque quibuscunque, datur sexta.

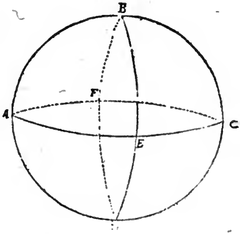
Exempla illustrissima habebis libro secundo, prop. 32. 33. 35. & 36.

Hactenus de Triangulis planis: sequitur de sphaericis.

LV. Trianguli sphaerici latera sunt arcus circulorum maximorum sigillatim semicirculo minores.

LVI. Circulus sphaerae maximus est, qui totam sphaeram in duo hemisphaeria dividit: adeoque à polis suis vndiq; per quadrantem circuli itidem maximi distat.

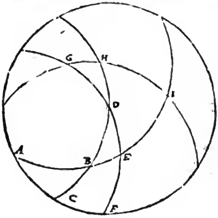
LVII. Si maximus sphaerae circulus per maximi polos transeat, rectè eum secat; & contra.



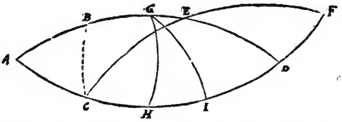
Sit maximus sphaera circulus AEC, eiusq; poli B & D, per quos polos B & D transeat alius circulus maximus BED. Dico, quod maximus BED maximum AEC rectè secet ad E & F. Polo enim E vel F describatur circulus itidem maximus ABCD: manifestum est hujus arcus AB, BC, CD, DA, fore mensuras angulorum ad E & F, per 6. hujus. Atqui arcus AB, BC, CD, DA, sunt quadrantes, per proximè praecedentem. Ergo anguli ad E & F sunt recti, per 15. hujus. Quod demonstrandum erat.

LVIII. Mensura anguli sphaerici, si in circulo maximo accipiatur, est arcus circuli maximi ex angulari puncto descri-

descripti, inter crura quadrante tenus continuata intercep-ptus: *per 7. & 56. hujus. Vt, anguli sphærici BAC mensura non est arcus BC, sed arcus EF inter crura AB & AC quadrante tenus, nempe usque ad E & F continuata interceptus. Quia non arcus BC, sed arcus EF est ex angulari puncto A descriptus, per 56. hujus. Ergo arcus BC anguli BAC mensura esse non potest, per 7. hujus.*



LIX. Si anguli sphærici crura continuata concurrant, semicirculos efficiunt, & comprehendunt angulum angulo prædicto & opposito æqualem: *Vt, Anguli BAC crura AB & AC continuata in D efficiunt semicirculos ABD & ACD, & comprehen-*

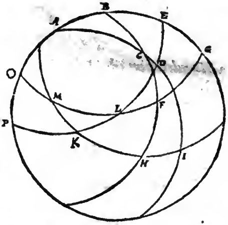


dunt angulum BDC angulo BAC æqualem: quia idem arcus GH utrumq; illum angulum metitur, per proximè præcedentem.

LX. Triangulum sphæricum quodlibet ex quovis angulari puncto, habet oppositum sibi Triangulum aliud, cujus basis

basis est eadem, & angulus basi oppositus: reliquæ partes sunt partium prioris Trianguli complementa. *Ut, Triangulum BAC ex puncto angulari A, habet oppositum sibi Triangulum BDC, cujus eadem est basis BC, & angulus basi oppositus BDC per proximè antecedentem. Latera verò BD & CD sunt laterum AB & AC complementa ad semicirculum per eandem. Anguli denique DBC & DCB sunt angulorum ABC & BCA ad duos rectos complementa, per 21. hujus*

LXI. Trianguli sphærici latera in angulos, & contra, permutari possunt: complementis ad semicirculum pro latere & angulo maximo hinc inde sumtis. *Sit Triangulum sphæricum ABC obtusangulum ad B. Anguli A mensura sit DE. Anguli B acuti (qui complementum est B obtusi, & in dato Triangulo maximi) mensura sit FG. Anguli C mensura sit HI. Arcui DE æquatur KL: quia KD & LE sunt quadrantes, & commune eorum complementum est LD. Arcui FG æquatur LM: quia LG & FM sunt quadrantes, & commune eorum complementum est LF. Arcui HI æquatur KM: quia KI & MH sunt quadrantes, & commune eorum complementum est KH. Ergo angulis Trianguli ABC æquantur latera Trianguli KLM: pro angulo maximo ABC: ejus complemento FBG assumto. Pari ratione*

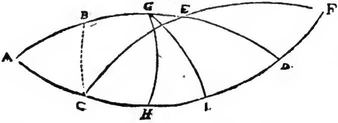


demonstrari potest, Trianguli ABC latera esse æqualia angulis Trianguli KLM. Latus enim AC æquatur arcui DI mensuræ anguli DKI complementi obtusi MKL. Latus AB æquatur arcui OP mensuræ anguli MLK. Latus denique BC æquatur arcui FH mensuræ anguli LMK.

Sunt enim quadrantes AD & CI, AP & OB, BF & CH. Et communia binorum complementa CD, AO, CF. Trianguli igitur sphærici latera in angulos, &c. permutari possunt, quod demonstrandum erat.

LXII. Triangulum sphæricum rectangulum aut unum habet rectum, aut plures uno.

LXIII. Unum rectum, vel cum duobus acutis, Ut, BAC: vel cum duobus obtusis, Ut, BDC: vel cum obtuso & acuto, Ut CDE.



Angulos enim ad A & D nunc fingimus esse rectos:

LXIV. Triangulum sphæricum rectangulum cum duobus acutis habet ex angulo recto oppositum sibi Triangulum rectangulum cum duobus obtusis: & contra: *Vt videre est in Triangulis rectangulis BAC & BDC.*

LXV. Trianguli sphærici rectanguli cum duobus acutis latera singula sunt quadrantibus minora, *Vt in ABC.*

LXVI. Trianguli sphærici rectanguli cum duobus obtusis latera duo sunt quadrantibus majora: tertium quadrante minus, *Vt in BDC.*

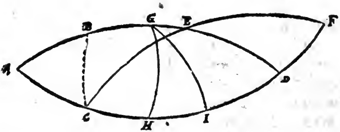
LXVII. Triangulo sphærico rectangulo cum acuto & obtuso opponitur ex acuto Triangulum rectangulum cum duobus acutis. *Vt Triangulo rectangulo CDE, cum acuto ECD; & obtuso*

obtuso CED, opponitur Triangulum rectangulum EDF, cum duobus acutis ad E & F.

LXVIII. Trianguli sphærici plures rectos habentis, latera rectos subtendentia, sunt quadrantes. *Causa est: quia v. g. in Triangulo AGH, si circuli maximi AG & AH, secent maximum GH, angulis ad G & H rectis, A est polus maximi GH, per 57. hujus. AG verò & AH sunt quadrantes, per 56. hujus. Quod si ergo angulus ad A etiam sit rectus, etiam GH, est quadrans, per 58. & 15. hujus.*

LXIX. Triangulum sphæricum plures rectos habens habet tres vel duos rectos: adeoque de lateribus, tres vel duos quadrantes. *Vt si angulum ad A ponas rectum, Triangulum sphæricum AGH, habebit tres rectos angulos ad A, G & H. & idcirco etiam tria latera, AG, GH, AH quadrantes. Sin eundem ad A ponas acutum, Triangulum sphæricum AGH, habebit duos rectos, ad G & H, & idcirco etiam duo latera AG & AH, quadrantes.*

LXX. Si trianguli sphærici duos rectos habentis tertius angulus sit acutus, tertium latus est quadrante minus: sin obtusus, majus. *Vt in Triangulo sphærico HGI, acutangulo ad G, tertium latus HI, est quadrante minus. In Triangulo sphærico AGI, obtusangulo ad G, tertium latus AI, est quadrante majus.*



LXXI. Triangulum sphæricum obliquangulum aut constat ex puris acutis vel obtusis: aut ex his utrisq; mixtis.

 LXXII.

LXXII. Triangulo sphærico purè acutangulo opponitur Triangulum sphæricum cum duobus obtusis & vno acuto: & contra. *Vt, si anguli ad A & D fingantur acuti, Triangulo ABC purè acutangulo opponitur Triangulum BDC cum duobus obtusis ad B & C, & uno acuto ad D.*

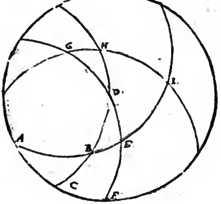
LXXIII. Triangulo sphærico purè obtusangulo opponitur Triangulum sphæricum cum duobus acutis & uno obtuso: & contra. *Vt, si anguli ad ◡A & D fingantur obtusi, Triangulo purè obtusangulo BDC opponitur Triangulum ◡ABC cum duobus acutis ad B & C; & non obtuso ad ◡A.*

LXXIV. Trianguli sphærici cuiuscunq; tres anguli sunt duobus rectis maiores.

De Triangulis sphæricis plures uno rectos vel obtusos, sive solos sive mixtos, habentibus, res per se est manifesta.

De Triangulis sphæricis duorum vel trium acutorum, ita demonstrari potest.

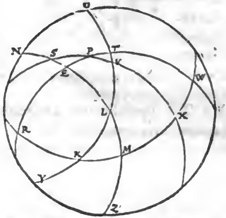
In Triangulo sphærico duorum acutorum ◡ABC rectangulo ad C, acutangulo ad A & B, mensura acuti BAC est arcus EF: mensura verò acuti ABC vel DBE non est arcus DE sed HI per 58 hujus. Atqui arcus EF & DE quadrantē complent. Ergo arcus EF & HI coniunctim quadrante sunt maiores: Et per consequens etiā anguli his arcubus respondentes, nempe, anguli BAC & ABC coniunctim quadrante, hoc est, angulo recto sunt maiores.



◡ACB verò est rectus, ex thesi. Ergo in Triangulo sphærico duorum acutorum ◡ACB tres sunt anguli duobus rectis maiores.

In

In Triangulo sphærico merè acutangulo KLM mensura acuti ad L est arcus NO: mensura acuti ad K est arcus VX, mensura acuti ad M est arcus QR. Atqui hi tres arcus, NO, VX, & QR, simul sumti duobus quadrantibus sunt maiores. Duorum enim arcuum QR & VX complementa PV & PQ simul sumta sunt minora, quàm arcus NO per structuram. Ergo arcus NO mensura tertii anguli est maior quam complementa reliquorum duorum angulorum simul sumta. Et per consequens etiam angulus tertius est maior, quàm pro reliquorum duorum complementis.



Adeoque etiam in Triangulis sphæricis merè acutangulis, tres sunt duobus rectis maiores. Subtiliorem demonstrationem vide apud Regiomon. 49. p. 3.

BARTHOLOMÆI
Pitiſci Grunbergenſis
TRIGONOMETRIÆ LIBER SECVNDVS.

De neceſſariis ad dimenſionem Triangulorum, tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium.

I. Triangula ſic ſunt. Dimenſio Triangulorum eſt ignotorum in Triangulis ſive laterum, ſive angulorum, ex notis tribus, ſive lateribus, ſive angulis, ſive puris, ſive mixtis, inventio. *Dicitur etiam ſolutio Triangulorum: item calculus Triangulorum.*

(Sunt in Triangulis præter angulos & latera, etiam area. Sed illarum dimenſio neq; Triangulorum eſt propria. Nam & aliarum quarumcunq; figurarum areas metimur. Neq; primò Triangulis ineſt: ſed à quadrangulis ad Triangula derivatur. Ideo huc non pertinet.)

II. Dimenſio Triangulorum perficitur per auream Arithmeticæ regulam: quæ docet de quatuor numeris inter ſeſe proportionalibus, datis tribus quibuſcunque reperire quartum.

III. Ergo ad dimenſionem Triangulorum & proportiones omnium Trianguli partium inter ſeſe certas, & eaſdem numero explicatas eſſe oportet.

IV. Proportiones omnium Trianguli partium inter ſeſe certæ eſſe non poſſunt: niſi, quicquid eſt in Triangulis curuilineum: (ut ſunt in univerſis, menſuræ angulorum, & in ſphæricis etiam latera) ad lineas rectas reducatur. Nam curvi neq; ad curvum, neq; ad rectum inventa eſt huc uſq; proportio: neq; fortaſſis invenietur unquam.

V. Cur-

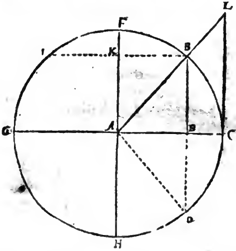
V. Curvæ lineæ ad rectas reducuntur per definitionem quantitatis, quam habeant rectæ ad circulum applicatæ, respectu radii.

VI. Rectæ ad circulum applicatæ sunt subtensæ, Sinus, Tangentes & Secantes.

VII. Subtensa est recta in circulum inscripta, totum circulum in duo segmenta dividens, & utrumq; segmentum pariter subtendens.

VIII. Subtensa est maxima, vel non maxima.

IX. Subtensa maxima est, quæ totum circulum in duo segmenta æqualia dividit: atq; adeo utrinque semicirculum subtendit. *Vt recta GC, vulgò diameter dicitur.*



X. Subtensa non maxima est, quæ totum circulum in duo segmenta inæqualia dividit: atq; adeo ab una parte arcum semicirculo minorem, ab altera arcum semicirculo majorem subtendit: *Vt recta IB, quæ ab una parte subtendit arcum semicirculo minorem IFB, ab altera parte subtendit arcum semicirculo majorem IHB.*

XI. Si-

XI Sinus eſt rectus vel verſus.

XII. Sinus rectus eſt ſemiſſis ſubtenſæ dupli arcus. *Vt, ſinus rectus arcus BC vel BG, eſt recta BE ſemiſſis ſubtenſa dupli arcus BC vel BG, hoc eſt, ſemiſſis rectæ BED, quæ arcum BCD vel BGD ſubtendit. Sic ſinus rectus arcus BF vel BH eſt recta BK. quippe ſemiſſis rectæ BKI, quæ duplum arcum BF vel BH, nempe arcum BFI vel BHI ſubtendit.*

Conſectaria.

1. Sinus ergo rectus arcus quadrante minoris & maioris uſque ad ſemicirculum eſt idem. *Vt ſinus rectus arcus BC & BG eſt eadem recta BE: quippe ſemiſſis rectæ BED, quæ tam arcum BGD, quàm arcum BCD ſubtendit.*

2. Ac proinde ſinus rectus complementi quandocunque dicitur, intelligitur tantum ſinus complementi arcus quadrante minoris. *Vt, ſinus rectus complementi BC, nempe arcus BF eſt recta BK.*

3. Sinus rectus omnis eſt in diametrum ex altero arcus termino ductam perpendicularis. *Quia enim in Triangulo ABD laterum æqualium AB & AD, ſemidiameter AC à concurſu laterum æqualium ducta, biſecat baſin BD ad E per definitionem ſinus recti: ideo eſt in eam perpendicularis: & hæc viciſſim in illam, per 23 p. 1.*

4. Sinus rectus complementi eſt æqualis ſegmento diametri ſive radii inter ſinum rectum arcus & centrum intercepti. *Vt, ſinus rectus complementi BF, nempe recta BK eſt æqualis rectæ EA, per c. 30. p. 1.*

XIII. Sinus verſus eſt ſegmentum diametri inter ſinum rectum & circumferentiam interceptum. *Vt, ſinus verſus arcus BC eſt ſegmentum diametri EC: ſinus verſus arcus BG eſt ſegmentum diametri GE.*

XIV. Ergo ſinus verſus, alius eſt maior, alius minor.

XV. Si-

XV. Sinus versus maior, est sinus versus arcus quadrante maioris; *Vt, GE est sinus versus arcus quadrante maioris GFB.*

XVI. Sinus versus minor est sinus versus arcus quadrante minoris: *Vt, EC est sinus versus arcus quadrante minoris BC.*

XVII. Tangens est recta à secante per alterum arcus terminum ducta in extremitatem diametri ad alterum arcus terminum perpendicularis: *Vt arcus BC tangens est recta LC.*

XVIII. Secans est recta per alterum arcus terminum usq; ad summitatem tangentis ducta. *Vt arcus BC secans est recta AL.*

XIX. Definitio quantitatis, quam habeant rectæ ad circulum applicatæ, est constructio tabularum Sinuum, Tangentium & Secantium. *Sinuum videlicet rectorum: non etiam versorum. Nam sinus versi ex sinibus rectis nullo negocio eliciuntur.* Sinus enim versus minor cum sinu recto complementi est æqualis radio. *Vt sinus versus minor EC. cum sinu recto complementi ◡AE est æqualis radio ◡AC. Ergo si subtrahas sinum rectum complementi ◡AE de radio ◡AC, restat sinus versus EC.* Sinus autem versus maior est æqualis radio cum sinu recto excessus coniuncto. *Vt sinus versus maior GE est æqualis radio GA cum sinu excessus ◡AE coniuncto. Ergo si ad radium GA addas sinum rectum excessus AE, habebis sinum versum arcus GFB. Itaq; tabulis sinuum versorum non est opus. Pro subtensis verò sinus recti usurpari possunt. Nam sinus recti sunt semisses subtensarum. Ergo si sinum maximum habeas pro subtensa maxima: etiam sinus non maximi pro subtensis non maximis haberi poterunt. Nam quæ est ratio totius ad totum: eadem est ratio dimidii ad dimidium. v.g. Quæ est ratio 10. ad 6. eadem est ratio 5. ad 3.*

XX. Tabulas Sinuum, Tangentium & Secantium vulgo canonem Triangulorum vocant. Rheticus vocat canonem doctrinæ Triangulorum. Vieta vocat canonem Mathematicum.

XXI. Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium, non ulterius extenduntur, quàm usq; ad quadrantem. *Nam arcuum*

quadrante majorum ſinus recti iidem ſunt, qui minorum : per 12. hujus. Tangentes verò & ſecantes arcuum quadrante majorum nulla eſſe poſſunt, per 17. & 18. hujus.

XXII. Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium, vulgo conſtruuntur ad ſingula ſcrupula prima. Rheticus conſtruxit ad decades ſcrupulorum ſecundorum. *Nos cætera quidē ſcrupulis primis contenti fuimus : ſub initium verò & finē quadrantis, etiam ſcrupula ſecunda, vel dena, vel bina, vel ſingula adhibuimus: prout neceſſitas exegit.*

XXIII. Ad conſtructionem Tabularum Sinuum, Tangentium & Secantium, ante omnia radius certarum partium eſt aſſumendus.

XXIV. Quarumcunque partium radius aſſumatur, Sinus, Tangentes & Secantes ad eum ferè omnes ſunt irrationales, hoc eſt, numero partium integrarum vel etiam fractionum præciſe verarum inexplicabiles, per 51. p. 1. Itaque Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium exactæ nullo modo dari poſſunt. Tales autem dari & poſſunt & debent, in quibus nullus numerus abſit à verò per integram earum partium, quarum radius eſt aſſumtus. *Vt, ſi radius ſit aſſumtus partium 10000000, nullus earum tabularum numerus debet abeſſe à vero per unam particularum 10000000.*

XXV. Hanc accurationem ut aſſequaris, vel fractiones in ſupputandis tabulis non negligas : vel radium multò quàm pro tabularum hypotheſi majorem ad conſtructionem tabularum aſſumas oportet.

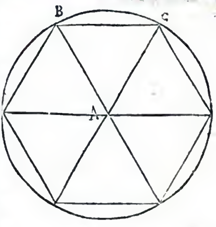
XXVI. Atqui fractiones ſimul cum integris ad calculum adhibere valdè tædioſum eſt. Adde quod ferè nullæ fractiones hic ſunt exquiſitè veræ. Ergo radius ad conſtructionem tabularum tantus aſſumatur, quantus ſi aſſumatur, error in tot à ſiniſtra numeris, quot in tabulis collocatos volumus, ineſſe nullus poſſit: numeri verò à dextra verſus ſiniſtram erronei

nei post supputationem finitam abscindantur. *Sic Regiomontanus cum vellet supputare tabulas Sinuum ad partes radii 6000000. assumsit radium particularum 60000000000. & finitâ supputatione de singulis sinibus ita repertis à dextra sinistrorsum abscidit notas quatuor. Sic Rheticus cum vellet tabulas sinuum supputare ad partes radii 10000000000. assumsit radium particularum 1000000000000000. & finitâ supputatione de singulis sinibus à dextra sinistrorsum abscidit notas quinq;. Nos ad principia Canonis exquirendum assumsimus radium particularum 100000 00000 00000 00000 00000. In ipso vero Canone radium posuimus pro necessitate varium: sicut infra suo loco dicetur.*

XXVII. Assumto radio partium quarumcunq; principiò sinus rectos omnium arcuum quadrante minorum iisdem in partibus inquires: tum ex sinibus illis rectis, Tangentes & Secantes deduces.

XXVIII. Sinus recti quoad constructionem tabularum, sunt primarii vel secundarii. Sinus primarii dicuntur, à quibus reliqui deducuntur.

XXIX. Sinum primarium nunc statuo unicum, nempe Sinum totum, sive radium: qui est æqualis lateri sexanguli circulo inscripti, hoc est, subtensæ sexaginta graduum. *Quod sic demonstratur. Sit latus sexanguli circulo inscripti BC. Quia igitur BC arcus, est sexaginta partiū, ex thesi: ideo etiam angulus BAC, est sexaginta partium per sextam primi. Ac proinde anguli ABC, & ACB, simul sumti sunt 120. partiū, per 49. primi. Atqui anguli ABC & ACB, sunt æquales, per 5. primi. Nam latera AB & AC, ipsis opposita sunt æqualia: quippe duo*



 radii.

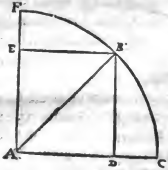
radii. Ergo vnusquisq́; eorum angulorum est 60. partium. Atqui tot partium erat etiam angulus BAC. Ergo Triangulum ABC, est æqualium angulorum. Igitur & æqualium laterum, per 5. p. 1. Atqui latera AB & AC, sunt radii: per structuram. Igitur etiam latus BC est radius. Sinus ergo totus sive radius est æqualis lateri sexanguli circulo inscripti: quod demonstrandum erat.

XXX. Ex sinu toto deduco reliquos sinus omnes, per sequentia nouem problemata.

PROBLEMA PRIMUM. Dato sinu recto arcus quadrante minoris, sinum complementi reperire.

REGULA. Quadratum sinus dati subtrahe à quadrato radii: radix residui est sinus complementi.

RATIO REGULÆ. *Nam sinus arcus cum sinu recto complementi & radio constituit Triangulum in concursu duorum sinuum rectangulum. Vt sinus rectus BD cum sinu complementi AD & radio AB, constituit Triangulum BDA rectangulum ad D, per 3. conf. 12. hujus. Ergo latera includẽtia rectum BD & DA, æquè possunt hypotenusæ AB, per 50. p. 1. Subtracto igitur quadrato BD, de quadrato AB, relinquitur quadratum AD, cujus radix AD vel EB, est sinus complementi FB.*



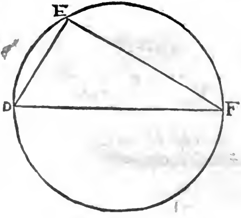
EXEMPLUM. *Sit radius AB. 10000000. Sinus BD 5000000, nempe sinus arcus XXX. graduum. Quadratum radii AB. est 100000000000000. Quadratum sinus BD est 25000000000000. Hoc si subtrahas de quadrato 100000000000000. restabit quadratum 75000000000000. Cujus radix 8660254. erit sinus AD vel EB, competens arcui FB, 60. graduum.*

Eodem modo,

Data subtensa arcus semicirculo minoris, subtensam complementi ad semicirculum invenire licet.

Nam,

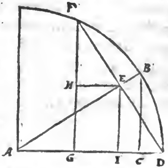
Nam, ut sinus arcus cum sinu complementi & radio cōstituit triangulum rectangulum, per 3. conf. 12. hujus. Ita subtensa arcus cum subtensa complementi ad semicirculum & diametro, constituit triangulum rectangulum, per 1. consect. 53. primi. Ergo si quadratum subtensæ datæ auferas à quadrato diametri, residuum erit quadratum subtensæ complementi. Vt, in proposito diagrammate, si quadratum subtensæ DE auferas à quadrato diametri DF, residuum erit quadratum subtensæ EF.



XXXI. PROBLEMA SECVNDVM. Dato sinu recto arcus, unà cum sinu complementi, sinum arcus dupli reperire.

REGVLA. Sinum rectum arcus multiplica per sinum complementi: productum divide per radium: & habebis dimidium sinum arcus dupli.

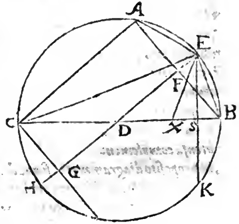
RATIO REGVLÆ. *Nam, ut radius AB ad sinum dati arcus BD, nempe ad rectam BC: cui æquatur DE: ita sinus complementi AE ad rectam EI, sive HG. cuius duplum FG est sinus arcus FD. Nam in triangulo FGD recta HE parallela basi GD. secat crura FG & FD proportionaliter, per 45. p. 1. Atqui bisecat crus FD in E. Ergo bisecat etiam crus FG in H.*



EXEMPLVM. *Sit datus sinus arcus BD. 35. gr, recta ED vel BC* 5735764.

5735764 *unà cum sinu complementi ◡AC vel ◡AE. 8191520. Quaeratur autem sinus arcus dupli, nempe sinus FG. Dico: ut ◡AB 10000000. ad BC. 5735764. ita ◡AE. 8191520. ad EI. sive HG. 4698462. cuius duplum FG. 9396924. est sinus arcus dupli FD. 70. gr.*

Eodem modo,



Si per subtensas agere libeat, erit: ut CB, diameter ad BE subtensá arcus simpli BE. ita CE subtensa complementi CAE, ad ES. dimidiam subtensam dupli arcus EBK. *Quia triãgula ECB & ECS. sunt æquiangula: propter cõmunem ad C. & æquales CEB & CSE. qui utriq; sunt recti, ille quidẽ per 53. p. 1. hic verò per structuram & per 23. p. 1.*

Vel facilius sic:

Vt DE radius ad EC subtensam complementi, ita EA subtensa data ad AB subtensam dupli arcus. *Valet consequentia: quia triangula obtusangula CDE & EAB sunt æquiangula, propter æquales ECB & EAB: itemq; CEH & EBA: qui sunt æquales propter mensuras eorum EB, ◡AE, & CH æquales; per thesin.*

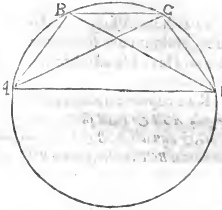
EXEMPLUM *hujus postremi modi. Sit data subtensa EB. 50. gr. 8452366. unà cum subtensa complementi CE. 18126156. quæratur autẽ subtensa arcus dupli AB. Dico:*

Vt DE. 10000000 *ad EC.* 18126156.
ita *EB.* 8452366 *ad AB.* 15320890.

XXXII. PROBLEMA TERTIVM. Data subtensa arcus semicirculo minoris, unà cum subtensa dupli arcus, subtensam tripli arcus invenire. REGVLA.

REGVLA. Quadratum ſubtenſæ ſimpli arcus aufer à quadrato ſubtenſæ dupli arcus: reſiduum divide per ſubtenſam ſimpli arcus: Quotus erit ſubtenſa tripli arcus.

RATIO REGVLÆ.



Nam ſubtenſæ, ſimpli, dupli, & tripli arcus, ſi legitimè cõjungantur, conſtituunt figuram quadrilateram circulo inſcriptam & diagoniis interſectam: ut ex adjuncto diagrammate vides. In quo ſubtenſa ſimpli arcus eſt AB, vel BC, vel CD. ſubtenſa dupli arcus eſt AC vel BD. ſubtenſa tripli arcus eſt ◡AD.

◡Atqui in tali figura rectangulum factum à diagoniis æquatur duobus rectangulis laterum ſibi invicem oppoſitorum, per 54.p.1. Ergo, ſi rectangulum factum à lateribus ◡AB & CD; hoc eſt, quadratum ſimpli arcus AB: ſubtraham à rectangulo diagoniorum; hoc eſt, à quadrato dupli arcus ◡AC: reſtabit rectangulum laterum BC & ◡AD. quod diviſum per latus BC exhibebit latus AD per 40.p.1. Quod demonſtrandum erat.

EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa ◡AB vel BC 10.gr. 1743115. unà cum ſubtenſa AC. 20.gr. 3472964. Quæratur autem ſubtenſa AD. 30.gr.*

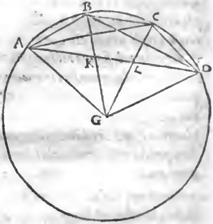
Quadratum ſubtenſæ AC. eſt — — — — —	12061478945296
Quadratum ſubtenſæ AB. eſt — — — — —	3038449903225
Subtractione facta reſtat rectangulum factum ex BC & AD — — —	9023029042071
Quod diviſum per ſubtenſam BC — — — —	1743115
Exhibet ſubtenſam AD — — — — — —	5176381

Vel

Vel facilius, & ſine data ſubtenſa dupli arcus, ſic:

Quadratum ſubtenſæ datæ radio diviſum, ſubtrahe à radio: reſiduum per ſubtenſam datam multiplicatum radioq; diviſum bis adde ad ſubtenſam datam, & habebis ſubtenſam tripli arcus.

RATIO *præcepti patet ex adiuncto ſchemate. In quo primum triangula AGB & BAK ſunt æquiangula, propter communem ABK vel ABG, & æquales AGB & BAK. qui ſunt æquales per 51. p. 1. quia nimirum arcus BCD, qui angulum BAK vel BAD in circumferentia conſiſtentem obit, eſt duplus ad arcum AB. qui angulum AGK in centro conſiſtentem obit. Ergo, ut AG ad AB. ita AB ad BK. quo ſubtracto de BG reſtat KG. Deinde triangula GBC & GKL ſunt etiam æquiangula propter baſes BC & KL parallelas, per 36. p. 1. Ergo, ut GB ad BC, ita GK ad KL. Deniq; triangulum BAK eſt ad baſin æquiangulum: quippe triangulo AGB ad baſin AB æquiangulo ſimile: ut nuper demonſtratum fuit.*



Quia igitur triangulum BAK eſt ad baſin æquiangulum, ideo eſt æquicrurum, per 26. p. 1. ac per conſequens, crura AB & AK ſunt æqualia. Atqui ſegmenta AK & LD etiam ſunt æqualia: per ſtructuram. Ergo, ſi AK & LD addam ad KL, perinde eſt ac ſi rectam AB bis ad rectam KL addiderim.

EXEMPLUM. *Sit data eadem ſubtenſa AB quæ ante: nempe ſubtenſa 10. gr. 1743115. quæratur autem ſubtenſa tripli arcus AD.*

Quæ-

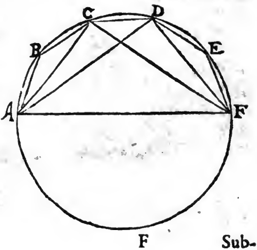
Quadratum subtensæ datæ AB est	303844	9903225
Ergo recta BK est	303845	
Quæ subtracta de radio BG	10000000	
Relinquit rectam KG	9696155	
Quæ multiplicata per datam AB	1743115	
Producit rectangulum	1690151	3222825
Quod radio divisum exhibet rectam KL	1690151	
Ad quam bis addita recta AB	1743115	
	1743115	
Efficit rectam AD	5176381	

XXXIII. PROBLEMA QVARTVM. Data ſubtenſa arcus ſemicirculo minoris, unà cum ſubtenſa dupli & tripli arcus, ſubtenſam quintupli arcus invenire.

REGVLA. Quadratum ſubtenſæ dupli arcus aufer à quadrato ſubtenſæ tripli arcus: reſiduum per ſubtenſam datam diviſum erit ſubtenſa quintupli arcus.

RATIO *eſt eadem qua fuit in prima ſolutione tertii problematis: quia nimirum ſubtenſa dupli, tripli, & quintupli arcus, legitimè inter ſe conjunctæ efficiunt figuram quadrilateram duabus diagonis interſectam, atq; adeo ad 54.p.1.accommodatam, &c.*

EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa duorum graduum CD. 349048. & quæratur ſubtenſa 10. graduum. AF. Primù inveſtigentur ſubtenſa dupli arcus. h.e. ſubtenſa arcus AC. 4. graduū: per problema ſecundum; & ſubtenſa tripli arcus, h.e. ſubtenſa arcus AD. 6. graduum: per problema tertium.*



Sub-

Subtensa AC. erit — 697990. ferè
Subtensa AD. erit — 1046719.
Deinde quadrentur illæ subtensæ: & fient,

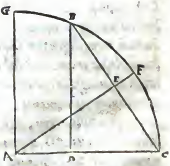
Quadratum subtensæ tripli arcus AD. — — —	1095620664961
Quadratum subtensæ dupli arcus AC. — — —	487190040100
Quo subtracto de quadrato AD. relinquitur rectangulum ex AD & CD. — — —	608430624861
Quod divisum per latus CD. — — — —	349048
Exhibet latus AF. — — — — — — —	1743114

NOTA. *Eodem artificio septupli, nonecupli, undecupli &c. arcus subtensas invenire possis, si sit opus. Nam quadratum subtensæ arcus tripli subtractum à quadrato subtensæ arcus quadrupli relinquit numerum, qui divisus per subtensam arcus simpli exhibet subtensam arcus septupli. Sic, quadratum subtensæ arcus quadrupli subtractum à quadrato subtensæ arcus quintupli, relinquit numerum, qui divisus per subtensam arcus simpli exhibet in Quoto subtensam arcus nonecupli: & ita deinceps in infinitum.*

XXXIV. PROBLEMA QVINTVM. Dato sinu arcus, unà cum sinu complementi, sinum arcus dimidii reperire.

REGVLA. Quadratum sinus recti arcus dati conjunge cum quadrato sinus versi ejusdem arcus (*quem sinum versum reperies subtracto sinu complementi à radio.*) Radix summæ istorum duorum quadratorum erit subtensa arcus dati: cujus semissis erit sinus arcus dimidii.

RATIO REGVLÆ. *Nam sinus rectus & versus æquè possunt sui arcus subtensæ. Vt, in adjuncto schemate, BD sinus rectus arcus BC; & DC sinus versus ejusdem arcus, æquè possunt subtensæ illius arcus BC. per 50. p. 1. Cujus subtensæ dimidium EC. est sinus arcus dimidii FC.*



EXEMPLVM. *Sit arcus BC. XXX. graduum sinus rectus BD. 5000000. sinus versus DC. 1339746.*

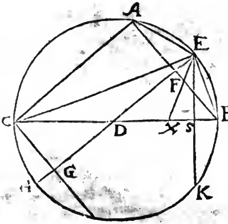
Qua-

Quadratum sinus recti BD. erit	— — —	25000000000000
Quadratum sinus versi DC. erit	— — —	1794919344516
Summa horum duorum quadratorum erit.	— —	26794919344516

Radix inde extracta 5170380. erit subtensa arcus dati BC. XXX. graduum. Dimidium vero illius subtensa, nempe recta EC. 2588190, erit sinus arcus dimidii FC. XV. graduum.

Aliter, per subtensas.

REGVLA. Subtensam complementi aufer à diametro. Residuum radio multiplicatum erit quadratũ subtẽsæ dimidii arcus *v. g. Dati arcus AB subtensam complementi subtensam complemẽti AC, cui æqualis ponitur CX, aufer à diametro CB. Residuũ XB multiplicatũ radio DB. æquale erit quadrato rectæ EB subtensæ dimidii arcus EB.*



RATIO REGVLÆ. *Nã, ut DB ad EB: ita EB ad XB. Ergo DB, BE, & XB sunt tres rectæ continuè proportionales. Et per consequens, oblongum extremarum DB & XB, æquatur quadrato mediæ BE, per 43. p. 1. Ideo autem est, ut DB ad BE, ita BE ad XB: quia triangula DEB & XEB sunt æquiangula: propter communem DBE, & æquales EXB & DEB. Qui sunt inter se æquales: quia uni tertio, nempe angulo communi DBE sunt æquales. Idq; ideo, quia triangula DEB & XEB sunt æquicrura: ergo ad bases æquiangula, per 26. p. 1. Triangulum DEB est æquicrurum: quia utrumque crus DE & DB, est radius. Triangulum XEB, est æquicrurum. Quia recta XE æquatur rectæ AE:*

F 2 *ergo*

ergo etiam recta EB. Nam recta AE & EB. sunt æquales, per structuram. Recta autem XE æquatur rectæ AE: quia vtraq; æqualibus angulis ACE & ECX subtenduntur in terminis crurum æqualium. Recta enim CX est æqualis rectæ CA per thesin: recta vero CE est utriq; triangulo, nempe triangulo ACE, & triangulo ECX communis. Quia igitur triangula DEB. & XEB sunt æquiangula; ideo est, ut DB ad BE, ita BE ad BX. Quod demonstrandum erat.

EXEMPLVM. *Sit data subtensa arcus AB. 60.gr.*	10000000
unà cum subtensa complementi AC	17320508
De diametro CB	20000000
Subtrahe subtensam complementi AC vel CX	17320508
Restabit XB	02679492

Quod multiplicatum radio DB. hoc est, auctum cyphris septem, hoc modo:

02679492000000

Erit quadratum subtensæ arcus dimidii EB. Cujus quadrati radix 05176381 est ipsa subtensa EB.

Cæterum, ideo in his operationibus cyphræ etiam ab initio sunt apponendæ, si calculus ita ferat, ut puncta radicis extrahendæ (sive illa sit quadrata, ut hic, sive cubica, sive solida, ut erit in sequentibus nonnullis exemplis) convenienter annotari possint. Numeri enim à dextra, si radius assumatur magnus, nō semper omnes ascribuntur. Quo in casu incerta esset punctorum radicalium annotatio, si cyphræ ab initio non ascriptæ essent. Sed & alium usum habet ista cyphrarum ab initio ascriptio. Ostendit enim, omnes istas subtensas esse minores radio, & quasi partes quasdam radii: quæ partes vulgo sic scriberentur. $\frac{5176381}{10000000}$. Sed multò compendiosior & ad calculum accommodatior est ista scriptio. 05176381. Omnino autem idem isti numeri valent, sicut hi duo numeri 09. & $\frac{9}{10}$ idem valent.

Adhuc aliter, per subtensas, & per Algebram: ex mente Iusti Byrgii.

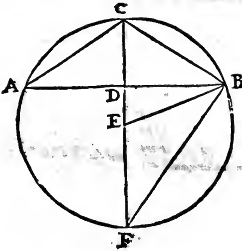
(Algebram qui nescis, Algebraica transiliat, hic & per totum reliquum librum. Non enim necessitati, sed tantum curiositati hæc data sunt.)

REGVLA.

REGVLA. Quadratum ſubtenſæ datæ divide per $4q - 1\,6q$. Quotus erit quadratum ſubtenſæ arcus dimidii.

RATIO REGVLÆ. *Nam quadratum ſubtenſa cujuſcunq; arcus æquatur quatuor quadratis, minus uno biquadrato ſubtenſa arcus dimidii. Quod ſic demonſtratur.*

Sit data ſubtenſa arcus ACB. recta AB. Quaratur autem ſubtenſa arcus dimidii nempe recta AC vel CB. Diameter FC. ſit 2. ut radius fiat. 1. Sicut ponitur in tabulis Sinuum: etſi ibi multa cyphra 1. addantur: quod hîc non eſt opus. Quaſita deinde ſubtenſa AC vel CB ponatur



tur Algebraicè unius radicis ſive lateris: atq; adeo CB ſit 1 l. Ergo quadratum CB, erit 1 q. Nam 1 l. per 1 l. multiplicatum dat. 1. q. Hoc quadratum ſi auferas à quadrato diametri 2. nempe à 4. reſtabit 4—1 q. quod eſt quadratum recta FB. per 50. p. 1. quia videlicet triangulum FCB. eſt rectangulum ad B per 1. conſ. 53. p. 1. Ergo recta FB. eſt radix quadrati 4—1 q. Qua radix ſic notetur l 4—1 q. vel ſic √ 4—1 q: prout quiſque notare conſuevit. Ducatur etiam radius EB: ut fiat triangulum EFB. Iam, triangula EFB & ACB ſunt æquiangula: propter æquales

 CFB

CFB & CAB: qui sunt æquales propter mensuram eorum æqualem, sive potius eandem, quæ mensura est arcus CB. Angulo autem CAB æqualis est angulus CBA; & angulo CFB vel EFB æqualis est angulus EBF; per structuram. Ergo etiam tertius ACB tertio FEB. est æqualis: per 4. cons. 49. p. 1. Quia igitur triangula EFB & ACB sunt æquiangula, ideo est ut EF. 1. ad FB. l 4—1 q. ita AC. 1 l. ad AB. In quo calculo, ut terminũ secundum cum tertio multiplicare possis, quia secundus terminus est surdus, etiam tertium terminum surdum effice, multiplicando 1 l. per seipsum, ut fiat 1 q: quo facto recta AC. erit l 1 q. Iam multiplica l 4—1 q. per l 1 q. hoc modo.

Multiplicandus	—	—	*l 4—1 q.*
Multiplicans	—	—	*l 1 q.*
Factus	—	—	*l 4 q—1 bq.*

Ergo subtensa AB æquatur lateri quatuor quadratorum minus uno biquadrato assumptæ radicis AC. Et per consequens, quadratum subtensæ AB æquatur quatuor quadratis minus uno biquadrato assumtæ radicis sive subtensæ dimidii arcus AC vel CB. Atque adeo, si quadratum subtensæ AB dividas per 4 q—1 bq. prodibit unum quadratum subtensæ dimidii arcus AC vel CB. Quod demonstrandum erat.

Cæterum, quomodo datæ cujuslibet subtensæ quadratum dividi possit per 4q—1 bq. subjecto exemplo manifestum faciam.

EXEMPLVM. *Sit data subtensa AB, LX. grad.* 10000000. *ejusq. quadratum* 100000000000000. *Hoc quadratum dividendũ est per 4 q—1 bq. Quia igitur per 4 q—1 bq commode dividere non possum, addo utrinque, nempe & ad divisorem & ad dividendum 1 bq (quæ additio in divisore fit, abjecto signo minus cum suo numero) ut inter sese æquentur 4q. &* 100000000000000. *+ 1 bq: tumque divido* 100000000000000 *+ 1 bq. per 4q. vel, quod idem est, divido numerum* 100000000000000 *per 4. Sic ut inventi uniuscujusq. quoti particularis quadratum (quod revera est biquadratum: quia quotus est quadratum) cum suo complemento addam ad numerum dividen-*

dividendum, antè, quàm divisorem 4 promoveam. Quæ additio, ut debitis locis fiat, puncta radicum quadratarum ante omnia ad numerum dividendum adnotentur, & deinde procedatur eo modo, qui sequitur.

Quadratum subtensæ AB. 60. gr.

1000000000000000	
(4)(4)Dic.4 in 1(0	
4 in 10(2	
B.4. Adde ad 100	*Quadratum de 2. est 4. B.*
Fit.104. Dic. bis 4. sunt 8. Subtrahe	*Quadratum de 6. est 36.*
	Complementum---24.
Rest.2400.	*Summa 276. D.*
(4) Dic.4 in 24(6	*Complementum autem illud reperitur, multiplicando radicem 6. per duplum antecedentis radicis 2. hoc est, per 4. Nam quater 6. est 24.*
D 276 Adde	
2676	
24 Subtrahe	
27600. (7	
(4)	
3689 Adde	
31289	
28 Subtrahe	
328900.	*(9 --Deinceps numeri subtrahendi non sunt asscripti, ut nec in vulgari divisione asscribi solent.*
(4)	
48141 Adde	
1704100 (4	
(4)	
214336 Adde	
31843600. (9	
(4)	
4820001.A.	
66660100 (1	
(4)5358981.A.	
3201908100 (9	
(4)	
482308461.A.	

8421656100 (2
(4)
1071796764.A.

149345286400 (4
(4)
21435935376.A.

1078122177600 (3
(4)
160769515449.A.

3889169304900 (1.
(4)535898384861.A.

42506768976100 (1
(4)5358983848621.A.

786575282472100 (2
(4)
1071796769724444.A.

93754959444544 Sequeretur 2.

Genesis biquadratorum particularium, unde sensim componitur biquadratum totum.

00(2
2

A. 4 (6
46
B. 276

676(7
527
C. 3689

71289.(9
5349
48141

A Quadratum radicis 2.
B Quadratum radicis 6. cum suo complemento. Quadratum radicis 6. est 36. complementum ex multiplicatione precedentis radicis dupla, per hanc radicem 6. factum est 24. Hæc debito modo (qui modus iam supra ostensus est) inter se coniuncta faciunt 276.
C. Quadratū radicis 7. cum suo complemento facto ex multiplicatione dupla radicis antecedētis 26. per hanc radicem 7.

717-

```
7177041 (4
   53584
  214336
-----------------
71791843 6(9
     535 889
    4823 001
-----------------
71796666601 (1
     5358981
-----------------
7179672019081.(9
       53589829
      482308461
-----------------
71796768421656 1.(2
        535898382
       1071796764
-----------------
7179676949345 2864.(4
          5358983844
         21435935376
-----------------
7179676970781221776.(3
            53589838483
           160769515449
-----------------
717967697238891693049.(1
             535898384861
-----------------
71796769724425067689761.(1
               5358983848621
-----------------
7179676972447865752824721.(2
                53589838486222
               107179676972444
-----------------
7179676972448937549594445 44. Biquadratum totum.
```

G Examen

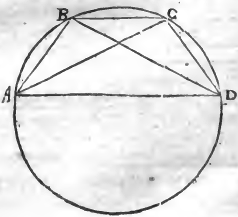
Examen præcedentis analyseos per Synthesin contrariam.

1 q.	026794919243112
4 q.	107179676972448.
1bq.	007179676972448. Subtrahe
	100000000000000 Redit quadratum subtensæ. LX. grad.

XXXV. PROBLEMA SEXTUM. Data subtensa arcus, subtensam tertiæ partis illius arcus invenire.

REGULA. Subtensæ datæ subtriplum nonnihil auctum pone pro subtensa quæsita, & per illam inquire subtensam datam juxta doctrinam tertii problematis. Quam si eandem inveneris, habes quod quæsivisti. Sin autem: nota differentiam per Plus vel Minus, & repetitâ eadem operatione per aliam positionem subtensæ quæsitæ, iterum nota Plus vel Minus. Quo facto postea per Regulam falsi veritatem infallibiliter invenies.

RATIO *cur subtriplum subtensæ datæ nonnihil augendum sit prius quàm pro subtensa quæsita probabiliter poni possit, hæc est: quia subtensa subtripli arcus ter sumta necessario major est quàm subtensa tripli arcus. v.g. tres rectæ, AB, BC, & CD. simul sumtæ necessariò majores sunt, quàm recta AD.*



RATIO

RATIO *reliqua operationis usq; ad Regulam falsi, patet ex demonstratione tertii problematis.*

RATIO REGVLÆ *falsi scitur ex Arithmeticis.*

EXEMPLVM. *Sit data subtensa XXX. graduum AD. 5176381. ferè. Quæratur autem subtensa subtripli arcus, nempe arcus. X. graduum. AB.*

Data subtensa AD. est — — —	5176381
Eius subtriplum est — — —	1725460
Id nonnihil auctum, est — — —	1730000
vel — — —	1740000
vel — — —	1750000
Positio prima sit — — — —	1730000
Per eam inquisita subtensa tripli arcus AD. iuxta doctrinam tertii problematis, erit —	5138223
At debebat esse — — —	5176381
Ergo est Minus — — —	38158
Positio secunda sit — —	1740000
Per eam inquisita subtensa tripli arcus AD. iuxta doctrinam tertii problematis, erit —	5167320
Atqui debebat esse — — —	5176381
Ergo adhuc est Minus — —	9061

Iam, iuxta doctrinam Regulæ falsi, multiplica per crucem, Minus primum per positionem secundam, & Minus secundum per positionem primam: & quia utrobiq; est Minus, producta ab invicem subtrahe, & habebis numerum dividendum, hoc modo:

Productum primum	66394920000
Productum secundum	15675530000
Dividendus	50719390000

Item, de Minore uno ſubtrahe Minus alterum, & accipies diviſorem, hoc modo:

Minus unum — — —	38158	
Minus alterum — — —	9061.	Subtrahe.
Diviſor — — —	29097	

Diviſio ipſa.

```
Dividendus. 50719390000
Diviſor.    29097 (1—1
            216223 (7—8
             29097
            203679
             125449 (4—3
              29097
             116388        7
                           0
              90610 (3—6 X 0
              29097        7
              87291
               33190 (1—7
               29097
                40930 (1—8
                29097      7
                118330 (4—3 X 0
                 29097     7
                116388
                  1942
```

Diviſione facta prodit pro ſubtenſa AB, uti vides, numerus 1743114. Per quem numerum iterum operare ut per poſitionem primam vel ſecundam, & rurſum prodibit Minus: ſed valde parvum, nempe. 3. Sume igitur numerum numero 1743114. paullo majorem, nempe 1743115. & repetitâ operatione priore invenies ſubtenſam AD. prorſus talem, qualis initio data erat nempe 5176381. qua tamen in fine eſt juſto major: ideo etiam ſubtenſa 1743115. in fine erit juſto major: verior

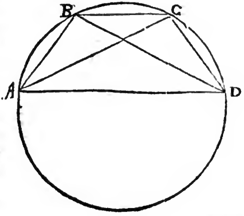
verior tamen quàm subtensa 1743114: ut ex calculo apparet: quia scilicet nullam apparentem differentiam inter ◡AD. datam & quæsitam relinquit.

NOTA. *Regula falsi semper tibi veritatem ostendet ad minimum in duplo pluribus cyphris, quàm positio una aut altera notas significativas (quales sunt 1.2.3.4.5.6.7.8.9. non autem 0.) ad ultimam usq; iustas habuerit. v.g. In proposito exemplo positio utraq; seorsim sumta habuit tres cyphras significativas, ad vltimam usq; iustas, nempe 173. vel 174. Ergo regula falsi veritatem exactè prodidit in sex cyphris, nempe in istis 174311. Vnde patet si primam positionem feceris 17431140000000, secundam 17431150000000. te ad extremam habiturum esse subtensam exactißime veram ad radium 100000000000000. Quod si istam subtensam rursus quatuordecim cyphris auxeris, & ultimam cyphram significativam in una positione minorem, in altera maiorem sumseris, accipies subtensam quæsitam exactißimè veram ad radium 100000 00000 00000 0000000000000; & ita deinceps: modò subtensam AD. in tot partibus prius datam habueris.*

Aliter, per Algebram.

REGVLA. Subtensam datam divide per 3 l—1 c. Quotus erit subtensa tertiæ partis arcus dati.

RATIO REGVLÆ.



Nam subtensa cujuscunq; arcus æquatur tribus radicibus minus uno cubo: qualium radicum una est subtensa tertiæ partis illius arcus. Quod sic demonstratur. Sit data subtensa ◡AD, arcus ◡ABCD. Quæratur autem subtensa tertiæ partis AB, vel BC, vel CD. Ponatur subtensa tertia partis BC 1 l. Er-

go subtensæ arcuum ad arcum BC. duplorum, nempe rectæ AC & BD singulæ erunt l 4q—1 bq. per antecedentis problematis demonstrationem. Atqui figura ABCD, est figura quadrilatera, circulo inscripta & diagoniis intersecta. Rectangulum igitur diagoniorum AC & BD æquatur rectangulis laterum simul sumptis per 54 primi. Primum igitur multiplico diagonios invicem & existit inde quadratum 4q—1bq (nam surdum numerum per se ipsum multiplicare, nihil est aliud quam signum l abiicere.) Deinde multiplico latus AB per latus CD, hoc est, 1 l per 1 l. & existit inde 1 q. Quod subtraho de Quadrato diagoniorum, h. e. de 4q—1bq & restant 3q—1bq. pro rectangulo ex BC & AD facto. Quod rectangulum 3q—1bq. si dividam per latus BC. nempe per 1 l. resultat latus AD. 3 l—1c. Ergo 3l—1c. quorum laterum unum sit subtensa tertiæ partis, æquantur subtensæ arcus dati & per consequens si subtensa arcus dati dividatur per 3l—1c. quotus erit subtensa tertiæ partis. Quod demonstrandum erat.

Modus istiusmodi divisionis hic est. Subtensam datã divide per 3. addito uniuscujusq; quoti particularis cubo, cum suis complementis, ad numerum dividendũ, priusquam divisorẽ promoveas: à dextra istam additionem incipiendo, sub puncto unicuiq; cubo debito, & pro more extractionis radicis cubicæ ad numerum dividendum annotato. Dico: addito cubo, cum suis complementis. Nam cubus non unicum duntaxat habet complementum, ut quadratum: Sed cubus uniuscujusq; radicis post aliam radicem positæ, habet duo complementa. Quæ sic reperiuntur. Pro primo complemento, radix præcedens quadratur, idq; quadratum triplatur, & triplatum per sequentem radicem multiplicatur. Pro secundo complemento, radix præcedens triplatur, & hoc triplatum per quadratum sequentis radicis multiplicatur, ut sequentis exempli calculus, quem integrum asscripsi, ostendet.

EXEMPLUM.

Subtensa XXX grad. unde sit extrahenda subtensa X graduum.

·0· 517· 638· 1
(3)(3)1 Adde (01

218 638 (7
(3)3 913. A.

12 551 100 (4
(3) 355 024.A.

906 124 000 (3
(3)27 295 407.A.

33 419 407 000 (1
(3) 911 466 991.A.

4 330 873 991 (1
(3) 91 152 451 231.A.

1 422 026 442 231 (4
(3)36 461 273 334 544.A.

258 487 715 565 544 Sequeretur 8
(3)

Quadrata particularia subtensæ X.gr.	Cubi particulares subtensæ X. graduum.
0. 1	
01	
001. 7	C.0001 (1
27	3 913
189	C.0004 913 (7
00289. 4	355 024.
344	C.0005 268 024(4
1376	27 295 407
0030276. 3	C.0005 295 719 407(3
3483	911 466 991
10449	C.0005 296 230 873 991 (1
003038049. 1	91 152 451 231
34861	C.0005. 296 322 026 442 231 (1
00303839761. 1	36 461 273 334 544.
348621	C 0005. 296 358 487 715 565 544 (4
0030384324721. 4	
3486224	
13944896	
0030384464166996	

Exqui-

Exquisitio cuborum particularium subtensæ decem graduum.

	l 1
	q 1
	3
	3
	l 7
I. Comple.	21
II. Compl.	147
Cubus	343

3913 Cubus radicis 7. cum suis complementis.

	l 17	l 17	l. 4
	q. 289	3	q. 16
	3	51	c. 64
	867	q. 16	
	l 4	306	
I. Compl.	3468	51	
II. Compl.	816	816	
Ipse cubus	64		

355024 cubus radicis 4 cum suis complementis.

l. 174	l. 174	l. 3
q. 30276	3	q. 9
3	522	c. 27
90828	q. 9	
l. 3	4698	
272484		
4698		
27		
27295407		

l. 1743	l. 1743
q. 3038049	3
3	5229
9114147	
5229	
1	
911466991	

l. 17.

l. 17431	l.17431	l.174311	l.174311	l.4
	3		3	q.16
q.303839761		q.30384324721		
3	52293	3	522933	c.64
			q.16	
911519283		91152974163		
52293		l.4	3137598	
1			522933	
		364611896652		
91152451231		8366928	8366928	
		64		
		364612733334544		

Examen praecedentis analyseos per Synthesin contrariam.

1l.	01743114|8	Subtensa X. graduum.
3l.	05229344|4	
1c.	00052963|5	Subtrahe.
	05176380|9	Redit subtensa XXX. graduum.

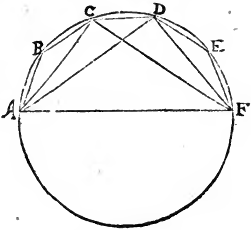
XXXVI. PROBLEMA SEPTIMVM. Data subtensa arcus, subtensam quintæ partis illius arcus invenire.

REGVLA. Subtensæ datæ sub quintuplum nonnihil auctum, pone pro subtensa quæsita, & per illam inquire subtensam datam, juxta doctrinam quarti problematis. Quam si eandem inveneris, habes quod quæsivisti. Sin autem: nota differentiam per Plus vel Minus, & repetita eadem operatione per aliam positionem subtensæ quæsitæ, iterum: nota Plus vel Minus; & deniq; per regulam falsi veritatem inquire, ut factum est in sexto problemate.

RATIO REGVLÆ *est eadem, quæ fuit in sexto problemate.*

H EXEM-

EXEMPLVM. *Sit data subtensa decem graduum AF 1743115. Quaratur autem subtensa quintæ partis, hoc est duorum graduum. CD.*



Subtensa decem graduum est — —	1743115. *ferè.*
Eius subquintuplum est — — —	348623.
Positio prima sit — — — —	349000.
Per eam inventa AF. est — — —	1742875.
At debebat esse — — — —	1743115.
Est ergo Minus — — —	240.
Positio secunda sit — — —	349100
Per eam inventa AF. erit — —	1743373
At debebat esse — — — —	1743115
Est ergo Plus — — —	258
Cui adde Minus — —	240
Et habebis divisorem — — — —	498

Deinde multiplica per crucem, nempe Minus per positionem majorem; & Plus per positionem minorem; eruntq;

Productum primum — — —	83784000
Productum secundum — — —	90042000. *Hæc adde*

Et habe-

Et habebis Dividendum. 173826000——0
Divisor erat. — 498 (3—3
1494
2442
498 (4—7
1992
Quotus, hoc est, subtensa duorum graduum CD. prodit. 349048. exquisitè vera.
4506
498 (90—7
4482
2400
498 (4—2
1992
4080
498(8—1 X 3
3984 0
96

Aliter, per Algebram.

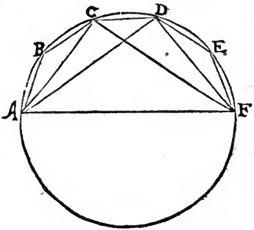
REGVLA. Subtensam datam divide per 5l—5c+1ß. Quotus erit subtensa quintæ partis arcus dati.

RATIO REGVLÆ. *Nam subtensa cuiuscunq; arcus æquatur quinq; radicibus, minus quinq; cubis, plus uno solido: qualium radicum una est subtensa quintæ partis illius arcus. Quod sic demonstratur.*

Sit data subtensa AF, arcus ABF. Quæratur autem subtensa quintæ partis arcus ABF. v. g. subtensa arcus CD nempe recta CD. Ponatur CD unius radicis, sive quod idem est, CD sit 1 l. Ergo AC erit l4q--1bq. similiterq; DF per problematis XXXI. demonstrationem. AD vero erit 3 l—1c. Similiterq; CF per problematis antecedentis demonstrationem. Iam in figura quadrilatera ACDF diagoniis AD & CF intersecta, rectangulum diagoniorum AD & CF est æquale rectangulis laterum oppositorum, nempe CD & AF, item AC & DF

 simul

ſimulſumtis, per 54. primi. Primum igitur multiplico invicem diagonios ◡*AD & CF. Deinde multiplico invicem latera oppoſita* ◡*AC & DF. Et factum hujus multiplicationis à facto diagoniorum ſubtra-*



ho. Quod reſtat, eſt rectangulum reliquorum duorum laterum oppoſitorum CD & ◡*AF: quod rectangulum diviſum per rectam CD, relinquit rectam AF. Totus calculus* ◡*Algebraicus ita habet.*

AD. 3 l—1c.
CF. 3 l—1c.

9q—3bq.
—3bq+-1qc.

AD, CF, 9q—6.bq+-1qc.
AC, DF, 4q—1bq.

CD, AF, 5q—5bq+-1qc.
Diviſor CD 1l.

Quotus AF 5l—5c+1ß.

AC. 14q—1bq
DF. 14q—1bq

AC, DF. 4q—bq.

Ergo

Ergo subtensa dati arcus ⌒ABF, nempe recta ⌒AF aequatur 5 radicibus, minus 5 cubis, plus uno solido: qualium radicum una est subtensa quintae partis arcus dati. Et per consequens, si subtensam datam ⌒AF dividam per 5 l--5c-+-1ß. Quotus erit subtensa quintae partis illius arcus, nempe recta ⌒AB, vel BC, vel CD, &c.

Quod demonstrandum erat.

Modus per 5l--5c-+-1ß. dividendi talis est. Super numero dividendo ante omnia notentur puncta & cubicis & solidis radicibus convenientia. Deinde numerus dividendus dividatur per 5. additis semper quoti inventi quinq; cubis, cum suis complementis, & subtracto uno solido, priusquam divisor promoveatur. Quia enim divisio debet fieri per 5l--5c. Ideo quinq; cubi, qui de divisore auferri non possunt, econtra ad numerum dividendum sunt addendi. Item quia divisio debet fieri per 5-+-1ß. Ideo unus solidus, qui ad divisorem addi non potest, econtra de numero dividendo est subtrahendus.

EXEMPLVM.

Subtensa X. gr. unde sit extrahenda subtensa duorum graduum.

S.

C. 2c. S	C.	
·0 17 ·4 31	·1 4	
(5)(5)(5) 13	5. Adde	(003
24 44	6 400 0	
	24 3	Subtr.
24 44	6 375 7	
(5) 6	1 520 Adde	(4
4 50	7 895 7	00 000
	21 1	35 424 Subtr.

(*)(5)0	7 874 5	64 576		(9		
(5)1	6 022 7	45 Adde				
2	3 897 3	09 576	000 00			
	6 3	40 413	767 49	Subtr.		
x	3 890 9	69 162	232 51	(04		
(5)	(5) 73 0	88 976	320 Adde			
	3 964 0	58 138	552 51	0 000 0	00 000	Subtr.
		29 677	769 34	9 411 0	73 024	
	3 964 0	28 460	783 16	0 588 9	26 976	
	(5)					(8 fere.

Quadrata particularia ſubtenſæ duorum graduum.

0.0.(3
00003
00009
—
00009 (4
64
256
—
0001156.(9
689
6201(0
—
12180100.(4
69804
279216
—
1218289216.(8
698088
5584704
—
121834506304

Cubi

Cubi particulares subtensæ duorum graduum.

C.0·000·027· Radix (3
12 304

C.0 000 039 304 (4
3 204. 549

C.0 000 042 508 549. (90
14 617 795. 264.

C.0 000 042 523 166 795. 264. (4
2 923 961 134 592

C.0 090 042 526. 090 756. 398 592. **unus cubus** (8
5. Multiplicator.

C.0 000 212. · 630. 453. 781. 992. 960. Quinq; cubi.

Solidi particulares subtensæ duorum graduum.

0·0000·000243·— — Radix (5
211 35424

454 35424 (4
63 40413. 76749

517 75837. 76749. (90
29677. 76934 94110. 73024

518 05515. 53683. 94110. 73024 (4
5937. 18660. 97927 80583 &c.

0·00000·00518 11452. 72344. 92038. 53607 (8

Examen factæ analyseos per synthesin contrariam.

1l. 00349048. Subtensa 2.gr.

5l. 01745240
--5c. 00002126 Subtrahe

01743114
-+1ſ. 000000051 &c. Adde: si quid sit addendum.

01743114 Redit subtensa 10 gr.

Cate-

Cæterum, quomodo cubi particulares investigandi sint, in exemplo problematis antecedentis monstratum fuit. Neq; hic quicquam novi est, nisi quod singuli cubi particulares multiplicantur per 5. priusquam addantur: quia quinq; cubi hîc ad numerum dividendum sunt addendi. v. g. primus cubus particularis in hoc exemplo fuit 27. Hic multiplicatus per 5 facit 135. Alter cubus particularis cum suis complementis fuit 12304. Hic numerus per 5 multiplicatus facit 61520. Et ita deinceps.

Solidos particulares sic invenies. Fit solidus multiplicatione cubi per quadratum: v. g. Solidus de 3 sic fit. ter tria sunt novem, ter 9 sunt 27. Novies 27 sunt 243. Atq; hæc est generatio solidi unius cyphræ: vel plurium etiam cyphrarum conjunctim consideratarum: ut solidus de 34 est 45435424. Nam quadratum de 34 est 1156. cubus 39304. Quæ duo inter se multiplicata efficiunt numerum 45435424. At, si singularum cyphrarum solidos cum suis complementis separatim inquirere velis, v. g. si post inventum solidum de 3, inquirere velis solidum de 4, qui cum suis complementis additus ad solidum de 3, efficiat solidum de 34, alia via opus est. Hâc nimirum: Solidus plurium cyphrarum v. g. solidus de 34. in cyphris omnibus post primam, habet quatuor complementa: ut sunt quatuor cyphræ inter singula quæq; puncta radicum solidarum interjecta. Illa quatuor complementa sic invenies. Pro primo complemento radicem præcedentem primo biquadrabis, deinde biquadratum quintuplabis, & quintuplatum per radicem præsentem multiplicabis. Pro secundo complemento radicem præcedentem cubabis, & cubatam decuplabis, & decuplatam per præsentis radicis quadratum multiplicabis. Pro tertio complemento præcedentem radicem quadrabis & quadratam decuplabis, & decuplatam per cubum præsentis radicis multiplicabis. Pro quarto complemento radicem præcedentem quintuplabis, & quintuplatam per biquadratum præsentis radicis multiplicabis. Inde præsentem etiam radicem solidabis. Ac deniq; hos quinq; numeros invicem addes: eo modo & ordine subsese scriptos, ut subjectum exemplum ostendet.

Solidus

Solidus de 4 in l34

	p̃c.l.3	p̃c.l.3	p̃c.l.3	p̃cl.3	l4	
	q.9	q9	q9	5	16	
	bq.81	c 27				
	5	Dec. 270	Dec. 90	15	c. 64	
	405	q.16	C.64	bq256	64	
	l.4	1620	360	90	96	
I. Compl.	1620	270	540	75	1024	Sol.
II. Compl.	4320	4320	5760	30		
III. Compl.	5760			3840		
IV. Compl.	3840					
Solidꝰ de 4	1024					

21135424 Solidus particularis de 4 cum suis complementis, respectu radicis antegressæ. 3.

NOTA. *Eodem artificio septimæ, nonæ, undecimæ, decimætertiæ, & in infinitum cujuscunq; partis imparis subtensam invenire possis, si sit opus:*

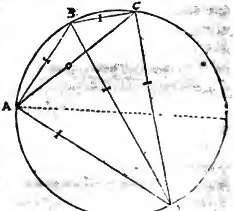
XXXVII. PROBLEMA OCTAVVM. Datis sinibus duorum arcuum inæqualium, unà cum sinibus complementorum, sinum summæ vel differentiæ illorum arcuum invenire.

REGVLA. Multiplica alternatim sinum unius arcus per sinum complementi alterius: Producta si componas, & composita per radium dividas, hoc est, septem à dextra notas abscindas, habebis sinum summæ datorum arcuum. Si verò productum minus de majore subtrahas, habebis sinum differentiæ eorundem arcuum.

RATIO REGVLÆ. *Hæc regula habet duo membra. Vnum est de inventione sinus summæ duorum arcuum inæqualium. Alterum,*

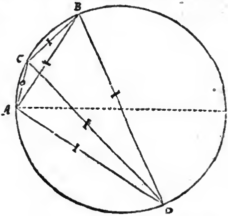
 de in-

de inventione sinus differentia duorum arcuum inæqualium. Inventio sinus summæ duorum arcuum inæqualium sic demonstratur. Totus circulus ABCD, ponatur tantum 180 partium, ut omnes subtensæ sint instar sinuum. Et sint in eo circulo dati duo arcus inæquales AB & BC, eorumq; complementa AD & CD. Et horum omnium sinus; nempe sinus arcus AB recta AB, sinus complementi AD recta AD. Sinus arcus BC recta BC, sinus cõplementi CD, recta CD: sinus autem summæ datorũ duorum arcuum, nempe arcus AB & BC sit recta AC, quæ quæritur. Radius autẽ sit recta BD. Quia igitur sinus dicti hoc modo in circulum inscripti cõstituunt figuram quadrilaterã, diagoniis intersectam: in quali figura rectangulum diagoniorum est æquale duobus rectangulis binorum oppositorũ laterum simul sumtis, per 54. primi: Ideo si sinum AB, multiplices per sinum complementi arcus BC: nempe per latus oppositum CD, & vicissim sinum arcus BC per sinum complementi arcus AB, nempe per oppositum latus AD, eaq; duo producta conjungas, habebis rectangulum æquale rectangulo diagoniorum AC & BD. Quod rectangulum si dividas per latus notum, nempe per radium BD, prodibit latus ignotum AC. Summæ sinuum arcus AB & BC, sive sinus arcus AC. Quod demonstrandũ erat.



Inventio sinus differentiæ duorum arcuum inæqualium ita demonstratur. Sit sinus arcus majoris AB, recta AB. Sinus arcus minoris BC recta BC. Sinus differentiæ AC recta AC. Sinus complementi arcus majoris AB recta AD. Sinus complementi arcus minoris BC recta CD. Radius BD. Quia igitur rursum figura ACBD est figura quadrilatera, circulo inscripta & diagoniis intersecta: ideo si sinum arcus majoris AB, nempe rectam AB multiplicem per sinum complementi arcus mi-

nus minoris BC, nempe per rectam CD, habebo rectangulum diagoniorum, æquale duobus rectangulis binorum oppositorum laterum; Si igitur porrò multiplicem sinum arcus minoris BC, nempe rectam BC, per sinum complementi arcus majoris AB, nempe per rectam AD. Et hoc productum duorum oppositorum laterum BC, & AD. auferam à rectangulo diagoniorum AB & CD: restabit



rectangulum laterum oppositorum AC & BD. Quod rectangulum si dividam per latus notum BD: prodibit latus ignotum AC, sinus differentiæ datorum duorum arcuum inæqualium AB & BC. Quod & ipsum demonstrandum erat.

EXEMPLUM *utriusq; membri.*

Sint, arcus major AB 20. grad.

arcus minor BC 15. grad.

Summa horum arcuũ erit 35. grad.

Differentia 5. grad.

Sinus datorum arcuum & complementorum sunt:

Sinus arcus AB. 3420201. Sinus compl. AD. 9396926.

Sinus arcus BC. 2588190. Sinus compl. CD. 9659258.

Multiplicentur igitur alternatim Sinus arcus AB per sinum complementi arcus BC, nempe per CD & sinus arcus BC per sinum complementi arcus AB, nempe per AD: erunt:

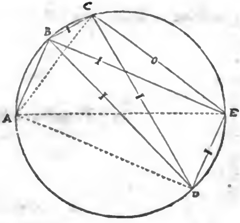
Productum majus	3303660	3870858
Productum minus	2432102	9905740
Summa, radio divisa.	5735763	*Sinus summæ 35. gr.*
Differentia, radio divisa.	871557	*Sinus differentiæ 5. gr.*

 XXXVIII.

XXXVIII. PROBLEMA NONUM. Datis sinibus duorum arcuum inæqualium, unà cum sinibus complementorum, sinum complementi summæ, vel differentiæ illorum arcuum invenire.

REGULA. Multiplica sinum arcus unius per sinum arcus alterius: Et sinum etiam complementi arcus unius per sinum complementi arcus alterius. Eo facto, si productum minus auferas à majore, & residuum radio dividas; habebis sinum cõplementi summę datorum duorum arcuum. Si vero productũ utrumq; componas, & cõpositum radio dividas; habebis sinũ complementi differentiæ datorum duorum arcuum.

RATIO REGULÆ. *Et hac regula habet duo membra. Primum sic demonstratur. Sit arcus majoris sinus recta* ◡*AB, vel illi æqualis DE, sinus complementi, recta BE.* ◡*Arcus minoris sinus, recta BC, sinus complementi recta CD, sinus summæ, recta* ◡*AC: sinus complementi summæ, recta CE. Radius recta BD. Quia igitur figura BCED, est figura quadrilatera circulo inscripta & diagoniis intersecta: ideo si multiplicem sinum complementi arcus AB, nempe rectam BE*

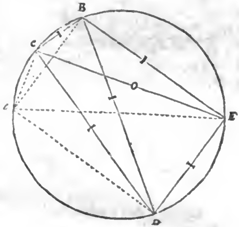


per sinum complementi arcus BC, nempe per rectam CD: habebo rectangulum diagoniorum æquale duobus rectangulis binorum oppositorum laterum per 54 primi. Quod si ergo porrò multiplicem sinum arcus BC per oppositum sinum arcus DE, qui æquatur arcui ◡*AB: & hoc rectangulum subtraham à rectangulo diagoniorum: restabit rectangulum reliquorum duorum laterum oppositorũ BD & CE, Quod rectangulum*

gulum si dividam per latus notum, nempe per radium BD, prodibit latus ignotum CE, sinus complementi summæ datorum duorum arcuum AB & BC. Quod demonstrandum erat.

Posterius membrum sic demonstratur.

Sit rursum arcus majoris sinus recta AB vel ED, sinus complementi recta BE. Arcus minoris sinus BC sinus complementi CD, Sinus differentiæ AC. Sinus cõplementi differentiæ CE, radius BD. Quia igitur figura CBED est figura quadrilatera circulo inscripta & diagoniis intersecta, ideo si bina quæq; latera opposita, nempe sinum BC per sinum DE; & sinum complementi BE per sinum complementi CD multiplicem, & producta componã, habebo rectangulum diagoniorum CE & BD. Quod si dividam



per latus notum, nempe per radium BD, prodibit latus ignotum CE, sinus complementi differentiæ datorum duorum arcuum AB & BC, nempe sinus cõplementi arcus AC. Quod & ipsum demonstrandũ erat.

Exemplum utriusq; membri.

Sint rursum,	arcus major AB	20 gr.
	arcus minor BC	15 gr.
	Summa	35 gr.
	Differentia	5 gr.

Sinus datorum arcuum & complementorum ſunt, ut ante.
Sinus AB. 3420201. Sinus AD vel BE 9396926
Sinus BC. 2588190. Sinus CD — 9659258
Multiplicentur AB per BC, & BE, per CD, & producta mutuo ſubtrahantur & componantur, radioq; dividantur: Et erunt:

Productum majus	*9076733*	*2640908*
Productum minus	*885213*	*0026190*
Differentia radio diviſa.	*8191520*	*Sinus complementi ſumma.*
Summa radio diviſa.	*9961946*	*Sinus complementi differentiæ.*

XXXIX. Hæc novem problemata, ſunt quaſi inſtrumenta, quorum adminiculo ſinus reliqui omnes ex ſinu toto deducuntur. Ordo deductionis commodiſſimus hic eſt. Primum inquirantur ſubtenſæ arcuum 60. gr. 30. gr. 10. gr. 2. gr. 1. gr. 20′. 10′. 2′. 1′. 20″. 10″. 2″. per problemata quintum, ſextum & ſeptimum. Item ſubtenſæ complementorum illorum arcuum per problema primum.

Nam iſta inquiſitio eſt omnium accuratiſſima: ut ſubtenſas illas jure principia Canonis Triangulorum appellare poſſis. Deinde ex ſemiſſibus illarum ſubtenſarum, hoc eſt, ex ſinibus arcuum 30.gr.15.gr.5.gr.1.gr.30′.10′.5′.1′.30″.10″.5″.1″.unà cum ſinibus complementorum eorundem arcuum, facilè reliquos ſinus omnes deduces, per problema ſecundum, octavum & nonum Per problema ſecundum, ſinum duorum graduum; item duorum ſcrupulorum primorum ac duorum, vel 20.ſecundorum, indagando: per octavum & nonum, ſinibus hactenus inventis continuè ſinum unius gradus, vel unius primi, vel decem ſecundorum vel etiam unius ſecundi, addendo: prout canonem contractiorem vel ampliorem habere volueris.

Ego dictas antea ſubtenſas graduum 60. 30. 15. &c. iſto quem notavi modo, inquiſivi in partibus radii 100000 00000 00000 00000 00000. Et ita inveni ut ſequitur.

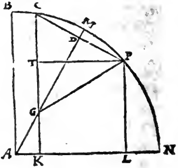
Arcus

Arcus	Subtensæ				
60. Grad.	1 00000	00000	00000	00000	00000
30. 0′. 0″	51763	80902	05041	52469	77977
10. 0. 0	17431	14854	95316	34711	61285
2. 0. 0	3490	48128	74567	02563	88379
1. 0. 0	1745	30709	96747	86992	97769
0. 20. 0	581	77559	68723	86884	86923
0. 10. 0	290	88810	61083	07015	25490
0. 2. 0	58	17764	09126	84919	27486
0. 1. 0	29	08882	07640	14734	29548
0. 0. 20	9	69627	36183	92296	70823
0. 0. 10	4	84813	68106	20557	04030
0. 0. 2		96962	73622	15273	56399
Semisses arcuum.	Semisses subtensarum.				
30. Grad.	50000	00000	00000	00000	00000
15 0′. 0″.	25881	90451	02520	76234	88988
5. 0. 0	8715	57427	47658	17355	80642
1. 0. 0	1745	24064	37283	51281	94189
0. 30. 0	872	65354	98373	93496	48884
0. 10. 0	290	88-79	84361	93412	43461
0. 5. 0	145	44405	30541	53507	62745
0. 1. 0	29	08882	04563	42459	63743
0. 0. 30	14	54441	03820	07367	14774
0. 0. 10	4	84813	68091	96148	35411
0. 0. 5	2	42406	84053	10278	52015
0. 0. 1		48481	36811	07636	78199

XL. Com-

XL. *Compendium ſinuum inſigne eſt in hoc theoremate.* Differentia ſinuum arcuum duorum à ſexaginta gradibus hinc inde pariter diſtantium, eſt æqualis ſinui diſtantiæ.

DECLARATIO. *Sint duo arcus CN & PN à 60 gradibus MN, h. e. à puncto M hinc inde pariter diſtantes. Sintq; ſinus illorum arcuum, recta CK, & PL in rectam AB perpendiculares per 3. c. 7. hujus: ac proinde invicem parallelæ, per 38. p. 1. Porro in rectam CK ducatur normalis PT, parallela recta KL per 38. p. 1. Hæc, recta PL de recta CK*



abſcindet æqualem TK per 39. p. 1. & relinquet differentiam ſinuum CK & PL rectam TC. Sinus deniq; diſtantiæ alteriutrius à 60. gradibus ſit recta CD vel DP. Dico: rectam TC rectæ CD vel DP eſſe æqualem.

DEMONSTRATIO. *Quia enim in Triangulo CGP perpendicularis GD biſecat baſin CP, per 7. hujus & per theſin. ideo latera GC & GP ſunt æqualia, per 23 p. 1. & anguli CGD & DGP itidem ſunt æquales, per eandem, & anguli deniq; GCP & GPC ſimiliter ſunt æquales, per 26. p. 1. Atqui angulus CGD eſt 30. partium: quippe æqualis angulo BAM, per 38 p. 1. Ergo angulus CGP eſt 60 partium: quippe ad angulum CGD duplus.*

Quia vero angulus CGP eſt 60 partium, ideo reliqui duo GCP, & GPC, ſimul ſumti, ſunt 120 partium, per 49. p. 1.

Atqui reliqui illi duo demonſtrati ſunt æquales. Ergo ſinguli eorum ſunt 60. partium.

Totidem autem partium erat etiam angulus CGP. Ergo Triangulum CGP eſt æquiangulum. Quia vero Triangulum CGP, eſt æquiangulum, ideo etiam eſt æquilaterum, per 28. p. 1.

Quia

Quia porro Triangulum CGP est æquilaterum, ideo perpendicularis PT bisecat basin CG per 23. p. 1.

Iam, latera CP & CG sunt æqualia.

Ergo etiam eorum bisegmenta CT & CD sunt æqualia. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIVM. *Datis igitur sinibus sexaginta quorumcunq; graduum, sinus reliquorum triginta graduum per solam vel additionem, vel subtractionem reperire licet.*

ILLUSTRATIO per numeros. *Sint arcus CN 70. PN 50. CM vel PM 10. graduum. Nam totidem gradibus arcus 70. & 50. graduum ab arcu 60. gra. hinc inde distant. Sintq; primum dati sinus 70. & 10. grad. Quæratur autem sinus 50. grad.*

De sinu 70. gr. CK —	9396926
Subtrahe sinum 10. gr. CD vel CT —	1736482
Et relinquetur sinus 50. gr. TK vel PL	7660444

Sint deinde dati sinus 70. & 50. graduum.

—*Quæratur autem sinus 10. graduum.*

De sinu 70. gr. CK —	9396926
Subtrahe sinum 50. gr. TK vel PL —	7660444
Et relinquetur sinus 10. gr. TC vel CD	1736482

Sint deniq; dati sinus 50. & 10 grad.

Ad sinum 50. grad. PL vel TK — —	7660444
Adde sinum 10. gr. DP vel TC —	1736482
Et fiet sinus 70. grad. CK — —	9396926

XLI. Atque hæc de condendis tabulis sinuum rectorum. Tabulis sinuum versorum non est opus: ut supra diximus.

XLII. Tabulæ tangentium & secantium ex tabulis sinuum rectorum ita deducuntur.

K *I. Vt si-*

I. Vt sinus complementi ad sinum arcus: ita radius ad tangentem arcus.

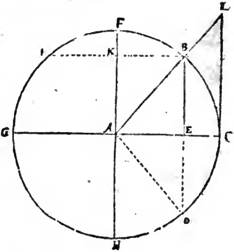
II. Vt sinus complementi ad radium: ita radius ad secantem arcus.

Nam per 46. pr. 1.

I. Vt AE ad EB. ita AC ad CL.

II. Vt ◡AE ad ◡AB, ita ◡AC ad ◡AL.

Exempli gratia, quarantur tangens & secans arcus BC. 30. gr.



Sinus 30. gr. est 5000000. BE.

Sinus comple. 60. gr. est 8660254. ◡AE.

Dico igitur

I. Vt ◡AE 8660254 ad BE 5000000, ita ◡AC. 10000000 ad CL 5773503.

Ergo tangens arcus 30. grad. est 5773503.

II. Vt ◡AE 8660254. ad ◡AB 10000000, ita ◡AC. 10000000 ad ◡AL. 11547005.

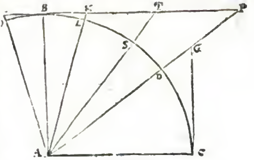
Ergo secans arcus 30. gr. est 11547005.

XLIII. *Compendia tangentium & secantium egregia sunt in sequentibus tribus Theorematibus.*

THEOREMA PRIMUM. Differentia tangentium duorum arcuum, quadrantem simul adimplentium, est dupla ad tangentem differentiæ arcuum.

DECLARATIO. *Sint duo arcus, quadrantem simul adimplentes, CD & BD, eorumq; tangentes CG & BP. Et arcui CD, statuatur æqualis arcus BS, unde apparebit differentia datorum arcuum CD vel BS &*

BS & BD arcus SD. Tangenti item CG statuatur aequalis tangens BT, unde apparebit differentia datarum tangentium CG vel BT & BP recta TP. Arcui denique SD statuantur aequales arcus BL & BO, quorum arcuum tangentes sint BK & BM. Dico rectam TP, differentiam nempe datarum duarum tangentium CG & BP, esse duplam ad rectam BK, tangentem differentiae datorum duorum arcuum. Vel quod idem est: dico, rectam TP esse aequalem rectae MK.



DEMONSTRATIO. *Si enim ab aequalibus auferas aequalia, quae restant sunt aequalia.*

Atqui rectae KP & MT sunt aequales.

Ergo si ab utraque auferas rectam KT, quae restabunt rectae TP, & MK aequales erunt.

Assumtio probatur. Nam quae eidem sunt aequalia: etiam inter sese sunt aequalia.

Atqui rectae KP & MT, eidem rectae KA, sunt aequales.

Ergo etiam inter sese sunt aequales.

Assumtio rursum probatur. Ac primum: quod recta KP sit aequalis rectae KA sic probatur.

Quia in Triangulo AKP anguli KAP & KPA sunt aequales.

Ergo etiam latera ipsis opposita, nempe latera KA & KP sunt aequalia, per 5. p. 1.

Quod autem anguli KAP & KPA inter se sint aequales: inde patet, quia eidem angulo DAC, sunt aequales.

Nam angulus KPA est aequalis angulo DAC, per 38 p. 1. Angulus verò KAP est aequalis eidē angulo DAC, per structurā. Arcus n. BL positus

est æqualis arcui SD differentia arcuum DC & BD. Angulus igitur BAL vel BAK est differentia inter angulos BAP & DAC. Cum igitur anguli KAP & KPA eidem angulo DAC sint æquales: etiam inter sese æquales esse necesse est.

Deinde quod recta MT sit æqualis rectæ KA, sive per structuram rectæ MA, sic probatur.

Quia in Triangulo AMT anguli MTA & MAT, sunt æquales, ergo etiam latera ipsis opposita, nempe latera MT & MA sunt æqualia, per 5.p.1. Quod autem anguli MTA & MAT, sint æquales, inde patet. Quia angulus MTA est æqualis angulo TAC, per 38.p.1. Angulus autem TAC est æqualis angulo TAM per structuram. Arcus enim CS & SO positi sunt æquales. Eadem est ratio, si differentia BL, sit major dimidio complemento BS. Tantum literæ L & S, item K & T transponuntur. In genere igitur differentia tangentium duorum arcuum quadrantem simul adimplentium, est dupla ad tangentem differentiæ arcuum. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIUM. Datis igitur tangentibus duorum arcuum, quadrantem simul adimplementium, datur etiam tangens differentiæ duorum illorum arcuum. *Et contra*: Data tangente differentiæ hujusmodi duorum arcuum, unà cum tangente arcus alterutrius, datur etiã tangens arcus alterius.

APPENDIX.

Hoc theorema etiam sic proponi potest. Dupla tangens arcus, cum tangente dimidii complementi, est æqualis tangenti arcus ex arcu dato & dimidio ejus complemento compositi.

Nam, si pro arcu dato habeatur arcus BL, dupla ejus tangens erit TP, per demonstrationem antecedentem: Complementum verò arcus BL, erit arcus LC, cujus dimidium est arcus LD, vel DC, cujus tangens est recta GC vel BT. Atqui TP, conjuncta cum BT efficit BP, tangentem

gentem arcus BD, ex arcu dato BL & dimidio complemento LD compositi: Ergo, &c.

XLIV. THEOREMA SECUNDUM. Tangens differentiæ duorum arcuum, quadrantem simul adimplentium, cum tangente arcus minoris, constituit secantem differentiæ.

Vt tangens differentiæ BL vel BO, nempe recta BK vel BM, cum tangente arcus minoris DC vel BS, hoc est, cum recta BT, constituit rectam MT, quæ est æqualis rectæ AK, secanti differentiæ BL, per primi theorematis demonstrationem.

CONSECTARIUM. Data igitur tangente differentiæ duorum arcuum quadrantem simul adimplentium, & tangente arcus minoris, datur etiam secans differentiæ. *Et contra, &c.*

APPENDIX.

Hoc theorema etiam sic proponi potest. Tangens arcus cum tangente dimidii complementi est æqualis secanti arcus. *Nam si pro arcu dato habeas arcum BL & BO, tangens arcus dati erit BM: tangens dimidii complementi erit BT, quæ duo tangentes simul sumtæ, componunt rectam MT. Atqui recta MT æquatur rectæ AK per primi theorematis demonstrationem, Quæ recta AK est secans arcus dati BL, per structuram. Ergo, &c.*

XLV. THEOREMA TERTIUM. Tangens differentiæ duorum arcuum quadrantem simul adimplentium, cum secante ejusdem differentiæ, est æqualis tangenti arcus majoris.

Vt tangens arcus BL, differentiæ duorum arcuum quadrantem simul adimplentium BD & DC, cum secante ejusdem arcus BL, hoc est,

recta BK, cum recta AK, est æqualis rectæ BP. Per demonstrationem primi problematis.

CONSECTARIUM. Data igitur tangente differentiæ duorum arcuum Quadrantẽ simul adimplentiũ cum secante ejusdem differentiæ datur tangens majoris arcus: *& contra, &c.*

APPENDIX.

Hoc theorema etiam sic proponi potest. Tangens arcus, cum secante ejusdem, est æqualis tangenti arcus ex arcu dato & dimidio complemento compositi.

Nam, si pro arcu dato habeas arcum BL, tangens arcus dati erit BK, secans AK. Atqui rectæ AK, & KP æquantur: Per primi theorematis demonstrationem. Ergo tangens arcus dati BL nempe recta BK, cum secante ejusdem arcus, AK, est æqualis rectæ BP, quæ est tangens arcus BD, ex arcu dato BL & dimidio complemento LD, compositi.

XLVI. Exempla præcedentium trium theorematum habes in subjecta tabella.

Tangens

	Tangẽs 3''0 1454		
89. 59 1	34377466738 2909	34377468192	
89. 58 2	34377463829 17188731914 5818	4 17188734823	Ex ſubtr. Ex add.
89. 56 4	17188726096 8594363048 11635	8594368866	
89. 52 8	8594351413 4297175706 23271	2 4297187341	Ex ſubtr. Ex add.
89. 44 16	4297152435 2548576217 46542	9 2148599488	Ex ſubtr. Ex add.
89. 28 32	2148529675 1074264837 93087	80 1074311379	Ex ſubtr. Ex add.
88. 56 1. 4	1074171750 537085875 186190	537178962	
87. 52 2. 8	536899685 268449842 372509	3 268636032	Ex ſubtr. Ex add.
85. 44 4 16	268077333 134038666 746053	6 134411175	Ex ſubtr. Ex add.
81. 28 8. 32	133292613 66646306 1500458	60 67392359	Ex ſubtr. Ex add.
72. 56 17 4	65145848 32572924 3070034	34073382	
55. 52 34. 8	29502890 14751445 6778997	17821479	
21. 44 68. 16	7972448 3986224	10765221	

In qua tabella, primum datis tangentibus duorum arcuum, quadrantem simul adimplentium, nempe arcus 8 gr. 9.59'. & arcus 1'. investigata est tangens differentiæ 8. gr. 9.58'. Et porro ex data hac tangente atq; tangente arcus quadrantem complentis 2'. investigata est tangens differentiæ 8. gr. 9.56'. Atq; ita deinceps, usq; dum complementum subscriptum ab arcu suprascripto amplius subtrahi non potuit, quod factum est ad arcum 2. gr. 1. 44'. cujus complementum est 6. gr. 8. 16'. quod ab arcu 2. gr. 1. 4'4. subtrahi non potest. Sic inquam tangentes omnes inquisitæ sunt per theorema primum. Deinde secantes arcuum eorundem præter primam omnes inquisitæ sunt, continuè addendo tangentem differentiæ ad tangentem arcus minoris, per theorema secundum: vel subtrahendo tangentem differentiæ à tangente arcus majoris, per theorema tertium. Prima autem secans inquisita est, ad tangentem arcus dati 8. gr. 9. 1'. addendo tangentem dimidii complementi, nempe 30. secundorum, per theorema secundum.

Quod si extra hanc exemplorum continuationem, v.g. ex data tangente arcus 21. grad. 44'. & dimidii complementi 34. gr. 8. min. inquirenda fuisset tangens arcus, ex dato arcu 21. grad. 44'. & dimidio complemento 34. grad. 8'. compositi, nempe arcus. 55. gr. 52'. adhibenda fuisset appendix primi theorematis.

Si verò ex datis iisdem tangentibus, arcus, 21. gr. 44'. & dimidii complementi 34. gr. 8'. inquirenda fuisset secans arcus 21. gr. 44'. adhibenda fuisset appendix secundi theorematis.

Si deniq; ex tangente & secante arcus 21. gr. 44'. inquirenda fuisset tangens arcus ex arcu dato 21. gr. 44'. & dimidio complemento 34. gr. 8'. compositi, nempe arcus 55. grad. 52. adhibenda fuisset appendix tertii theorematis.

XLVII. Atq; hæc de constructione Canonis. Examen Canonis jam constructi fieri potest variis modis: nempe vel per ha-

per hactenus explicata construendi canonis præcepta, & cõpendia: vel per differentias sinuum, tangentium & secantium primas, secundas, tertias, &c.

XLVIII. Quocunq; autem modo examen illud instituatur, fieri potest, ut numerus aliquis in fine falsus esse videatur, qui tamen falsus non sit. *Vt, si sequentes tangentes examines per 41. p. hujus: hoc modo.*

77.gr.29.prim.Tangens.	45045072.
12.gr.31.prim.Tangens.	2219999.
	42825073.
64.gr.58.prim.Tangens.	21412536.

Vltima Tangens 21412536. quoad ultimam notam non respondebit tangenti in Canone positæ. Nam ibi ultimo loco est 7. Et tamen nullus error in his tribus tangentibus inest. Causa autem cur tangens 21412536 per hoc examen proveniat justo minor, hæc est: quia tangens 2219999. fuit justo maior. Nimium igitur subtraxit à tangente 45045072. Quod si ponas pro tangente 2219999. tangentem 2219998. erit hæc justo minor. Vltima autem tangens 21412537. proveniet justo major. Ob talem igitur discrepantiam, quæ evitari nullo modo potest, nullus Canon est erroris arguendus.

XLIX. In reliquis notis, præter ultimam, si quis error insit, per differentias primas, secundas, tertias, &c. facilimè deprehendi potest. *Sit fortè in Canone Tangens 77.gr.20.prim. ita posita. 44494381. & sit suspicio, inesse illi aliquem errorem. Pone ordine aliquot tangentes, cum suis differentiis primis, secundis, tertiis: hoc modo:*

12 Grad.	Tang.	Differ. I.	Differ. II.	Differ. III.	
31. *prim.*	45045072				29
32 —	44983221	61851			28
33 —	44921532	61689	162		27
34 —	44860004	61528	161	1	26
35 —	44798636	61368	160	1	25
36 —	44737428	61208	160	0	24
37 —	44676379	61049	159	1	23
38 —	44615489	60890	159	0	22
39 —	44554756	60733	157	2	21
40 —	44494381	60375	358	0—1	20
41 —	44433762	60619	-56	2	19
42 —	44373499	60263	356	0	18
43 —	44313392	60107	156	0	17 *prim.*
					77 *Grad.*

Statim videbis, vel ex differentiis primis, vel certè ex secundis, numerum 44494381. tertio à dextris loco falsum esse, quia in differentiis secundis post 157. sequitur 358. quod non potest non esse falsum. Igitur pro 358. pone 158. Et 158. subtrahe de differentia prima proximè antecedente 60733. & restabit differentia prima subsequens 60575. quam si subtraxeris de tangente antecedente 44554756. restabit tangens desiderata 44494181. Et sic error emendatus erit: numeriq; ita sese invicem consequentur.

39	44554756	60733	157	2
40	44494181	60575	158	0—1
41	44433762	60419	156	2
42	44373499	60263	156	0
43	44313392	60107	156	0

L. Dispositio Canonis aliis alia placet. Nobis ea visa est commodissima, quam vides. In qua sinus tangentes & secantes arcuum semiquadrante minorum in facie sinistra: Sinus vero tangentes & secantes arcuum semiquadrante majorum in dextra facie Canonis collocatæ sunt: ut sive arcus semi-

quadran-

quadrante minor sive major in quæstionem veniat, ejus complementum è regione statim sese offerat. Et sinus quidem tangentes ac secantes arcuum semiquadrante minorum, unà cum arcubus suis crescunt descendendo: Sinus vero tangentes & secantes arcuum semiquadrante majorum unà cum arcubus suis crescunt ascendendo, per singula scrupula prima: excepto primo gradu, ejusque complemento: ubi etjam scrupula secunda, vel singula, vel bina, vel dena adhibuimus: quia aliter calculus in scrupulis secundis infallibilis ibi haberi nequit.

Loco differentiarum posuimus partem proportionalem, vel singulorum, vel denorum secundorum: compendiosioris calculi gratia. Addidimus etiam incrementa, quibus partes proportionales inæquales, vel per singula, vel per dena scrupula secunda crescerent; ad majorem præcisionem assequendam.

Radium assumsimus pro necessitate varium. Nempe, vel quinq;, vel septem, vel octo, vel novem, vel decem, vel undecim, vel etiam duodecim notarum. Quam varietatem prudens logista facilè conciliabit: semper tantæ magnitudinis radium ad calculum adhibendo, ad quantæ magnitudinis radium quilibet in canone numerus factus sit. Quod ut statim appareat, sinus tangentes & secantes ad radium 100000. factos, à cæteris, quàm pro isto radio majoribus puncto interjecto ubiq; discrevimus. Imò, ubi plusquam decem notarum est radius, etiam alterum punctum interjecimus: quo sinus tangentes & secantes radii decem notarum à sinibus tangentibus & secantibus majoribus è vestigio discerni dignoscique possent. Ubi nullus numerus post punctum apparet, ibi radius tantum est quinque notarum. (100000.) ut in omnibus tangentibus & secantibus postremorum quinq; graduum.

LI. Usus Canonis in genere hic est, ut uniuscujusq; arcus, vel anguli dati, (modo 90. gradus non excedat) Sinum tangentem & secantem, unà cum sinu tangente & secante complementi: aut contrà, uniuscuiusque sinus tangentis, aut secantis datæ arcum inde promptè excerpere, & sic in calculo triangulorum sine remora progredi possis.

Vt, si arcus, vel anguli 30. graduum, vel ejus complementi quæratur sinus tangens, secans, dabuntur ista omnia de Canone sic, ad radium 10000000.

Arcus 30. grad.		*Complementi.*	
Sinus.	5000000.	*Sinus.*	8660254.
Tangens.	5773503.	*Tangens.*	17320508.
Secans.	11547005.	*Secans.*	20000000.

Contra:

Si data tangente 5773503. quæratur, quantus arcus, vel angulus illi competat, respondebit Canon, competere illi tangenti arcum, vel angulum 30. gr. Et simul in altero Canonis margine ostendet hujus arcus, vel anguli complementum esse arcum, vel angulum 60. graduum.

LII. Quod si fortè scrupula secunda primis adhæserint, & illa etiam ad calculum adhibere libeat, ita procedes, ut sequentia exempla te docebunt.

Exemplum primum. Sit inquirendus sinus 12. gr. 6. prim. 23. sec. Sume initio de tabulis sinum 12. gr. 6. prim. qui est 2096186. Deinde per partem proportionalem collige, quantum reliquis 23. secundis competat, dicendo:

10''. *dant* 474 *particulas: quid dant* 23''?

```
      23
  --------
    1422
    948
  --------
 ℞ 1090|2
```

Deniq;

Deniq; ad prim datum Sinum	—	2096186
Adde partem proportionalem jam inventam		1090
Et habebis Sinum desideratum	—	2097276

Secundum Exemplum. Sit inquirenda tangens arcus 88. gr. 51. primorum, 34. secundorum. Principio desumes ex tabulis tangentem 88. gr. 51. prim. quæ tangens ad radium 100000. est 4981573. Deinde partem proportionalem 34. secundorum ita colliges.

PP. 10. secundorum.	—	12065. A.	*Hoc adde continue, primum ad A. deinde ad B. tertio ad C. & habebis A, B. C. pro 30. secundis. D. verò si multiplicaveris per 4. & ultimam notam abscideris, habebis 4897. pro reliquis 4 secundis. Iam adde A, B, C, E, & invenies F.*
Incrementum	—	59	
10. secund.	—	12124. B.	
10. secund.	—	12183. C.	
10. secund.	—	12242. D.	
4. secund.	— —	4897. E	
34. secund.	—	41269 F.	
Ad F. adde tangentem		4981573	
Et habebis tangentem desideratam		5022842	

Tertium Exemplum. Sit inquirenda tangens 89. gr. 39. prim 24. sec. Procede sic.

Tangens 89. gr. 39. prim. 20. sec.		16634058. A.	*Hoc adde continue ad B, C & D. ut invenias C, D & E. Deniq; in unam summam collige ABCDE.*
	1. sec.	13452. B.	
	Incrementum.	22	
	1 sec.	13447. C.	
	1. sec.	13469. D	
	1. sec.	13491. E.	
Et habebis tangentem desideratam		16687890.	

Vel brevius. Multiplica partem proportionalem unius secundi per 4. & incrementum per tot unitates, quot sunt in progressione quatuor locorum: hoc est, per 6. (Nam talis est quatuor locorum progressio, 0, 1, 2, 3. in qua progressione sunt 6, unitates) & habebis eandem tangentem hoc modo:

Tangens	—	16634058. *A.*
PP. 1. sec.	— —	8 9 5 9 5 *multiplica per* 4.
		53700 B.
Incrementum.	— —	22 *multiplica per* 6.
		132. C. *Adde A, B, & C. Et habebis*
Tangentem desideratam	—	16687890. *ad radium* 100000.

LIII. Sin contrà datus sit aliquis sinus, aut tangens, aut secans, cujus arcum etiam in scrupulis secundis præcise colligere volueris: sic procedes, ut sequentia exempla te docebunt.

Primum Exemplum. Sit datus sinus 2097276. ad radium 10000000. Quæratur autem quantus ei arcus competat.

Principio inquires in tabulis sinum proximè minorem, & eum à sinu dato subtrahes, & arcum ipsi competentem annotabis.

Deinde ex residuo scrupula secunda colliges hoc modo:

Sinus datus.	— —	2097276
Sinus proximè minor	—	2096186 *Arcus* 12. *gr* 6.
		1090. *Residuum.*
		474. *PP.* 10. *Sec. in tabulis.*

Iam, 474. partes dant 10. secunda, quid dant 1090. partes?

10900
474 (2
948 ℞. 23. *ferè.*
1420 (3. *ferè*
474
1422

Ergo arcus quæsitus est 12. gr. 6. prim. 23. sec.

Secundum Exemplum. Sit data tangens 5022830. ad radium 100000. *quæratur autem arcus illi competens. Primò rursum inquires in tabulis tangentem proximè minorem, & arcum ei competentem.*

Tùm

Tùm subtrahes tangentem istam minorem à tangente data: & ex residuo scrupula secunda colliges hoc modo:

Tangens data	—		5022839.
Tangens proxime minor	—		4981573. *Arcus* 88. *gr.* 51'.
			41266. *residuum.*
			12065. (10. *sec.*
10''	—	12065	29201. *residuum.*
Increm.	—	59	12124. (10. *sec.*
10''	—	12124	17077. *residuum.*
10	—	12183	12183 (10. *sec.*
10	—	12242	4894. *residuum.*
1''	—	1224	1224. (1. *sec.* Iam 1224. *in* 4896. 4894. *habetur quater fere. Nam quater* 1224 *facit* 4896.

Ergo arcus datæ tangenti competens est 88 grad. 51'.34''.

Tertium Exemplum. Sit data tangens 16687890. ad radium 100000. *Quæratur autem, quantus illi arcus competat. Procedes hoc modo:*

Tangens data	—	16687890.
Tangens proxime minor	—	16634058. *Arcus* 89. *gr.* 39'. 20''.
Residuum	—	53832.
PP. unius sec.	—	13425. *A*
Incrementum	—	22. *Hoc adde ad A, & B, & C.*
		13447. *B.*
		13469. *C.*
		13491. *D. Iam adde A, B, C, & D.*
Fit	—	53832. *pro* 4. *secundis.*

Ergo arcus tangenti datæ competens est 89. gr. 39'. 24.

LIV. Hoc

LIV. Hoc modo per Canonem iſtum ad ſingula ſcrupula ſecunda abſque omni errore in calculo trigonometrico pervenire poteris. Et in primo quidem ac poſtremo gradu certiùs, quàm per magnum Canonem Rhetici: In cæteris verò omnibus, Canon Rhetici præſtat. Nam & citius per illum operari: & non tantum ſcrupula ſecunda: verum etiam tertia & quarta, ex illo infallibiliter colligere poteris.

Itaque ſi ſapies & tantum æris habebis,
iſtum Canonem omnino tibi
comparabis.

BAR-

BARTHOLOMÆI
Pitisci Grunbergensis
TRIGONOMETRIÆ
Liber Tertius.

De dimensione Triangulorum planorum.

Hactenus de principiis Trigonometriæ, & de tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium, ad Trigonometriam exercendam necessariis. Nunc sequitur ipsa illa Trigonometria, sive dimensio Triangulorum, tàm planorum, quam Sphæricorum. In qua utraque explicanda: quia non aliter, quàm per regulam proportionum absolvitur: ut supra dictum fuit: principiò quidem axiomata quædam trademus, ex quibus intelligatur, quæ proportiones quibus Triangulis, Triangulorumve partibus insint: quæ axiomata idcirco Axiomata Proportionum appellare libet. Deinde verò ostendemus, quomodo axiomata illa ad usum applicari debeant, sive, quomodo beneficio paucorum illorum axiomatum quodlibet quæsitum, in quovis Triangulo proposito, ex quibusvis tribus datis, quàm citissimè reperiri possit.

Axiomata proportionum in Triangulis planis existentium præcipua, & ad omnem eorum solutionem abunde sufficientia, præter aureum illud totius trigonometriæ fundamentum, quod libro primo, propositione 46. explicavimus, sunt quatuor.

AXIOMA PRIMUM.

In triangulis planis rectangulis:

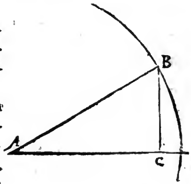
Unumquodque latus pro radio poni poteſt, ad canonem triangulorum convenienter.

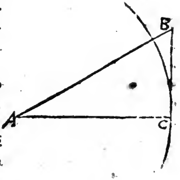
Nam

Si latus ſubtendens rectum ponas pro radio: latera includentia rectum ſunt ſinus acutorum ipſis oppoſitorum.

Si majus includentium rectum ponas pro radio: minus includentium rectum eſt tangens; ſubtendens rectum, ſecans; acuti minoris.

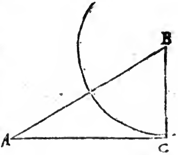
Si minus includentium rectum ponas pro radio, majus includentium rectum eſt tangens; ſubtendens rectum, ſecans; acuti majoris.





Vt in triangulo plano rectangulo ABC: Si latus ſubtendens rectum ◡AB, ponas pro radio: latus minus includentium rectum BC, eſt ſinus oppoſiti acuti minoris BAC: latus majus includentium rectum ◡AC, eſt ſinus oppoſiti acuti majoris ◡ABC.

Si verò latus maius includentium rectum ◡AC, ponas pro radio: latus minus includentium rectum BC, eſt tangens oppoſiti acuti minoris BAC: ſubtendens rectum ◡AB, eſt ejuſdem acuti ſecans.



Si deniq; latus minus includentium rectum BC, ponas pro radio: latus ma-

jus in-

jus includentium rectum ◡*AC, est tangens oppositi acuti majoris ABC: subtendens rectum* ◡*AB, est ejusdem acuti secans.*

Omnia per definitiones sinuum tangentium & secantium, libro secundo traditas.

Consectarium primum.

Itaq; in triangulis planis rectangulis:

Datis angulis datur ratio laterum tripliciter: *Et per consequens,*

Dato præter angulos unico latere, datur reliquorum laterum quodlibet triplici proportione: *prout scilicet, vel hoc, vel illud, vel tertium latus pro radio posueris.*

Vt, in triangulo plano rectangulo proposito ◡*ABC. Datis angulis, ad* ◡*A, 30. gr. 20. sc. atq; adeo ad B, 59. gr. 40. (Nam alter acutorum est alterius complementum, per 32. p. 1. Itaq; in triangulis planis rectangulis, dato unico acutorum, omnes anguli dati sunt) Datis inquam angulis ad A, 30. gr. 20'. & ad B, 59. gr. 40'. datur ratio laterum.*

Vel sic:

AB, radius	10000000
BC, sinus acuti BAC	5050298
AC, sinus acuti ABC	8631019.

Vel sic:

AC, radius	10000000
BC, tangens acuti BAC	5851335
AB, secans ejusdem acuti	11586118.

Vel deniq; sic:

BC, radius	10000000
AC, tangens acuti ABC	17090116
AB, secans eiusdem acuti	19800810.

Hoc est:

Ostenditur per canonem triangulorum, quod latus ◡*AB, verbi gratiâ, sese habeat ad latus BC,*

Vel:

Vt AB, 10000000 *ad BC,* 5050298.

Vel:

Vt AB, 11586118 *ad BC,* 5851335.

Vel deniq;:

Vt AB. 19800810 *ad BC.* 10000000. *Et sic de cæteris.*

Dato igitur, præter angulos hoc modo datos, latere AB, 24 pedum: si quæratur latus BC, quot pedum? dixero.

Vel:

Vt AB, radius 10000000 *ad BC, sin.* 5050298.
ita AB, latus 24. *ped. ad* BC $12\frac{1207152}{10000000}$ *ped.*

Vel:

Vt AB, secans 11586118 *ad BC, tang.* 5851335.
ita AB, latus 24. *ped. ad* BC $12\frac{1398624}{11586118}$ *ped.*

Vel deniq;:

Vt AB, secans compl. 19800810 *ad BC rad.* 10000000.
ita AB, latus 24. *ped. ad* BC $12\frac{2390280}{19800810}$ *ped.*

Sic, si dato eodem latere AB, 24. ped. quæratur latus AC, quot pedum? dixero.

Vel:

Vt AB, radius 10000000 *ad AC, sin* 8631019.
ita AB, latus 24. *ped. ad AC* $20\frac{7144456}{10000000}$ *ped.*

Vel:

Vt AB, secans 11586118. *ad AC, rad.* 10000000.
ita AB, latus 24. *ped. ad AC* $20\frac{8277640}{11586118}$ *ped.*

Vel deniq;:

Vt AB, secans compl 19800810 *ad AC, tang* 17090116.
ita AB, 24. *ped. ad AC,* $20\frac{14146584}{19800810}$ *ped.*

¶ Sic si dato latere AC, $20\frac{7144456}{10000000}$ pedum, quæratur latus BC, quot pedum? dixero.

Vel:

Vel:

Vt AC, sin. 8631019. *ad BC, sin.* 5050298.
ita AC, $20\frac{7144456}{10000000}$ *ped. ad BC,* $12\frac{1041895}{8631019}$ *ped.*

Vel:

Vt AC, radius 10000000 *ad BC, tang.* 5851335.
ita AC, $20\frac{7144456}{10000000}$ *ped. ad BC,* $12\frac{1307160}{10000000}$ *ped.*

Vel deniq;:

Vt AC, tangens compl. 17090116. *ad BC, rad.* 10000000.
ita AC, $20\frac{7144456}{10000000}$ *ped. ad BC,* $12\frac{2063054}{17090116}$ *ped.*

Prudens autem logista in serio trigonometriæ usu semper eam proportionem ad calculum adhibebit, quæ habeat radium primo loco: ad molestum divisionis laborem evitandum.

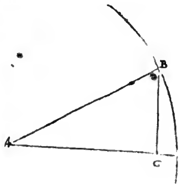
Consectarium secundum.

Datis duobus quibuscunq; lateribus, datur uterque acutorum, duplici proportione: prout scilicet vel hoc vel illud datorum duorum laterum pro radio posueris.

Vt, in triangulo plano rectangulo ◡ABC, Si dentur duo latera rectũ non includentia, ◡AB, & BC: illud 5. hoc 3. pedum: quærantur autem acuti ad ◡A & B, dixero.

Vel:

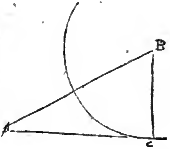
Vt ◡AB, 5. ped. ad BC, 3. ped. ita ◡AB, rad. 10000000 ad BC, sinum anguli BAC, 6000000, cui sinui in sinistro canonis margine respondet angulus BAC, 36. grad. 52. 12. & in dextro margine sinus complementi ◡ABC, 53 gr. 7'. 49''.



Vel:

Vel:

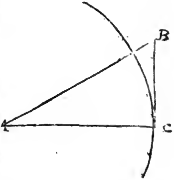
Vt BC, 3. ped. ad ∠AB, 5. ped. ita BC, rad. 10000000. ad ∠AB, ſecantem anguli ∠ABC, 16666666, cui ſecanti in dextro canonis margine reſpondet angulus 53. gr. 7'. 48". & in ſiniſtro margine angulus complementi 36. gr. 52'. 12".



¶ *Sic, in eodem triangulo plano rectangulo ∠ABC. Si dentur duo latera circa rectum ∠AC, & BC, illud 4. hoc 3. pedum: quærantur autem acuti ad ∠A & B. dixero.*

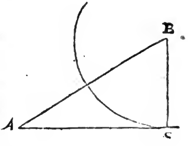
Vel:

Vt ∠AC, 4. ped. ad BC, 3. ped. ita AC, radius 10000000. ad BC, tangentem anguli BAC, 7500000, cui tangenti in ſiniſtro Canonis margine reſpondet angulus BAC, 36. gr. 52'. 12". Et in dextro margine angulus complementi 53. gr. 7'. 48".



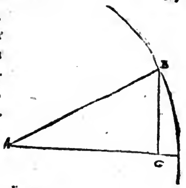
Vel:

Vt BC, 3. ped. ad ∠AC, 4. ped. ita BC, radius 10000000. ad ∠AC, tangentem anguli ∠ABC, 13333333. Cui tangenti in dextro Canonis margine reſpondet angulus ∠ABC, 53. gr. 7'. 48". Et in ſiniſtro margine angulus complementi 36. grad. 52'. 12".



NOTA. Antequam tabulæ tangentium repertæ eſſent, datis duobus lateribus circa rectum, anguli acuti cum latere tertio

tertio ita inveniebantur. Primum quadrabantur latera circa rectum AC, & BC. Et è summa duorum illorum quadratorum extrahebatur radix: quæ radix erat latus AB, per penultimam primi Euclidis, h. e, per 50. primi nostri.



Deinde habito latere AB, ita dicebatur:

Ut AB, latus ad BC, latus: ita AB radius ad BC, sinum anguli BAC: quo noto notus erat etiam angulus ABC. Nunc istis ambagibus non est opus.

AXIOMA SECUNDUM.

In triangulis planis universis.

Latera se habent adinvicem, ut sinus angulorum ipsis oppositorum.

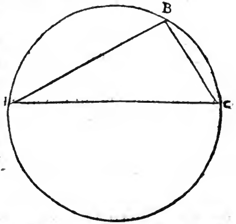
Sinus enim sunt semisses subtensarum. Atqui latera trianguli plani cujusvis habent se adinvicem, ut subtensæ angulorum ipsis oppositorum. *Ergo etiam ut semisses subtensarum. Nam, quæ est ratio totius ad totum, eadem est ratio dimidii ad dimidium: ut libro secundo, propositione 19. ostendimus: & natura ipsa dictat.*

Caterùm, quod latera cujusvis trianguli plani se habeant ad invicem, ut subtensæ angulorum ipsis oppositorum, *inde patet: quia cuivis triangulo plano circulus circumscribi potest: Centro ex tribus trium angulorum punctis inquisito.*

Quod si fiat, latera trianguli plani jam reipsa sunt subtensæ angulorum ipsis oppositorum: hoc est, arcuum, qui angulos illos obeunt, & sunt duplæ eorum mensuræ: per 53. p. 1.

Ut, si

Vt, si triangulo plano ABC, circumscribatur circulus ABC, latus AB, fit subtensa anguli ACB, hoc est, arcus AB, qui angulum ACB, obit. Latus BC, fit subtensa anguli BAC, hoc est, arcus BC, qui angulum BAC, obit. Latus denique AC, fit subtensa anguli ABC, hoc est, arcus AC, qui angulum ABC, obit.



Ergo latus AB, habet se ad latus BC: ut subtensa anguli ACB, ad subtensam anguli BAC, &c. quod demonstrandum erat.

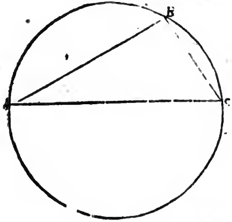
CONSECTARIUM PRIMUM.

Datis igitur angulis, datur ratio laterum.

Et per consequens:

Dato præter angulos unico latere, datur reliquorum laterum quodlibet.

Vt, in triangulo plano obliquangulo ABC, datis angulis ad A, 20. gr. 10'. ad C, 60. gr. 23'. atque adeo ad B, 99. gr. 27'. per 3. consf. 49. prop. 1. data est ratio laterum hoc modo:



AB,

AB, 8693512. sinus anguli ACB, 60. gr. 23'.

BC, 3447521. sinus anguli BAC, 20. gr. 10'.

AC, 9864292. sinus anguli ABC, 99. gr. 27'. sive complementi ad semicirculum. 80 gr. 33'.

Quod si ergo praeterea detur latus unum, v. g. latus AB, 34. pedum: dabuntur etiam latera reliqua BC, & ⌣AC. Nam

I. Vt ⌣AB, 8693512. ad BC, 3447521.
ita ⌣AB, 34. ped. ad BC, $13\frac{4200058}{8693512}$ ped.

Item:

II. Vt ⌣AB, 8693512. ad ⌣AC, 9864292.
ita ⌣AB, 34. ped. ad ⌣AC, $38\frac{5032472}{8693512}$ ped.

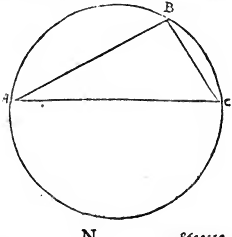
Vel transpositis terminis intermediis.

I. Vt ⌣ACB, 8693512. ad ⌣AB, 34. ped. ita BAC, 3447521. ad BC, $13\frac{42}{87}$ ped:

II. Vt ⌣ACB, 8693512. ad ⌣AB, 34. ped. ita ABC, 9864292. ad ⌣AC, $38\frac{50}{87}$ ped.

CONSECTARIUM SECUNDUM.

Datis duobus lateribus cum angulo uni eorum opposito, datur etiam angulus alteri eorum oppositus.



Vt, in praedicto triangulo obliquangulo ABC, datis duobus lateribus, AB, 34. ped. & BC, $13\frac{4200058}{8693512}$ ped. cum angulo ACB, uni datorum laterum, nempe lateri AB, opposito, 60 grad. 23'. dabitur etiam angulus BAC, alteri datorum laterum, nempe lateri BC, oppositus. Nam per datum angulum ACB, 60. gr. 23'. datus est sinus illius anguli ⌣AB, 8693512.

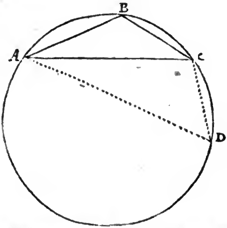
8693512. Dico igitur: Vt ◡AB, latus 34. ped. ad BC, latus $13\frac{4200058}{8693513}$ *ped. ita ◡AB, ſinus anguli ◡ACB, 8693512. ad BC, ſinum anguli BAC, 3447521.*

Vel tranſpoſitis terminis intermediis.

Vt ◡AB, 34. ped. ad ◡ACB, 8693512. ita BC, $13\frac{4200058}{8693512}$ *ped. ad BAC, 3447521.*

Cui ſinui in ſiniſtro Canonis margine reſpondet angulus 20. grad. 10′. Ergo angulus BAC, eſt 20. gr 10′.

NOTA. In uſu hujus conſectarii ambiguitas incidere poteſt: Si videlicet dentur duo latera, quorum alterum ſit latus maximum; unà cum angulo, minori datorum laterum oppoſito: & quæratur angulus maximo datorum laterum oppoſitus. Quia enim is angulus poteſt eſſe, vel acutus, vel obtuſus: utriuslibet autem ſinus eſt idem: per 1. conſ. 12. p. 2. invento ſinu anguli quæſiti, dubium eſt, an is ſinus indicet angulum acutum, an obtuſum.



Vt, in triangulo obliquangulo ◡ABC, ſi dentur duo latera ◡AC, 22. ped. & BC, 10. ped. unà cum angulo BAC, 24. gr. 50′. 10″. & quæratur angulus ◡ABC, maximo lateri ◡AC, oppoſitus: Si dixero.

Vt latus

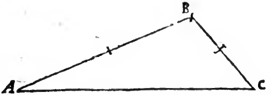
Vt latus BC, 10 ped. ad latus ◡AC, 22. pedum: ita BC, sinus anguli BAC, 4200241. ad ◡AC, sinum anguli ◡ABC, promptè quidem invenero sinum AC, 9240530. ◡At, quia is sinus, est sinus & acuti ADC, 67.gr.31'.34". quem arcus ABC. obit; & obtusi, ◡ABC, 112.gr.28'.26". quem arcus ◡ADC obit: dubium est, an angulus, per sinum illum indicatus sit obtusus 112.gr.28'.26". an acutus 67.grad.31'.34". Neq; aliter dubium hoc tolli potest, quàm, si præter reliqua tria data. (quæ non minus in acutangulo ADC, quàm in obtusangulo ABC, inesse possunt: positis nimirum lateribus BC & DC, atque adeo etiam angulis BAC & DAC, æqualibus) simul etiam hoc detur, vel ex accurata trianguli solvendi delineatione perspiciatur, utrum angulus quæsitus sit obtusus, an acutus.

AXIOMA TERTIUM.

In Triangulis planis universis:

Ut summa duorum laterum ad differentiam eorundem: ita tangens dimidii summæ duorum angulorum oppositorum, ad tangentem differentiæ infra, vel supra dimidium.

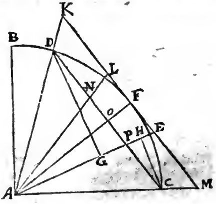
DECLARATIO. *In Triangulo plano obliquangulo ◡ABC, dico tangentem dimidii summæ duorum angulorum ad ◡A & B, esse ad tangentem differentiæ anguli B, supra, & anguli ◡A, infra dimidium: Vt*



est summa duorum laterum BC, & ◡AC, angulis illis oppositorum, ad differentiam eorundem.

DEMONSTRATIO. *Descripto enim quadrante ABC, statuantur anguli DAE, & EAC, angulis prioris schematis ◡ABC, & BAC, æquales, ◡Ac proinde, sit summa duorum illorum angulorum, angulus*

DAC. Dimidium illius summæ sit DAF, vel FAC. Differentia anguli DAE, supra dimidium DAF, vel anguli EAC, infra dimidium FAC, sit angulus FAE. Subtensa summæ duorum angulorum sit recta DC. Sinus anguli majoris DAE, sit recta DG. Sinus anguli minoris EAC sit recta CH. Tangens dimidii summæ duorum angulorum



sit FM, vel FK. Tangens differentiæ infra, vel supra dimidium sit FE. Iam Triangula GDP, & CPH, sunt æquiangula per 4.c.49.p.1.

Propter æquales DPG, & CPH, per 13.p.1. & rectos ad G & H, per 3.c.7.p.2. Ergo in hoc secundo schemate:

Vt PD, ad GD, ita PC, ad CH, per 46.p.1.

Sicut in primo:

Vt AC, ad ABC, ita BC, ad BAC, per axioma secundum. Latera igitur DP, & PC, prorsus eandem habent rationem in secundo schemate: quam latera AC & BC, in primo schemate. Quare rectam DC, pro summa datorum duorum laterum AC & BC, partes verò DP & PC, pro ipsis duobus lateribus AC & BC, assumere licet. Quo posito, NP, est differentia duorum laterum. Latera autem ibi AC & BC, hic DP & PC data sunt. Data igitur est etiam differentia eorum laterum NP, & ejus differentiæ dimidium OP. Porro, quia Triangula composita AKLFEM, & ADNOPC, sunt undiq; æquiangula: propter parallelas DC & KM.

Ideo

Ideo & latera & laterum segmenta habent proportionalia, per 46. & 47. p. 1. Ac proinde:

Vt DC, summa duorum laterum: ad NP, differentiam eorundem:

Ita KM dupla tangens dimidii summa duorum angulorum, ad LE, duplam tangentem differentia infra, vel supra dimidium.

Vel:

Vt OC, dimidium summa duorum laterum ad OP, dimidium differentia eorundem:

Ita FM, tangens dimidii summa duorum angulorum oppositorum ad FE, tangentem differentia infra, vel supra dimidium.

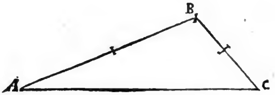
Vel:

Retentis prioribus quidem duobus proportionis terminis integris: posterioribus verò dimidiatis: compendiosioris calculi gratia.

Vt DC, summa duorum laterum ad NP, differentiam eorundem: ita FM, tangens dimidii duorum angulorum oppositorum ad FE, tangentem differentia infra, vel supra dimidium. Nam ut totum ad totum: ita pars ad partem. Ergo ut tota KM, ad totam LE, ita dimidia FM, ad dimidiam FE.

CONSECTARIUM.

Igitur in Triangulo plano obliquangulo, datis duobus lateribus, cum angulo ab ipsis comprehenso: dantur etiam reliqui duo anguli.



 Vt, in

Vt, in triangulo plano obliquangulo ABC, datis duobus lateribus AB, 6. & BC, 3. pedum, unà cum angulo ABC, 107. gr. 30'. dabuntur etiam anguli BAC, & BCA, hoc modo.

Summa laterum datorum est 9. differentia 3.

Summa angulorum ad A & C est 72. gr. 30'. per 49 p. 1.

Dimidium illius summa, 36. gr. 15'. Ejus tangens 732303.

Dico igitur:

Vt summa datorum laterum 9. ad differentiam eorundem 3. ita tangens dimidii summæ angulorum oppositorum 732303. ad 244101. tangentem arcus 13. grad. 44'. 4''. differentiæ anguli A infra, & C supra dimidium.

Ergo erunt:

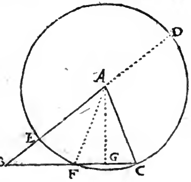
	36. gr. 15'. 0''.			*36. gr. 15'. 0''.*	
Subtr. 13.	*44. 4.*		*Adde. 13.*	*44. 4.*	

Angulus BAC 22. gr. 30'. 56''. Angulus BCA. 49. 59. 4.

AXIOMA QUARTUM.

In Triangulis planis universis:

Ut latus maximum ad ſummam reliquorum laterum, ita differentia reliquorum laterum, ad ſegmentum lateris maximi: quo demto, in relicti dimidium perpendiculum cadit.

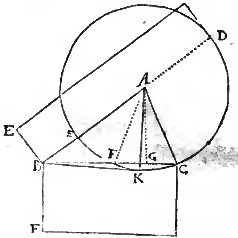


DECLA-

DECLARATIO. *Sit Triangulum obliquangulum ABC, eiusq́; latus minimum AC, maximum BC. Radio lateris minimi AC, centro A describatur circulus CDEF, secans reliqua duo latera in punctis E & F. Et latus AB, porro producatur in D. Eritq́; BD, summa laterum AB & AC. Nam AC & AD, aequantur per structuram, BE, verò erit differentia laterum AB & AC. Nam AE & AC, rursus aequantur per structuram. Dico*

Primum esse, ut CB, ad BD, ita EB ad BF.

Deinde, perpendiculum AG, bisecare rectam FC.



DEMONSTRATIO. *Nam, quod ad primum attinet, Rectangula aequalia habent latera reciprocè proportionalia per 2.c.42.p.1. Atqui oblonga facta ex BD & BE. Item ex BC & BF, sunt rectangula aequalia. Ergo habent latera reciprocè proportionalia: adeoq́; ut BC, ad BD, ita BE ad BF.*

Minor

Vt, in triangulo plano obliquangulo ABC, datis duobus lateribus AB, 6. & BC, 3. pedum, unà cum angulo ABC, 107. gr. 30'. dabuntur etiam anguli BAC, & BCA, hoc modo.

Summa laterum datorum est 9. differentia 3.

Summa angulorum ad A & C est 72. gr. 30'. per 49 p. 1.

Dimidium illius summæ, 36. gr. 15'. Ejus tangens 7332303.

Dico igitur:

Vt summa datorum laterum 9. ad differentiam eorundem 3. ita tangens dimidii summæ angulorum oppositorum 7332303. ad 2444101. tangentem arcus 13. grad. 44'. 4''. differentiæ anguli A infra, & C supra dimidium.

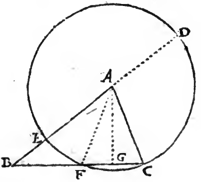
Ergo erunt:

	36. gr. 15'. 0''.			36. gr. 15'. 0''.	
Subtr. 13.	44. 4.		*Adde.* 13.	44. 4.	
Angulus BAC 22. gr. 30'. 56''.			*Angulus BCA.* 49.	59. 4.	

AXIOMA QUARTUM.

In Triangulis planis universis:

Ut latus maximum ad summam reliquorum laterum, ita differentia reliquorum laterum, ad segmentum lateris maximi: quo demto, in relicti dimidium perpendiculum cadit.

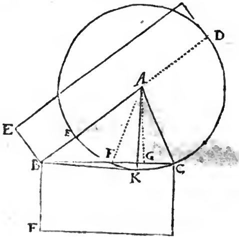


DECLA-

DECLARATIO. *Sit Triangulum obliquangulum ABC, eiusq; latus minimum AC, maximum BC. Radio lateris minimi AC, centro A describatur circulus CDEF, secans reliqua duo latera in punctis E & F. Et latus AB, porro producatur in D. Eritq; BD, summa laterum AB & AC. Nam AC & AD, aequantur per structuram, BE, verò erit differentia laterum AB & AC. Nam AE & AC, rursus aequantur per structuram. Dico*

Primum esse, ut CB, ad BD, ita EB ad BF.

Deinde, perpendiculum AG, bisecare rectam FC.



DEMONSTRATIO. *Nam, quod ad primum attinet, Rectangula aequalia habent latera reciprocè proportionalia per 2. c. 42. p. 1. Atqui oblonga facta ex BD & BE. Item ex BC & BF, sunt rectangula aequalia. Ergo habent latera reciprocè proportionalia: adeoq; ut BC, ad BD, ita BE ad BF.*

Minor

Minor probatur. Nam quæ uni sunt æqualia, etiam inter sese sunt æqualia. Atqui oblonga ex BC & BF. Item ex BD & BE, sunt æqualia uni quadrato rectæ, BK, tangentis anguli BAK. Ergo etiam inter sese sunt æqualia.

Minor rursum probatur. Ac primum quidem de oblongo BD, & BE, quod sit æquale quadrato BK, sic probatur: Si recta bisecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis est æquale quadrato rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ: minus quadrato bisegmenti, per 44. p. 1. Atqui ED, est recta bisecta in A & continuata ab E in B. Ergo oblongum continuatæ DB & continuationis EB, est æquale quadrato AB, minus quadrato EA, cui æquatur AK, per constructionem.

Atqui quadratum AB, minus quadrato AK est quadratum BK per 50. p. 1.

Ergo oblongum BD, BE, æquatur quadrato BK.

Deinde verò, de oblongo BC, BF, quod sit æquale quadrato BK, sic probatur.

Oblongum BC, BF, est æquale quadrato BG, minus quadrato FG, per modo citatam 44 p. 1.

Iam adde ad oblongum CB, BF, quadratum FG, & insuper quadratum AG.

Id si factum fuerit, oblongum BC, BF, unà cum quadratis FG & AG, erit æquale quadrato AB. Nam per additionem quadrati FG, completur quadratum BG, cui quadrato BG, si jungatur quadratum AG, conficitur quadratum AB.

Atqui quadrata FG & AG, sunt quadratum AF, per 50. p. 1. cui æquatur AK, per structuram.

Ergo oblongum CB & BF unà cum quadrato AK est æquale quadrato AB. Ac proinde sine quadrato AK est æquale quadrato AB minus quadrato AK, hoc est, quadrato BK, per 50. p. 1. Cæterùm, quod secundo loco proposuimus, de perpendiculo AG bisecante rectam FC, id sic probatur. Quia Triangulum FAC, est æqualium laterum FA & AC per structuram. Ergo perpendiculum AG, bisecat basin FG, per 23 p. 1.

Igitur

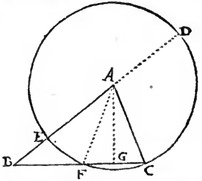
Igitur in Triangulo obliquangulo, ut latus maximum ad summam reliquorum laterum: ita differentia reliquorum laterum ad segmentum lateris maximi: quo demto in relicti dimidium perpendiculum cadit. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIUM.

Datis igitur tribus trianguli plani obliquanguli lateribus, datur utrumvis segmentum maximi lateris, in quod ex angulo maximo perpendiculum cadit.

Vt, in triangulo plano obliquangulo ABC, sint data tria latera
AB, 20. pedum,
BC, 21. pedum,
AC, 13. pedum.

Quærantur autem segmenta lateris maximi BC, in quorum concursum perpendiculum cadat, nempe recta BG, & GC.



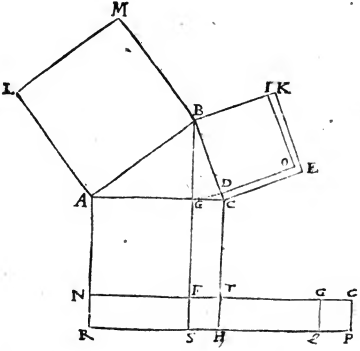
Latus maximum BC, est 21. pedum. Summa reliquorum duorum laterum est 33. pedum: differentia 7. Dico igitur:

Vt BC, latus max. 21. ped. ad BD, summam reliquorum duorum laterum. 33. ped. ita BE, differentia reliquorum duorum laterum, 7. ped. ad BF, 11. ped. quo segmento demto, de BC, 21. ped. relinquitur FC, 10. ped. Cujus dimidium est FG, vel GC, 5. ped. Ergo GC, est 5. GB, 16. pedum.

SCHOLION.

Axioma quartum etiam sic proponi potest.

De summa quadratorum basis & cruris unius, subtrahe quadratum alterius cruris: relictum divide per duplam basin, & habebis segmentum baseos inter perpendiculum & crus primò summum interjacens.



DECLARATIO. *Sit triangulum obliquangulum varium ABC, & sint data latera AB, BC, & AC. Quaratur autem segmentum GC. inter perpendiculum BG. & crus BC. interjacens. Dico, si de summa quadratorum baseos AC & cruris BC subtrahatur quadratum lateris AB, & relictum per duplam basin AC. dividatur, exiturum esse segmentum GC.*

DEMON-

DEMONSTRATIO. *Quadratum enim lateris √AB. nempe quadratum √ALMB. æquale eſt quadratis laterum AG. & BG. ſimul ſumtis per 50. prop. 1. Iam, quadratum lateris √AG. eſt ANFG. Quadratum lateris BG. eſt BDOI: poſitis nempe rectis BG & BD. æqualibus. Ergo, ſi quadratum √ALMB. à ſumma quadratorum √ARHC & BCEK. ſubtrahas, reſtabunt duo Gnomones NHG & DEI. Gnomon autem DEI æquatur quadrato lateris GC. Nam quadratum lateris BC poteſt quadratum laterum BG & GC. rurſum per 50. prop. 1. Atqui quadratum lateris BG. de quadrato lateris BC. jam detractum eſt. Igitur quod remanſit, eſt æquale quadrato lateris GC: quod quadratum ſi ad Gnomonem NHG. in rectam RHQ. extenſum addas, efficies oblongum NCPN. quod diviſum per longitudinem NC. hoc eſt, per duplam √AC. exhibet latitudinem CP. æqualem rectæ GC. per ſtructuram.*

ILLUSTRATIO per numeros. *Sint data latera, ut ante: AB. 20. BC. 13. √AC. 21. pedum. Quæratur autem ſegmentum GC, quot pedum? ℞. 5. Totus calculus ita erit.*

AC. 21.	*BC. 13.*	*√AB. 20.*
21.	*13.*	*20.*
21.	*39.*	*Q. 400.*
42.	*13.*	
Q. 441.	*Q. 169.*	
Q. 169.		
Summa. 610.		
Q. 400.		
Relictum. 210.		
√AC duplum. 42 (5. GC.		
210.		

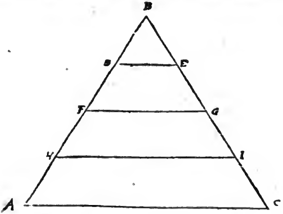
USUS PRÆCEDENTIUM AXIOMATUM:

Sive

Manuductio, qua ostenditur, quomodo beneficio paucorum illorum axiomatum quodlibet triangulum planum solvi possit.

In triangulo quovis sex sunt: nempe tria latera & tres anguli. Horum tribus quibuscunq; in triangulo plano datis, reliqua tria per præcedentia quatuor axiomata investigari possunt: & quidem interdum variis modis: unico casu excepto: si nempe soli tres anguli dentur.

Inde enim nullum latus investigari potest. *Quia tres anguli trianguli unius, tribus angulis Trianguli alterius æquales esse possunt:*



etiamsi latera omnino sint inæqualia. Vt tres anguli Triangulorum ABC & DBE sunt æquales: propter bases AC & DE, parallelas per 38.p.1. & tamen latera Trianguli ABC, multò sunt majora, quam latera Trianguli DBE. Hic igitur casus: isq; solus: à Trigonometria excipitur. In cæteris omnibus, ex quibusvis tribus datis quodlibet quartum invenire licet. Quod per inductionem omnium casuum demonstrabimus, hoc modo.

Trian-

Triangulum planum est rectangulum, vel obliquangulum.

1. In Triangulo plano rectangulo: vel dantur omnes anguli (*dato nimirum unico acutorum*) cum uno latere: & quæruntur reliqua duo latera.

2. Vel dantur duo latera cum unico angulo, nempe recto; & quæruntur reliqui duo anguli; & latus tertium.

Utriq; casui satisfacit axioma primum.

In triangulo plano obliquangulo:

1. Vel dantur omnes anguli: (*quoties nimirum duo dantur. Nam tertius semper est reliquorum duorum complementum ad duos rectos, per 3. c. 49. p. 1.*) cum uno latere, & quæruntur reliqua duo latera.

2. Vel dantur duo latera, cum angulo, uni datorum laterum opposito; & quæritur angulus alteri datorum laterum oppositus; unà cum latere tertio.

3. Vel dantur duo latera cum angulo ab ipsis comprehenso; & quæruntur reliqui duo anguli, cum tertio latere.

4. Vel denique dantur omnia tria latera, & quæruntur anguli.

Prioribus duobus casibus plenè satisfacit axioma secundũ.

In tertio casu duo anguli ignoti reperiuntur, per axioma tertium: & deinde latus tertium per axioma secundum.

In quarto casu primùm fit dislocatio trianguli plani obliquanguli, in duo rectangula: dimisso in latus maximum perpendiculo: per axioma quartum: deinde in triangulis illis rectangulis quilibet anguli inveniuntur per axioma primum.

¶ *Sed & per solum primum axioma priores tres casus expediri possunt, si modo ab angulo aliquo ignoto in latus oppositum ignotum vel intra, vel extra triangulum: (in quo casu latus ignotum antea satis prolongandum est) perpendiculum dimittatur: & ita triangulum planum*

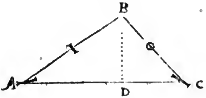
obliquangulum in duo rectangula disloc etur: sive perpendiculum cadat extra, sive intra triangulum.

(Porro hæc conditio: quod latus perpendiculum excipiens ignotum esse debeat, tantum in exemplis secundi axiomatis locum habet, in exemplis tertii axiomatis planorum non item.)

Vt 1. Si detur talis proportio: Vt ◡AB, sinus anguli ◡ACB ad BC, sinum anguli BAC, ita AB, latus ad BC, latus: per axioma secundum.

Eodem effectu dicere potes: per axioma primum:

I. Vt ◡AB, radius ad BD, sinum anguli BAD: ita ◡AB latus, ad BD latus.

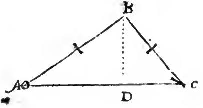


II. Vt BD radius, ad BC, secantem anguli DBC, (qui est complementum anguli BCD,) ita BD, latus ad BC, latus.

2. Si detur talis proportio: Vt ◡AB, latus ad BC, latus, ita ◡AB, sinus anguli ◡ACB, ad BC, sinũ anguli BAC, per axioma secundum.

Eodem effectu dicere potes, per axioma primum.

I. Vt BC, radius ad BD, sinũ anguli BCD, ita BC, latus ad BD, latus.

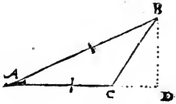


II. Vt BD, latus ad AB latus: ita BD radius, ad ◡AB secantem anguli ◡ABD, cujus complementum est angulus BAD. Ipse verò angulus ◡ABD, compositus cum angulo DBC, efficit angulum ABC.

3. Si detur talis proportio: Vt summa laterum AB & AC, ad differentiam eorundem; ita tangens dimidii summæ angulorum ABC & ACB, ad

ACB, ad tangentem differentiæ infra, vel supra dimidium: per axioma tertium.

Eodem effectu dicere potes, per axioma primum.



I. Vt AB radius ad BD sinum anguli BAD, ita AB, latus ad BD latus.

II. Vt AB radius, ad AD, sinum anguli ABD, ita AB, latus ad AD, latus: unde si detrahas latus AC, restat latus DC.

III. Vt DC latus ad BD latus: ita DC, radius ad BD, tangentem anguli DCB, quo addito ad angulum BAC, & summâ detractâ de duobus rectis, relinquitur angulus ABC. Quod si præterea velis latus BC, dices itidem per axioma primum: Vt radius DC, ad secantem BC anguli DCB, ita latus DC, ad latus BC.

BAR-

BARTHOLOMÆI
Pitiſci Grunbergenſis
TRIGONOMETRIÆ
LIBER QUARTUS.

De dimenſione Triangulorum Sphæricorum.

Axiomata proportionum in Triangulis Sphæricis exiſtentium præcipua, & ad omnem eorum ſolutionem abunde ſufficientia ſunt quatuor.

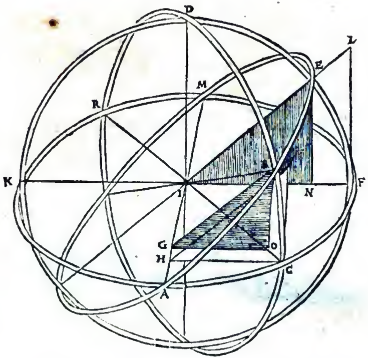
AXIOMA PRIMUM.

In Triangulis Sphæricis rectangulis pluribus, acutum ad baſes eundem habentibus:

Sinus hypotenuſarum & perpendiculorum omnes ſunt inter ſeſe proportionales.

DECLARATIO. *Sit ſphæra propoſita KMFAD, & ſint in ea: horizon KMFA: polus horizontis D, circuli per polum horizontis D tranſeuntes KDF & RDC ſecantes horizontem angulis ad KRF & C rectis per 57.p.1. circulus horizonti obliquus MEA, ſecans verticalem KDF, angulis ad E, rectus: quippe qui per ejus polos M & A tranſeat: per 57.p.1. ac viciſſim ab eo ſecti⁹ in duos quadrantes ME & EA per 56.p.1. In iſta ſphæra, & in iſta circulorũ cõſtitutione ſint inter alia duo Triãgula Sphærica rectangula AEC & AEF, & ſint in illis, hypotenuſa AE & AB, perpen-*

perpendicula EF & BC, bases ◡AF & ◡AC, & acutus ad bases ◡AF, & ◡AC, idem EAF vel BAC. Deniq; sinus hypotenusarum ◡AE, & AB,



sint rectæ IE radius & GB. Sinus verò perpendiculorum EF & BC, sint rectæ EN & BO, omnia per 7.p.2. Dico jam, Sinus illos hypotenusarum & perpendiculorum, nempe sinus IE, GB, EN & BO, omnes esse inter sese proportionales: adeoq; datis quibuscunq; tribus, elici posse quartum. Clarius: dico esse◡

Vt IE, ad EN, ita GB, ad BO, & vicissim
Vt GB, ad BO, ita IE, ad EN, & contra.
Vt NE, ad EI, ita OB, ad BG.

Vel transpositis terminis intermediis, per 42.p.1.
Vt IE, ad GB, ita EN, ad BO, & vicissim
Vt GB, ad IE, ita BO, ad EN, & contra.
Vt NE, ad OB, ita EI, ad BG.

DEMONSTRATIO. *Si enim sinus GB & BO, connectas rectā GO, ut fiat inde Triangulum GBO, manifestum est Triangula GBO & IEN, fore æquiangula. Primum enim, quia recta EN & BO, perpendiculariter cadunt in subjectum planum MFC, per thesin, & per 3. c.12.p.2. Ideo cum omnibus lineis in eo plano ductis constituunt angulos rectos: adeoq; anguli ENI & BOG, sunt recti. Deinde quia recta IE & GB sunt invicem parallelæ per 38.p.1. quippe ad eandem rectam IA, normales per 3.c.7.2. totum autem planum MEA, ubiq; eodem angulo ad planum MFA, est inclinatum: ideo etiam parallelæ in eo ducta IE & GB, ad parallelas IN & GO, in plano MEA, sibi subjectas eodem angulo sunt inclinatæ: atq; adeo anguli EIN & BGO, sunt æquales. Et per consequens in Triangulis IEN & GBO, jam duo sunt anguli duobus æquales. Ergo etiam tertius tertio est æqualis: per 49.p.1. ac proinde Triangula IEN & GBO, sunt æquiangula. Quod si sunt æquiangula, etiam latera habent circa æquales angulos proportionalia, per 46.p.1. adeoq; sunt: Vt IE ad EN, ita GB, ad BO, &c. Quod demonstrandum erat.*

ILLUSTRATIO per numeros.

Sint ergo datæ hypotenusæ AE, 90. gr. & AB, 42. gr. una cum perpendiculo EF, 48. gr. 25. m. Quæratur autem perpendiculum BC.

Arcuum datorum	*AE. 90. gr.* *AB, 42. gr.* *EF, 48. gr. 25. m.*	*Sinus sunt*	*IE 10000000.* *GB 6691306.* *EN 7479912.*

Dico igitur:

Vt IE, 10000000. ad EN, 7479912; ita GB, 6691306. ad BO, 5005038.
Atqui sinui 5005038. in tabulis respondet arcus 30. gr, 2. m.
Ergo perpendiculum BC, est 30. gr. 2, m.

Sint

Sint viciſſim datæ utræque hypotenuſæ unà cum ſuis ſinibus, ut ante. Sed ex perpendiculis ſit jam datum perpendiculum BC, 30. gr. 2. m. unà cum ſinu ſuo BO, 5005038. Quæratur autem perpendiculum EF. Dico:

Vt GB, 6691306. ad BO, 5005038. ita IE, 10000000. ad EN, 7479912.
Atqui ſinui 7479912. in tabulis reſpondet arcus 48. gr. 25. m.
Ergo arcus EF, eſt 48. gr. 25. m.

Sint contra data utraque perpendicula EF & BC unà cum hypotenuſa majore AE. Quæratur autem hypotenuſa minor AB, Dico:

Vt EN, 7479912. ad IE, 10000000. ita BO, 5005038. ad GB, 6691306.
Atqui ſinui 6691306. in tabulis reſpondet arcus 42. gr.
Ergo hypotenuſa AB, eſt 42. gr.

AXIOMA SECUNDUM.

In Triangulis Sphæricis Rectangulis pluribus, acutum ad baſes eundem habentibus:

Sinus baſium & tangentes perpendiculorum omnes ſunt inter ſeſe proportionales.

DECLARATIO. *In priore diagrammate: & in iiſdem Triangulis AEF, & ABC, in quibus ſinus baſium AF & AC, ſunt IF & HC. Tangentes verò perpendiculorum EF & BC, ſunt LF & PC. Dico: ſinus illos baſium & tangentes perpendiculorum nempe ſinus IF & HC, & tangentes LF & PC, omnes eſſe inter ſeſe proportionales: adeoque datis quibuſcunque tribus, elici poſſe quartum. Clarius: Dico eſſe*

Vt IF, ad FL, ita HC ad CP, & viciſſim
Vt HC, ad CP, ita IF ad FL, & contra.
Vt FL, ad FI, ita PC ad CH.

circuli MFA perpendiculares, per thesin & per 8. p. 2. Ergo etiam in lineas IF & HC, in illo plano ductas. Anguli deniq; ad I & H, nempe anguli LIF & PHC, sunt æquales: quia recta IL & HP, per idem planum ducta, sunt & inter sese & ad planum circuli inclinationis KDI parallelæ. Æqualibus igitur angulis sunt ad subjectas parallelas IF & HC, inclinatæ. Quæ duæ, IF & HC, propterea parallelæ sunt: quia utraq; sunt ad rectam IA normales, per 3. c. 7. p. 2. Rectæ autem IL & HP, sunt parallelæ: quia sunt extremitates duorum Triangulorum ILF & HPC, quæ totis suis planis sunt invicem parallela: quippe super bases IF & HC, parallelas perpendiculariter propter tangentes CD & FL, perpendiculares.) erecta. Recta deniq; IL & HP, sunt per idem planum semicirculi MBA, ducta: quia secans quidem IL, cum secet circulum MEA, ad punctum E, non nisi per planum illius circuli incedere potest. Similiter q; secans IP, cum secet eundem circulum MEA, ad punctum B, non nisi per planum ejusdem illius circuli incedere potest. Quod planum quia planũ est, ideo si extenderetur secundum lineam rectam IP, in tangentem PC; ad punctum P. incumberet: adeoq; punctũ P, esset in plano circuli MEA, satis extenso, constitutum. Atqui in eodem plano etiam punctum H, est constitutum. Ergo recta PH, est linea inter duo puncta ejusdem plani interjecta: ac proinde per idem planum ducta. Quæ omnia demonstranda erunt.

ILLUSTRATIO per numeros. Sint ergo datæ bases AF, 90. gr. AC, 30. gr. 51′. 46″. unà cum perpendiculo LF, 48. 25. Quæratur autem perpendiculum BC.

Basium { *AF, 90. gr. 0′.* / *AC, 30. gr. 51′. 46″.* } *Sinus sunt.* { *10000000 IF.* / *5129836. HC.* }

Perpendiculi FF, 48. 25. Tangens est 11269872. LF.

Dico igitur:

Ut IF, 10000000. ad LF, 11269872, ita HC, 5129838. ad PC, tang. 5781262.

Atqui Tangenti 5781262 in tabulis respondet arcus 30. gr. 2. m. Ergo perpendiculum BC, est 30.gr.2.m.

Sint vicissim datæ utrąq; bases, unà cum suis sinibus, ut ante. Sed ex perpendiculis sit jam datum perpendiculum BC, 30. gr. 2'. unà cum tangente sua CP, 5781262. Quæratur autem perpendiculum EF. Dico:

Vt HC, 5129838. ad CP, 5781262, ita IF, 10000000. ad FL. tang. 11269872.

Atqui tangenti 11269872. in tabulis respondet arcus 48. gr. 25. m. Ergo perpendiculum EF, est 48 gr. 25. m.

Sint contra data utraque perpendicula EF & BC, & eorum tangentes LF & PC, unà cum basi majore AF & ejus sinu IF. Quæratur autem basis minor AC, sive potius ejus sinus HC. Dico:

Vt LF, tang. 11269872. ad FI, rad. 10000000, ita PC, tang 5781262. ad HC, 5129838. sinum arcus 30. gr. 51'. 46". Igitur arcus, sive basis AC, est 30. gr. 51. m. 46".

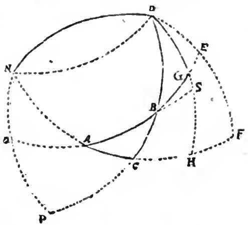
APPENDIX. *Ex his duobus axiomatibus, & eorum declarationibus ac demonstrationibus intelliget ingeniosus lector: cur à sinibus basium ad sinus perpendiculorum, & contra, argumentari non liceat: cum tamen à sinibus hypotenusarum ad sinus perpendiculorum, & contra, argumentari liceat: quia nimirum sinus basium & perpendiculorum in eadem Triangula rectilinea non concurrunt. Quod etiam doctissimos alioqui mathematicos interdum non animadvertisse videas.*

AXIOMA TERTIUM.

In Triangulis Sphæricis universis:

Sinus laterum, sinibus oppositorũ angulorum sunt directè proportionales.

DECLARATIO. *Primùm esto Triangulum Sphæricum ABC, rectangulum ad C. Deinde continuatis lateribus AB & AC, & CB, usq; ad quadra. ut fiant AE, AF & CD, & dimissis ex polo quadrantis AF, nempe*



nempe ex puncto D, aliis duobus quadrantibus DF, & DH, atq; ita constitutis tribus Triangulis novis: rectangulis quidem BDE & GDE, obliquangulo verò BDG. Dico.

In Triangulo sphærico rectangulo ◡ABC, esse ◡:

Vt ACB, ad AB, ita ABC, ad AC, & ita BAC, ad BC.

Vel transpositis terminis intermediis, per 42. p. 1.

Vt ◡ACB, ad ABC, ita ◡AB, ad AC, &

Vt ◡ACB, ad BAC, ita ◡AB, ad BC, &c.

Similiterq; in Triangulo sphærico obliquangulo BDG, dico esse ◡:

Vt BDG, ad BG, ita BGD, ad BD, & ita DBG ad DG, &c.

DEMONSTRATIO. *Nam, quod attinet ad rectangulum ABC, in eo ACB & AE. Itemq; BAC & EF, & ex altera parte ABC, & OP, hoc est, anguli & mensuræ illorum angulorum:*

(Nam ut EF, est mensura anguli EAF, & OP, mensura anguli ABC, ita ND, sive illi æqualis AE, vel OB, est mensura anguli ACB, per 57. p. 1.) *sunt ejusdem quantitatis.*

Ergo perinde est, sive dicam:

Vt ACB, ad AB, ita BAC, ad BC, sive ◡

Vt ◡AE, ad AB, ita EF, ad BC.

Atqui hoc valet, per primum axioma sphæricorum. Ergo etiam illud.

Item

Item perinde est, sive dicam:

Vt ACB, ad ◡AB, ita ABC, ad ◡AC, sive

Vt OB, ad ◡AB, ita OP, ad ◡AC.

Atqui hoc valet, per primum axioma sphæricorum.

Ergo etiam illud.

Quæ verò conveniunt uni tertio, etiam inter se conveniunt.

Atqui per demonstrata:

Vt ACB, ad AB, ita ABC, ad ◡AC, & ita BAC, ad BC.

Ergo etiam

Vt ◡ABC, ad ◡AC, ita BAC, ad BC.

Deinde, quod attinet ad obliquangulum BDG. Quia per demonstrationem Rectangulorum sunt:

Vt DB, ad DEB, ita DE, ad DBE. Et

Vt DG, ad DEG, ita DE, ad DGE.

Vel per 1.c.7.p.2. ad DGB.

Ideo per terminorum proportionalium permutationem etiam erit:

Vt DG, ad DB, ita DBE, vel DBG, ad DGB, &c.

Similiterq;: Si à puncto B, in S, arcus perpendicularis demittatur. Quia tum erunt:

Vt BD, ad BSD, ita BS, ad BDS. Et

Vt BG, ad BSG, ita BS, ad BGS.

Sive per 1.c.7.p.2. ad BGD.

Ideo etiam erit:

Vt BG, ad BD, ita BDS, sive BDG, ad DGB, &c.

Nam si sint

Vt 4. ad 12, ita 1. ad 3. Et

Vt 2. ad 12, ita 1. ad 6.

Erit etiam

Vt 2. ad 4, ita 3. ad 6.

ILLU-

ILLUSTRATIO per numeros. In triangulo igitur sphærico rectangulo ABC, primum sint data ACB, AB & ABC: in eadem quantitate, in qua pridem. Quæratur autem latus AC, angulo dato ABC, oppositum. Dico:

Vt ◡ACB, 90. gr. ad ◡AB, 42. gr. ita ◡ABC, 50. gr. 3'. 12".

10000000. 6691306. 7666422.

◡Ad ◡AC, 30. 51'. 46".

5129838.

Vel viceversa: Sint data, AB & ACB & AC. Quæratur autem ABC. Dico:

Vt ◡AB, 42. gr. ad ◡ACB, 90. gr. ita ◡AC, 30. gr. 52'.

6691306. 10000000. 5129838.

ad ABC, 7666422. Sinum arcus, vel anguli 50. grad. 3'. 12".

Deinde sint data: ACB & AB & BAC. Quæratur autem BC. Dico:

Vt ACB, 90. grad. ad AB, 42. grad. ita BAC, 48. grad. 25.

10000000. 6691306. 7479912.

ad BC, 5005038. sinum arcus 30. gr. 2'.

Vel viceversa: Sint data AB & ACB & BC. Quæratur autem BAC. Dico:

Vt AB, 42. grad. ad ACB, 90. grad. ita BC, 30. grad. 2'.

6691306. 10000000. 5005038.

ad BAC, 7479912. Sinum 48. gr. 25'.

Denique, sint data BAC, & BC & ABC. Quæratur autem AC. Dico:

Vt BAC, 48. gr. 25'. ad BC, 30. gr. 2'. ita ◡ABC, 50. gr. 3'. 12".

7479912. 5005038. 7666422.

ad ◡AC, 5129838. sinum 30. gr. 51'. 46".

Vel viceversa: Sint data, BC & BAC & AC. Quæratur autem ABC. Dico:

Vt BC, 30. gr. 2'. ad BAC, 4. gr. 8. 25'. ita AC, 30. gr. 51'46".

5005038. 7479912. 5129838.

ad ABC, 7666422. sinum 50. gr. 3'. 12".

Similiter in Triangulo sphærico obliquangulo BDG. Primum sint data DBG, DG & BDG. Quæratur autem BG. Dico:

Vt DBG, 5. gr. 0. 3' 12". ad DG, 4. gr. 5. 57' 41". ita BDG 2. gr. 8. 1'. 4.

7666422. 7188714. 4730634.

ad BG, 4435860. sinum 2 grad. 6. 19'. 58".

Deinde sint data BG, BDG & DG. Quæratur autem DBG. Dico:

Vt BG, 26. gr. 1'9. 58". ad BDG, 2. gr. 8. 14'. ita DG, 4. gr. 5. 57'. 41".

4435860. 4730634. 7188714.

ad DBG, 7666422. sinum 5. gr. 0. 3'. 12".

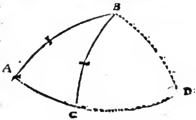
Denique, sint data DG, DBG & DB. Quæratur autem DGB Dico:

Vt DG, 4. gr. 5. 57'. 41". ad DBG, 5. gr. 0. 3'. 12". ita DB, 5. gr. 9. 58.

718871. 7666422. 8657344.

ad DGB, 9232491. Sinum anguli obtusi 112. gr. 35'. 40".

Nota. In usu huius axiomatis eadem ambiguitas accidere potest, quam in usu secundi axiomatis planorum accidere posse supra diximus: uti apparet ex Schemate consimili ABCD. Ideo ne in tali casu decipiaris, acutum pro obtuso, aut contra, colligendo, attendas oportet.



AXIO-

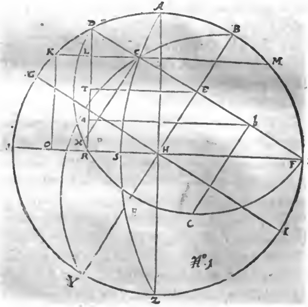
AXIOMA QUARTUM.

In Triangulis sphæricis universis:

Si duo latera sigillatim quadrantibus minora, primum ipsa inter se-se, deinde latus minus cum complemento majoris componas; Et sinui arcus compositi posterioris sinum complementi arcus compositi prioris subtrahas, vel sinum excessus addas:

Est

Ut Radius ad medietatem rectæ per illam, sive subtractionem, sive additionem factæ: ita sinus versus anguli à dictis duobus lateribus comprehensi ad rectam, qua sub-



tracta de sinu arcus compositi posterioris, relinquitur sinus complementi tertii lateris: vel de qua subtractus sinus arcus compositi posterioris relinquit sinum excessus tertii lateris. *Vel contra*:

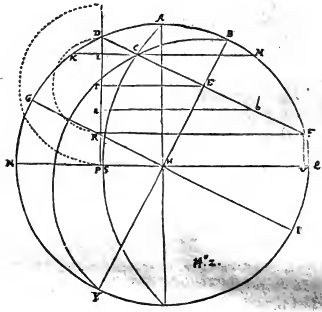
Vt medietas recta ad radium: ita recta, ex sinu arcus compositi posterioris, vel per subtractionem sinus complementi, tertii lateris; vel per additionem sinus excessus, ejusdem tertii lateris, facta, ad sinum versum anguli à reliquis duobus lateribus comprehensi.

DECLARATIO. *Hoc axioma varios habet casus.*

Primùm enim, duo latera, angulum datum, aut quæsitum includentia, simul sumta, vel sunt quadranti æqualia, vel inæqualia: & hæc, minora, vel majora. Deinde angulus datus, aut quæsitus, vel est rectus, vel obliquus: atq; is acutus, vel obtusus. Deniq; latus tertium, angulo dicto oppositum, vel est quadrante minus, vel majus. Tribus autem schematibus omnes istos casus, satis perspicuè, ut opinor, explicabimus.

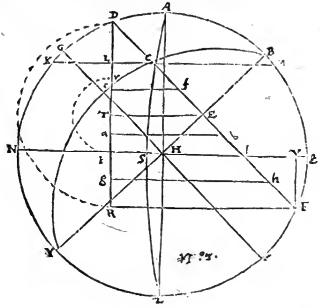
In quorum singulis Triangulum obliquangulum, exempli gratia, propositum est ABC, in quo, vel data sunt duo latera AB & BC, unà cum angulo ad B, & quæsitum latus tertium AC, vel data sunt omnia tria latera, & quæsitus angulus lateri tertio AC, oppositus. Porrò, duorum laterum AB & BC, datum, vel quæsitum angulum (qui semper statuitur ad B) includentium, latus minus est ◡AB, latus majus BC. Lateri minori AB, est æqualis arcus GN, per structuram. Lateri majori BC, abscindantur de circulo DAB, arcus æquales BF & BD, per parallelum polo B, expansione circini BC, in superficie globi descriptum: cujus paralleli diameter est DCF, circumferentia in primo tantum schemate notata DXF, puncto suo X, in globo concurrens cum puncto C, circuli maximi BC. Et in illo ipso parallelo DXF notetur mensura anguli ad B, arcus DX, per 6.p.1. ejusq; sinus rectus XC, per 7 p.2. & sinus versus, DC, per 8.p.2. Lateri deniq; tertio AC itidem abscindantur de circulo DAB arcus æquales AK & AM, per parallelum KCM, polo A, expansione circini ◡AC, in superficie globi descriptum. His ita præstructis, pri-

ctis, primùm componantur duo latera ◡AB & BC, vel BF, datum, vel quæsitum angulum ABC, includentia: & sit arcus compositus prior



◡AF, in primo schemate quadranti ◡AQ, æqualis: in secundo minor: in tertio major. ◡Ac notetur in secundo, vel tertio schemate sinus complementi, vel excessus VF. Deinde latus minus AB, hoc est, per structuram GN, componatur cum complemento lateris majoris GD, & sit arcus compositus posterior DN, ejusq; sinus rectus DP. De quo sinu DP, subtrahatur in secundo schemate sinus complementi VF, vel PR. In tertio verò schemate ad eundem sinum DP, addatur sinus excessus VF, vel PR, ut innotescat recta DR, quæ juncta cum recta DF, per rectam RF, constituat Triangulum planum rectangulum DRF, per cujus medium ducatur recta TE, bisecans rectam DF in E, per structu-

Q 3 *ram:*



ram: adeoq; etiam rectam DR, per 45. p. 1. & constituens Triangulum DTE, æquiangulum Triangulo DRF, per 38. p. 1.

Quo Triangulo DTE, constituto: Dico quod sit:

Vt radius ED, ad medietatem rectæ DR, nempe ad rectam DT, ita sinus versus anguli ◡ABC, nempe recta DC, ad rectam DL, quâ demtâ de sinu arcus compositi posterioris DP, relinquitur recta LP, sive per 39. p. 1. KO, sinus rectus arcus KN, sive CS, complementi tertii lateris ◡AC.

Et contra:

Vt medietas rectæ DT, ad radium DE, ita recta DL, post subtractum sinum complementi tertii lateris de sinu DP reliqua, ad sinum versum DC, &c.

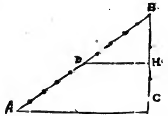
DEMONSTRATIO. *Triangula enim TDE, & LDC, sunt æquiangula:*

angula: per ſtructuram, & per 38 p. 1. Ergo latera habent circa æquales angulos proportionalia, per 46. p. 1. Nec obſtat, quod rectæ DC & DE, ſunt in minores partes diſtributæ, quam rectæ DL & DT, propter radium DE, minorem radio HG, cum quo radio HG, in partes æquales diviſæ ſunt rectæ DL & DT. Nam in quantascunq; partes unum, vel alterum latus in Triangulo plano dividatur: modo latus homogeneum cum homogeneo, hoc eſt, hypotenuſa cum hypotenuſa, perpendiculum cum perpendiculo, & baſis cum baſi in eaſdem partes dividatur: nihil intereſt. Verbi gratia, in Triangulis ◡ABC & DBE, nihil intereſt, ſive dicam,

Vt ◡AB, 10, ad DB, 5. ita BC, 3. ad BE, $1\frac{1}{2}$.

Sive ◡:

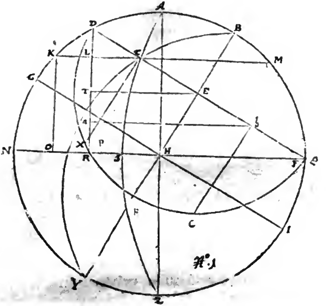
Vt ◡AB, 5. ad DB, $2\frac{1}{2}$. ita BC, 3. ad BE, $1\frac{1}{2}$.



CONSECTARIUM. Ex hac declaratione & demonſtratione patet: Si angulus datus ad B, ſit rectus: ejuſq; ſinus verſus EB, radius: in eo caſu nulla, vel diviſione, vel multiplicatione opus eſſe: ſed per ſolam additionem & ſubtractionem ſinum complementi tertii lateris reperiri poſſe. Quod compendium calculi Trigonometrici quovis auro eſt precioſius. Et etiamnum compendioſius fieri poteſt: ſi in ſecundo ſchemate ſinus VF, non ſubtrahatur de ſinu DP, ſed è contrario addatur ad ſinum DP, recta Dr, æqualis ſinui VF. Tùm enim medietas rectæ rP, ſtatim erit ſinus TP, quæſitus. Et, ſi in tertio ſchemate ſinus VF, non addatur ad ſinum DP, ſed ex altera parte tantundem, nempe recta Dr, ab eo auferatur. Nam & tùm medietas rectæ rP, ſtatim erit ſinus TP, quæſitus.

ILLUSTRATIO PER NUMEROS. Primùm genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus conjunctim quadranti

dranti æqualibus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, quæritur latus tertium: aut contra: dato etiam latere tertio, quæritur angulus ipsi oppositus. Secundum schema Num. 1.



I. Si angulus datus sit rectus: ejusq; sinus versus DE.

AB, 35. gr. 40'. Idem, 35. gr. 40'.

BC, 54. 20. Compl. 35. 40.

AF, 90. 0. DN, 71. 20, DP, 9473966.

DT, vel TR, 4736983. Sinus arcus 28. gr. 16'. 29". cujus complem. 61. gr. 43'. 31", est arcus AC, quæsitus.

II. Si

II. Si angulus datus sit acutus: ejusq; sinus versus DC.

AB, 35.gr.40'. Idem 35.gr.40'.
BC, 54. 20.compl.35. 40.
AF, 90. 0. DN, 71. 20. DP, 9473966.
DT, 4736983.

◡ABC, 50.0. Rad. DE, 10000000.
Compl.40.0. - - - - CE, 6427876.
DC, 3572124.

Vt ED, 10000000. ad DT, 4736983, ita DC, 3572124. ad DL, 1692109. quo subtracto de DP, 9473966. relinquitur LP, 7781857. sinus arcus 51 gr. 5'. 41". cuius complementum 38. gr. 54. 1"9. est arcus ◡AC quaesitus.

III. Si angulus datus sit obtusus: ejusq; sinus versus Db.

AB, 35.gr.40. Idem 35.40.
BC, 54. 20. Compl. 35. 40.
AF, 90. 0. DN, 71. 20. DP, 9473966.
DT, 4736983.

◡ABC, 112.gr.35'.
90. 0. DE, 10000000.
22. 35. Eb, 3840267.
Db, 13840267.

Vt DE, 10000000. ad DT, 4736983, ita Db, 13840267. ad Da, 6556111. quo subtracto de DP, 9473966. relinquitur aP 2917855. sinus arcus 16. gr.. 57'. 53". cujus complementum 73. gr.. 2'. 7". est arcus ◡AC, quaesitus.

R IV. Si

IV. Si datum sit latus tertium: quod hîc semper est quadrante minus. Verbi gratia. Si datum sit latus ◡AC, quæratur autem angulus ◡ABC.

AB, 35. gr. 40'.	*Idem 35.*	*40.*	
BC, 54.	*20. compl. 35.*	*40.*	
AF, 90.	*0. DN, 71.*	*20*	*DP, 9473966.*
AC, 38.	*54'. 19".*		*DT, 4736983.*
51.	*5'. 41".*		*LP, 7781857.*
			DL, 1692109.

Ut DT, 4736983. ad DE, 10000000, ita DL, 1692109. ad DC, 3572124, quo subtracto de DE, 10000000, relinquitur CE, 6427876, sinus arcus 40. gr. cujus complementum 50. gr. est angulus ◡ABC, quæsitus.

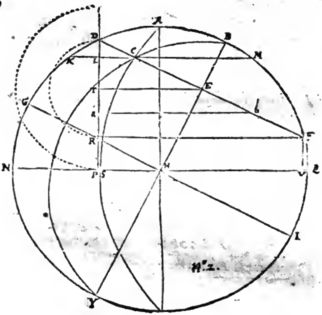
Secundum genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus conjunctim quadrante minoribus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, quæritur latus tertium: vel contra, dato etjam latere tertio, quæritur angulus ipsi oppositus: secundum schema, Num. 2.

I. Si angulus datus sit rectus: ejusq; sinus versus DE.

AB, 28. gr. 15'.	*Idem 28. gr. 15'.*			
BC, 40.	*30. Compl. 40.*	*30.*		
AF, 68.	*45.*	*DN, 77.*	*45.*	*DP, 9772311.*
FQ, 21.	*15.*	*FV, vel PR,*	*vel Dr,*	*3624380.*
				Pr, 13396691.
				TP, 6698345.

Sinus

Sinus arcus 42. gr. 3'. 15". cujus complementum 47. gr. 56'. 45". est arcus ◡AC, quaesitus.



II. Si angulus datus sit acutus: ejusq; sinus versus DC.

AB, 26. gr. 20'.	*Idem 26. gr. 20'.*	
BC, 59. 58.	*Compl. 30. 2.*	
AF, 86. 18.	*DN. 56. 22.*	*DP, 8325991.*
3. 42.	— — —	*VF, 645323.*
		DR, 7680668.
		DT, 3840334.

◡ABC, 50. 4. 10000000.
39. 56. 6418958.
DC, 3581042.

Vt DE, 10000000. ad DT, 3840334. ita DC, 3581042. ad DL, 1375230, quo subtracto de Dp 8325991. relinquitur LP, 6950752 sinus arcus 44. gr. 2'. cujus complementum 45. gr. 58. m. est arcus ◡AC, quæsitus.

III. Si angulus datus sit obtusus: eiusq; sinus versus Db.

AB, 26. 20.	Idem 26. 20.	
BC, 45. 58.	Compl. 44. 2.	
AF, 72. 18.	DN, 70. 22.	DP, 9418621.
FQ. 17. 42.	— — —	VF, 3040331.
		DR, 6378290.
◡ABC, 112. 35.		DT, 3189145.

90. 0. DE, 10000000.
22. 35. Eb, 3840267.
Db, 13840267.

Vt DE, 10000000. ad DT, 3189145, ita Db, 13840267. ad Da, 4413861: quo subtracto de DP, 9418621. relinquitur aP, 5004760. sinus arcus 30. gr. 1'. 53". cujus complementum 59. gr. 58'. 7". est arcus ◡AC, quæsitus.

IV. Si datum sit latus tertium: quod etiam in hoc genere exemplorum semper est quadrante minus. Verbi gratia. Si datum sit latus ◡AC, quæratur autem angulus ◡ABC.

◡AB,

AB, 26.20.	*Idem 26.20.*	
BC, 59.58.	*Compl. 30. 2.*	
AF, 86.18.	*DN. 56.22.*	*DP, 8325991.*
3.42.	— — —	*VF, 645323.*
		DR, 7680668.
AC, 45.58.		*DT, 3840334.*
44. 2.	— — —	*LP, 6950752.*
		DL, 1375239.

Vt DT, 3840334. ad DE, 10000000, ita DL, 1375239. ad DC, 3581042. sinum versum: quo subtracto de DE, 10000000. relinquitur CE, 6418958. sinus rectus anguli CBE. 39. gr. 56'. cujus complementum 50. grad. 4. m. est angulus ◡ABC, quæsitus.

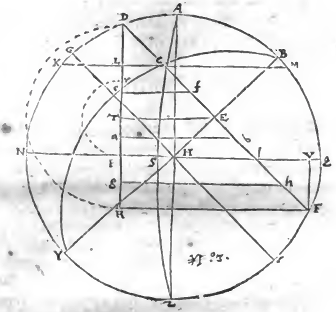
Tertium genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus conjunctim quadrante majoribus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, quæritur latus tertium: vel contra; dato etjam latere tertio, quæritur angulus ipsi oppositus, secundum schema, Num. 3.

I. Si angulus datus sit rectus, ejusq; sinus versus DE.

AB, 40. 6.	*Idem 40. 6.*	
BC, 72.12.	*Compl. 17. 48.*	
AF, 112.18.	*DN, 57. 54.*	*DP, 8471219.*
QF, 22.18.	*VF, vel PR, vel Dr, 3794562.*	
		rP, 4676657.
		TP, 2338328.

Sinus arcus 13. gr. 31'. 22". cujus complementum ◡AC, 76. gr. 28'. 38". est latus tertium quæsitum.

II. Si angulus datus sit acutus: ejusq; sinus versus DC.



AB,45.58 *Idem 45.58.*
BC.59 58. Compl. 30. 2.

AF,105.56. DN, 76.0. DP,9702957.

QF,15.56. — — — *VF,2745187.*

DR,12448144.

ABC,28.14.DE,10000000.DT, 6224072.
61,46.CE, 8810284.

DC,1189716.

Vt D

Vt DE, 10000000. ad DT, 6224072. ita DC, 1189716. ad DL, 740488, quo subtracto de DP 9702957. relinquitur LP, 8962469. sinus arcus 63. gr. 40′. 8″, cujus complementum 26. gr. 19′. 52″. est latus ◡AC, quaesitum.

III. Si angulus datus sit obtusus: eiusq; sinus versus Db.

AB, 45. 58. *Idem* 45. 58.
BC, 59. 58. *Compl.* 30. 2.

AF, 105. 56.	*DN*, 76. 0.	*DP*, 9702957.
QF, 15. 56.	— — —	*VF*, 2745187.
◡*ABC*, 112. 35.		*DR*, 12448144.

Exc. 22. 35. *Db*, 13840267. *DT*, 6224072.

Vt DE, 10000000. ad DT, 6224072, ita Db, 13840267. ad Da, 8614282 quo subtracto de DP, 9702957. relinquitur a P, 1088675. sinus arcus 6. gr. 15′. cujus complementum 83. gr. 45. m. est ◡AC, latus tertium quaesitum.

IV. Si angulus datus sit obtusus, ejusq; sinus versus Dh.

AB, 45. 58. *Idem* 45. 58.
BC, 59. 58. *Compl.* 30. 2.

AF, 105. 56.	*DN*, 76. 0.	*DP* 9702957.
QF. 15. 56.	— — —	*VF*, 2745187.
		DR, 12448144.
◡*ABC*, 170.		*DT*, 6224072.
90.		

Exc. 80. *Dh*, 19848077.

Vt DE, 10000000. ad DT, 6224072, ita Dh, 19848077 ad Dg, 12353586 de quo subtractus sinus DP, 9702957 relinquit Pg, 2650629 sinus arcus 15 gr. 22′. 14″. qui additus ad quadrantem 90. gr. constituit AC, latus tertium quaesitum, 105. gr. 22′. 14″.

NOTA.

NOTA. Si quartus numerus in hoc casu idem reperiatur cum sinu DP, quomodo reperiretur ex sinu verso: DI: indicio est, tertium latus esse quadrantem: quia nullum habet sinum complementi, vel excessus. Nam, si DP, subtrahas à DP, restat nihil.

V. Si latus tertium datum sit quadrante minus: ejusq; complementi sinus LP.

AB, 45.58	*Idem* 45.58.	
BC, 59.58.	*Compl.* 30. 2.	
AF, 105.56.	*DN*, 76.0.	*DP*, 9702957.
QF, 15.56.	— — —	*VF*, 2745187.
		DR, 12448144.
AC, 26.20.		*DT*, 6224072.
59.58.	— —	*LP*, 8962469.
		DL, 740488.

Vt DT, 6224072. ad DE, 10000000, ita DL, 740488. ad DC, 1189716, quo subtracto de DE, 10000000, restat CE, 8810284. sinus anguli CBE, 61.46. cujus complementum 28, 14. est angulus ◡ABC, quæsitus.

VI. Si latus tertium datum sit quadrante majus: ejusq; excessus sinus Pg.

AB, 45.58.	*Idem* 45.58.	
BC, 59.58.	*Compl.* 30. 2.	
AF, 105.56.	*DN*, 76. 0.	*DP*, 9702957.
QF, 15.56.	— — —	*VF*, 2745187.

◡*AC*,

AC,105.gr. 22'. *DR,12448144.*
Exc. 15. 22. Pg,2650629. DT,6224072.
DP,9702957.
Dg,12353586.

Vt DT,6224072 ad DE,10000000, ita Dg, 12353586 ad D h, 19848077 sinum versum anguli ABC, quæsiti 170. grad.

USUS PRÆCEDENTIUM AXIOMATUM.

Sive:

Manuductio, qua ostenditur, quomodo beneficio illorum quatuor axiomatum, quæ hactenus explicata sunt, quodlibet quæsitum in quovis Triangulo Sphærico, quàm facilimè reperiri possit.

Principio memento, Triangulum sphæricum aliud esse rectangulum, aliud obliquangulum. Et rectangulorum aliud habere tres, aliud duos, aliud unicum rectum.

Si igitur Triangulum sphæricum rectangulum habeat tres rectos: datis tribus illis rectis, etiam latera ipsorum data sunt: & contra, per 68 p.1.

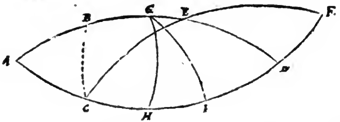
Si Triangulum sphæricum rectangulum habeat duos rectos: datis duobus illis rectis data sunt etiam duo latera, duobus illis rectis opposita: nempe duo quadrantes, per 68. p. 1. Quod si præterea etiam detur latus tertium, vel angulus tertius: dato horum alterutro, etiam alterum datum erit: cum latus tertium angulo tertio quadrantetenus oppositum, nihil aliud sit, quàm anguli illius mensura, per 58 p.1.

In his igitur duobus casibus nulla Trigonometria est opus. At si Triangulum sphæricum rectangulum tantum unicum habeat rectum, cæteros duos obliquos, in eo casu Trigonometria sæpe requiritur.

Cum autem triplex sit hujusmodi Triangulum sphæricum rectangulum. Vel enim anguli reliqui duo ambo sunt acuti, vel ambo obtusi, vel alter obtusus, alter acutus, per 63. p. 1. Axiomata nostra, non nisi eorum solutionem ostendunt: quæ duos habent præter rectum acutos: ac proinde latera singula quadrantibus minora, per 65. p. 1.

Quod si igitur solvendum tibi detur Triangulum sphæricum rectangulum cum duobus obtusis: aut cum uno obtuso & altero acuto: aut cum lateribus duobus sigillatim quadrante majoribus: pro eo Triangulo solvas Triangulum minus ipsi oppositum. Ut

Si detur tibi solvendum Triangulum BDC, rectangulum ad D, & obtusangulum ad B & C, pro eo solvas Triangulum ◡ABC, Triangulo BDC, ex angulo D, oppositum. Quibuscunque enim tribus in Triangulo BDC, datis: etiam tria in Triangulo ◡ABC, data erunt: cum angu-



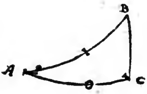
guli ad A & D, sint æquales per 59. p. 1. latera vero ◡AB & ◡AC, laterum BD & CD, obtusi denique ad B & C, acutorum ad B & C, complementa, per 60. & 21. p. 1.

Simi-

Similiter si detur tibi solvendum Triangulum CED, rectangulum ad D, obtusangulum ad E, & acutangulum ad C, pro eo solvas Triangulum EDF, Triangulo ECD, ex angulo C, oppositum.

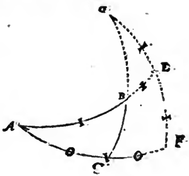
Si verò solvendum tibi detur Triangulum sphæricum rectangulum, cum duobus acutis: aut cum lateribus omnibus sigillatim quadrante minoribus: in illo nihil quæri poterit: quod non beneficio paucissimorum nostrorum axiomatum: ex tribus quibuscunque datis unica, vel multiplicatione, vel divisione: aut interdum, etiam sine omni, tàm multiplicatione, quàm divisione, per solam additionem, & subtractionem reperias: modo hoc observes: ut si in ipso Triangulo proposito idonea ad solutionem proportio inter data & quæsita non appareat, mox singula ejus latera, usque ad quadrantes continues: & totam figuram quadrante claudas. Id enim si feceris, in complementis datorum & quæsitorum laterum & angulorum certissimè reperies proportionem aliquam tuo instituto inservientem.

Verbi gratia. Si in Triangulo ABC, ex datis latere AB, & angulis BAC, & ACB, quæratur latus AC, quia nulla in his datis & quæsitis proportio apparet, cujus mentio facta sit in axiomatibus proportionum: ideò latera singula usque ad quadrantes continues, & totam figuram quadrante DF, claudas hoc modo.



Qua continuatione facta in Triangulis BDE & CDF, apparet talis proportio: de quali actum fuit axiomate secundo. Per istud igitur axioma sic concludes:

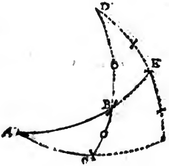
Vt sinus basis DE, ad tangentem perpendiculi EB, ita sinus quadrantis DF, sive radius ad tangentem FC, cuius complementum est arcus AC, quæsitus.



Similiter, *Si in Triangulo ABC, dati sint omnes anguli: quæratur autem perpendiculum BC, quia in his datis & quæsitis nulla apparet proportio: secundum nostra quidem axiomata: ideo Triangulum ABC, continues hoc modo :*



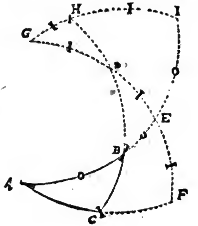
Quo facto erit in Triangulo DEB ut DBE ad DE, ita DEB ad DB, per axioma tertium: quo DB noto, notum est etiam ejus complementum BC.



Quod si prima continuatio non suffecerit: etiam secundam adhibeas licet: ut factum vides in hoc exemplo: ubi ad quærendam ex datis tribus angulis hypotenusam prima continuatio non suffecit. Secundam igitur ascivimus: hoc est: con-

continuavimus etjam Triangulum BDE, ut pridem continuaveramus Triangulum A B C, quo facto, apparuit esse,

Vt HI, tangens ad IB, radius ita DE, tangens ad EB sinum, per axioma secundum, cuius BE, arcus complementum est hypotenusa AB, quæsita.



DE OBLIQUANGULIS.

Atq; hæc de rectangulis. De obliquangulis ab initio idem ferè monendus es, quod de rectangulis: nempe, si solvendum tibi detur Triangulum obliquangulum, laterum sigillatim quadrantibus majorum: pro eo solvas Triangulum ipsi oppositum: quod laterum sit sigillatim quadrantibus minorum. Quam oppositionem didicisti lib. 1. prop. 60. Nam axiomata proportionum nostra: etsi quodammodo generalia esse possint: præcipuè tamen accommodata sunt ad ea Triangula, quorum latera singula, vel certè duo principalia (quæ nimirum angulum datum, aut quæsitum includunt) sigillatim sint quadrantibus minora.

Horum igitur quædam absq; reductione ad rectangula solvi possunt: quædam absq; reductione ad rectangula solvi non possunt.

Absque reductione ad rectangula solvi possunt, quæ tertio, vel quarto proportionum axiomati conveniunt. Tertio proportionum axiomati conveniunt, in quibus, vel ex datis duo-

bus lateribus cum angulo uni eorum opposito, angulus alteri eorum oppositus: vel contra ex datis duobus angulis, cum latere uni eorum opposito, latus alteri eorum oppositum inquiritur. Ut in istis:

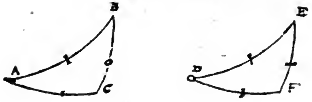
In quibus est: ut GIH, ad GH, ita HGI ad HI.
Et ut KL ad KML, ita KM, ad
KLM.

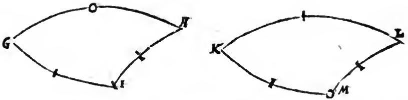


Quarto proportionum axiomati conveniunt, quædam per se, quædam per accidens.

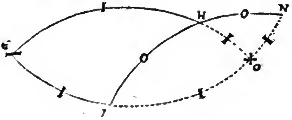
Quarto proportionum axiomati per se conveniunt: in quibus, vel ex datis duobus lateribus sigillatim quadrante minoribus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, latus tertium: vel contra ex datis omnibus tribus lateribus, angulus quispiam à duobus lateribus sigillatim quadrante minoribus, comprehensus, inquiritur. Ut in istis:

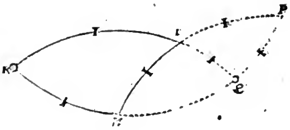
In





In quorum posterioribus duobus: quæ latus GH & KL, habent quadrante majus: si talis instituatur inquisitio, qualem sequentes notæ indicant.

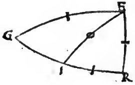


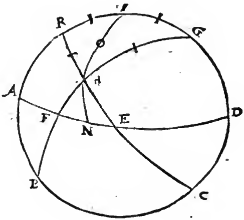


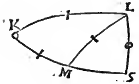
Quia

Quia ſic duo latera angulum datum, vel quæſitum includentia non ſunt utraque ſigillatim quadrantibus minora : ut axioma quartum requirit. Pro Triangulo GHI vel KLM, ſolvas Triangulum HNO vel LPQ, in quo utrovis, duo latera angulum datum, vel quæſitum includentia, juxta præceptum quarti axiomatis, ſigillatim ſunt quadrantibus minora.

Quod ſi latus GH vel KL, ſit quadrans : non neceſſe eſt, ut ſolvas Triangulum obliquangulum GHI vel KLM. Sed ſolvere poteris rectangulum, quod tali obliquangulo ſemper adjacet : ut ex ſequentibus tribus ſchematibus apparet.







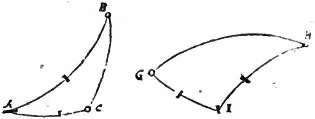
In quibus ſi latus minus GI vel KM continues uſq; ad quadrantem GR vel KS, in Triangulis GHR & KLS, anguli ad H & R, item ad L & S, erunt recti, per 68. p. 1. & latus HR, vel LS, erit menſura anguli ad G vel K, per 58. p. 1. adeoque exiſtet inde rectangulum IHR, vel MLS, trium datorum; quo rectangulo ſoluto, etiam obliquangulum illi adjacens (quippe quod complementa rectanguli contineat) ſolutum erit.

His

His observatis, quartum axioma sufficiet: neq; opus erit, ut ad singulos obliquangulorum casus singula axiomata fabricemus: quod alioqui fieri poterat.

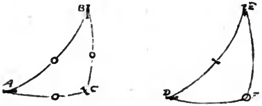
¶ Sed & illud hoc loco tenendum est: Si data quidem obliquanguli propositi ad quartum axioma congruant: quæsitum verò non item: Ut in istis.

In quorum primo quæritur angulus ad B vel C, in altero, angulus ad G vel H, principio latus BC vel GH, quærendum esse per axioma quartum: deinde ex illo invento, anguli quicunq; reliqui per tertium.



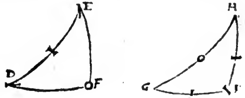
Atque hæc de illis obliquangulis, quæ quarto proportionum axiomati per se conveniunt.

¶ Quarto proportionum axiomati per accidens conveniunt: in quibus, vel ex datis tribus angulis latus aliquod, vel ex



datis duobus angulis cum latere ipsis interjacente tertius angulus inquiritur, ut in istis.

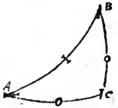
Quæ propterea dico per accidens convenire quarto axiomati: quia non aliter ipsi conveniunt: quam quatenus latera in angulos, & contra anguli in latera permutantur: quòd qua conditione fieri possit, ostendimus lib. 1. prop. 61. quam propositionem qui penitus intellexerit, & animo probè infixerit; nihil hic præterea desiderabit. In tyronum tamen gratiam, qui præcipua præceptionum momenta non semper observant, id hic repeto & inculco: in hac permutatione angulorum & laterum, pro latere maximo & angulo ipsi opposito semper complementa ad semicirculum esse sumenda; propter causas ad dictam prop. 61. libri 1. ostensas. *Exempli gratia.*



Si in Triangulo DEF, angulos in latera & contra permutaveris, Triangulum inde tale existet, quale est GHI. Unde apparet ad calculum assumendum esse non sinum versum lateris DE, sed complementi ad semicirculum: quod complementum respondet obtuso HIG.

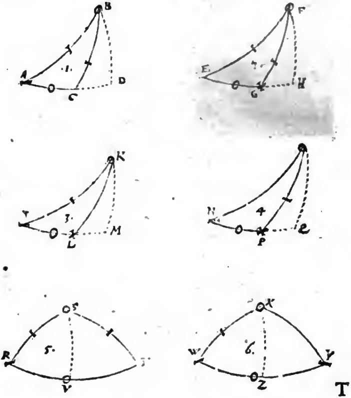
Cæterùm, quòd de illis obliquangulis monuimus, quæ per se quarto axiomati conveniunt: nempe, si data quidem axiomati quarto conveniant, quæsitum verò non item; id etiam hic locum habet.

Verbi gratia. Si in obliquangulo ◡ABC, ex datis angulis ad ◡A & B, unà cum latere AB, inquirendū sit latus AC vel BC, principiò quæras oportet angulum ACB, per axioma quartum: & tum deniq; latus AC vel BC, per axioma tertiū.



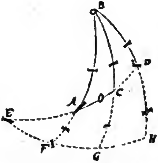
Restant illa obliquangula; quæ neq; tertio, neq; quarto propor-

proportionum axiomati conveniunt. In quibus nempe, vel ex datis duobus lateribus, & angulo uni eorum opposito, angulus neutri eorum oppositus, aut latus angulo ignoto oppositum: vel contra, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum opposito, latus neutri eorum oppositum, aut angulus lateri ignoto oppositus inquiritur. Hæc solvi non possunt, nisi ad rectangula reducantur. Ad rectangula autem reducuntur, per dimissionem perpendiculi. Quod perpendiculum, vel extra, vel intra Triangulum cadit. Extra Triangulum cadit: si dimittatur ab angulo acuto. Intra Triangulum cadit, si dimittatur ab angulo obtuso. Utcunq; autem cadat: semper angulo noto opponitur: & per axioma tertiũ reperitur, hoc modo.



1. *Vt ADB, ad AB, ita DAB ad DB.*
2. *Vt GHF, ad GF, ita HGF, ad HF.*
3. *Vt IMK, ad IK, ita MIK, ad MK,*
4. *Vt PQO, ad PO, ita OPQ, ad OQ.*
5. *Vt RVS, ad RS, ita VRS, ad VS.*
6. *Vt WZX, ad WX, ita ZWX, ad ZX.*

Inventis autem perpendiculis BD, FH, KM, &c. in omnibus istis obliquangulis habentur bina rectangula trium datorum: *Verbi gratia. In primo genere ABD & DCB: in secundo, EFH, & GFH, & ita deinceps.* Quorum rectangulorum beneficio, quicquid in obliquangulis adjunctis requiritur, facilimè reperitur: præsertim, si latera singula usq; ad quadrantes continuentur: hoc modo.



Qua continuatione facta: Si ex datis AB, BC, BAC, quæram AC, dico per axioma primum.

I. Vt HD, ad DE, ita FA, ad ◡AE, quo subtracto de ED restat ◡AD.

II. Vt HD, ad DE, ita GC ad CE, cuius complementum est CD, quo subtracto de ◡AD, restat arcus ◡AC, quæsitus.

Sin ex iisdem datis quæram angulum ABC, dico: per axioma secundum.

I. Vt DH, ad HE, ita ◡AF, ad FE: quo subtracto de EH, restat FH.

II. Vt DH, ad HE, ita CG, ad GE, cujus complementum est GH, quo subtracto de FH, restat FG, mensura anguli ◡ABC, quæsiti.

Cætera usus te docebit.

BAR-

BARTHOLOMÆI
Pitisci Grunbergensis

TRIGONOMETRIÆ

LIBER QUINTUS,

De compendiis & varietatibus calculi Trigonometrici.

Superioribus quatuor libris necessaria Trigonometriæ præcepta persecuti sumus. Quinto hoc, & postremo libro, de compendiis & varietatibus calculi Trigonometrici quædam trademus: quæ, etsi necessaria non sunt: usum tamen habent in Trigonometria perjucundum.

Compendia calculi Trigonometrici præcipua sex sunt.

COMPENDIUM PRIMUM.

In regula proportionum: in qua semper debent esse tres termini dati:

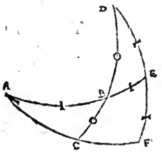
Si primo loco sit radius, secundo & tertio sinus, & multiplicationem & divisionem evitare.

REGULA. Pro duobus præter radium datis sinibus: sume arcuum sinibus istis respondentium complementa: & habebis triangulum sphæricum rectangulum, quarto Triangulo-

rum ſphæricorum axiomati accommodatum: atq; adeo per ſolam proſthaphæreſin ſolubile.

Exempli gratia: ſi detur talis propoſitio: Vt radius AE, ad ſinum EF: ita ſinus AB, ad ſinum BC.

Pro datis ſecundo & tertio loco arcubus AB, & EF, ſume eorum complementa BE, & ED, & habebis triangulum BED, rectangulum ad E, cujus beneficio quæſitum BC, complementum lateris DB, per quartum axioma ſphæricorum ſine omni multiplicatione & diviſione inveneris.



Sit jam latus AB,	*42. gr.*
latus EF,	*48. gr. 25'.*
Ergo erunt latus BE,	*48. gr.*
latus DE,	*41. gr. 35'.*

Quibus habitis ita procedo.

DE, 41. gr. 35'.	*Idem 41. gr. 35'.*		
BE, 48. gr. 0'.	*Compl. 42. gr. 0'.*		
89. 35.	*83. gr. 35'.*	*ſin. 9937354.*	
0. 25.	— —	*ſin. 72721.*	
		10010075.	
		5005037.	
		Sinus arcus quæſiti BC, 30. gr. 2'.	

COMPENDIUM SECUNDUM.

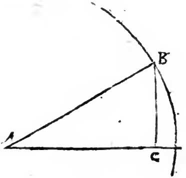
Si primo loco ſit ſinus: ſecundo, vel tertio radius: radio in primum locum retracto, diviſionem evitare.

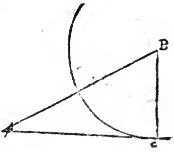
REGULA.

REGULA. Pro ſinu, primo loco poſito, ſubſtitue ſecantem complementi: & negocium confectum erit.

Nam, ut ſinus ad radium: ita radius ad ſecantem complementi: v.g.

Vt BC, ſinus anguli BAC, ad ◡AB radium, ita BC, radius ad ◡AB, ſecantem complementi ◡ABC, per primum planorum.

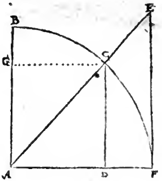




Idem etiam ſic demonſtrari poteſt.

Vt ◡AD, ſinus anguli ◡ACD, ad ◡AC, radium, ita ◡AF, radius ad AE ſecantem complementi CAD.

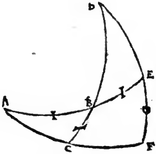
EXEMPLUM. *Sit data hac proportio. Vt ſinus arcus ◡AB, 42. gr. ad ſinum arcus BC, 30. grad. 2'. ita ſinus arcus ◡AE, hoc eſt, radius ad ſinum arcus EF.*



Pro ſinu arcus ◡AB, 42. gr. ſume ſecantem complementi 48. grad. & proportio ita habebit.

Vt radius

Vt radius 10000000. ad secantem 48. grad. 14944765. ita sinus arcus BC, 30. grad. 2'. nempe 5005037. ad sinum arcus EF, 7479910. 48. grad. 25'.

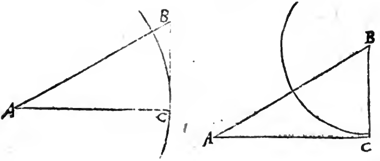


COMPENDIUM TERTIUM.

Si primo loco sit tangens: secundo, vel tertio radius: radio in primũ locum retracto divisionem evitare.

REGULA. Pro tangente primo loco positâ, substitue tangentem complementi: & voti compos eris.

Nam, ut tangens ad radium: ita radius ad tangentem complementi: v.g. ut BC, tangens anguli BAC, ad AC radium: ita BC, radius ad AC, tangentem complementi ABC, per primum planorum.

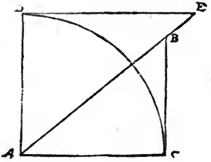


Idem

Idem etiam sic demonstrari potest.

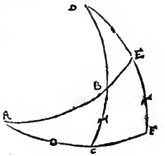
Vt BC, tangens ad ◡AC, radium, ita ◡AD; radius ad DE tangentem complementi.

EXEMPLUM. *Sit data hac proportio: ut tangens EF, 48. gr. ad radium ◡AF, ita tangens BC 30. gr. 2'. ad sinum ◡AC.*



Pro tangente EF, 48. gr. 25'. substitue tangentem complementi 41. grad. 35'. Et habebis talem proportionem.

Vt radius 10000000. ad tangentem 41 grad. 35'. 8873215, ita tangens BC, 30. gr. 2'. 5781262. ad sinum ◡AC, 5129838. 30 gr. 51'. 46".

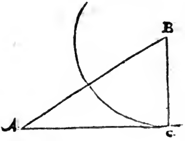


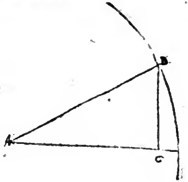
COMPENDIUM QUARTUM.

Si primo loco sit secans: secundo, vel tertio radius: radio in primum locum retracto, divisionem evitare.

REGULA. Pro secante primo loco positâ, substitue sinum complementi: & habebis proportionem, in qua radius sit primo loco.

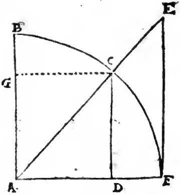
Nam, ut secans ad radium: ita radius ad sinum complementi, v. g. ut ◡AB, secans anguli ABC, ad BC, radium: ita AB, radius ad BC, sinum complementi BAC, per primum planorum.





Idem etiam sic demonstrari potest.

Vt secans AE, ad radium AF, ita radius AC, ad sinum complementi AD.



COMPENDIUM QUINTUM.

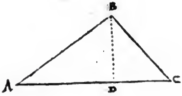
Si primo loco sit sinus: nusquam radius: diuisionem per sinum primi loci faciendam, in multiplicationem conuertere.

REGULA. Pro sinu primi loci, substitue secantem complementi: & problemati satisfactum erit.

Nam,

Nam, si detur talis proportio:

Vt AB, sinus anguli ACB, ad BC, sinum anguli BAC, ita ◡AB latus, ad BC latus.



Dimisso perpendiculo BD: eodem effectu dixeris:

1. Vt ◡AB radius ad BD, sinum anguli BAC, ita ◡AB latus, ad BD latus.

2. Vt BD radius ad BC, secantem anguli DBC, complementi anguli ◡ACB vel DCB, ita BD latus, ad BC latus per prim. planorum.

COMPENDIUM SEXTUM.

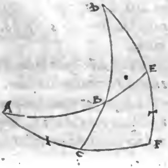
Si primo loco sit radius: secundo, & tertio mixtim sinus & tangentes, vel secantes: per solam prosthaphaeresin problema solvere.

REGULA. Tangentes & secantes habe pro sinibus: & exemplum quadrabit ad compendium primum.

Quod si tangens, aut secans habeat plures, quàm septem cyphras: ultimas septem cyphras habe pro sinu: per primam vero cyphram, aut, si plures sint, per primas, multiplica alterius dati sinum, & productum adde ad inventum compendii primi: hoc modo:

Sit data talis proportio.

Vt radius ◡AF, ad tangentem EF, anguli EAF, 48 gr. 25'. quae tangens est, 11260872, ita sinus arcus AC (qui arcus est 30 gr. 51'. 46'.) 5129837. ad tangentem arcus BC.



Tangentis 11269872. ultimas septem cyphras 1269872. habe presi-nu: & illi sinui competentem arcum de canone desume 7.grad. 17'.44". Tumq; ita procede per compendium primum.

Arcus 7.gr.17'.44".complementum est 82.gr.42'.16".
Arcus 30.gr. 51'.46".complementum est 59.gr. 8'. 14".

Ergo secundum quartum sphæricorum.

Latus minus est 59.gr. 8'.14". Idem 59.gr. 8'.14".
Latus majus est 82.gr.42'.16.Compl. 7.gr.17'.44".

exc.51.50.30. — —	*66. 25. 58. sin.*	*9165916.*
— — —	*sin.*	*7863064.*
		1302852.
Inventum compendii primi		*651426.*
Cui adde sinum alterius dati	—	*5129837.*
Et emerget — quæsita tangens arcus BC,80.grad. 2.		*5781263.*

NOTA. *Si data tangens talis esset: 21269872. post praxin compendii primi, per ultimas septem cyphras 1269872. multiplicares sinum alterius dati, 5129837. per 2. & productum adderes ad inventum compendii primi 651426.*

Si vero data tangens talis esset: 31269872. post praxin compendii primi per ultimas septem cyphras 1269872. multiplicares sinum alterius dati, 5129837. per 3. Si deniq; ante septem ultimas esset 4. multiplicares 5129837. per 4. si 5. si 6. per 6. si 12. per 12. si 213. per 213. Et sic deinceps.

Causa est: quia totus sinus 5129837. erat per totam tangentem, 11269872. multiplicandus.

Atqui per usum compendii primi sinus 5129837. erat tantum multiplicatus per 1269872. Ergo restabat multiplicatio per 1. vel 2. vel 3. vel per quicquid ante illas septem cyphras 1269872 præcesserit. Ideo autem factus per 1. & 5129837. directe sub inventum compendii primi, 651426. subscribitur: quia illud inventum est productum multiplica-tionis

tionis sinuum, 5129837. & 1269872, radio divisum. Quod productum ita staret, si radio divisum non esset.

6514260000000.

Quia igitur postremus multiplicator 1. est octavo loco, sinistram versus: ideo etiam productum eius multiplicatoris, 5129837. necessario sic subscribitur, ut ultimus ejus numerus sit octavo, penultimus nono loco, & ita deinceps: hoc nempe modo.

6514260000000.
5129837. —

COMPENDIUM SEPTIMUM.

Qualiacunque sint data: per solam prosthaphæresin quæsitum invenire.

REGULA. Ut semper radium habeas primo loco: effice per compendium secundum, tertium, quartum vel quintum. Deinde cętera perage per compendium primum aut sextum.

De Varietatibus calculi Trigonometrici, in genere.

In solutione triangulorum, præcipuè sphæricorum, sæpè unum idemque quæsitum, ex iisdem datis, pluribus diversis modis inveniri potest. Cujus rei causæ sunt quatuor: quas singulas singulis theorematibus explicabimus.

Varietatis calculi Trigonometrici theorema primum.

Omnis proportio radii ad sinum, tangentem, aut secantem: & contra: tripliciter variari potest, per primum axioma planorum.

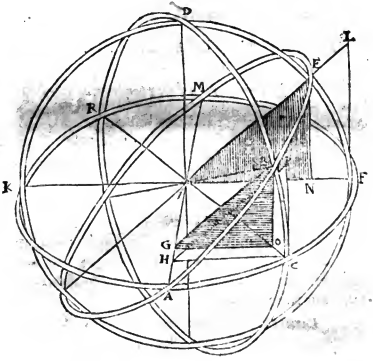
Ergo in triangulo sphærico rectangulo ABC, si ex datis BAC, 48. gr. 25'. & AB, 42. gr. quærendus sit arcus BC. Quia datur hæc proportio.

Vt AE, radius ad EF, sinum: ita AB. sinus ad BC, sinum per primum sphæricorum.

Hoc est

Quia in triangulo plano GBO, per ista duo data BAC, & ◡AB, dantur omnes anguli & insuper latus GB, sinus nempe arcus ◡AB. Latus BO, sinum arcus BC, tripliciter invenire possum.

Nempe vel sic:



Vt GB, radius	— —	10000000.
ad BO, sinum anguli BAC vel BGO,	—	7479912.
ita GB, sinus arcus ◡AB,	—	6691306.
ad BO, sinum arcus BC,	—	5005038.

Vel

Vel sic.

Vt GB, secans anguli BGO,	—	15066852.
ad BO, tangentem ejusdem anguli,	—	11269872
Ita GB, sinus arcus ◡AB,	—	6691306.
ad BO, sinum arcus BC,	—	5005038.

Vel deniq; sic.

Vt GB, secans anguli GBO,		—	13369141.
ad BO, radium	—	—	10000000.
ita GB, sinus arcus ◡AB,		—	6691306.
ad BO, sinum arcus BC,		—	5005038.

¶ *Sic in eodem triangulo sphærico ABC, si ex datis BAC, 48. grad. 25'. & ◡AC, 30. grad. 51'. 40". quaratur arcus BC. Quia datur hac proportio.*

Vt AF, radius ad EF, tangentem: ita AC, sinus ad BC, tangentem: per secundum sphæricorum.

Hoc est:

Quia in triangulo plano HPC, per ista duo data, BAC & AC, dantur omnes anguli, & insuper latus ◡AC, latus PC: tangentem anguli BAC, vel PHC, tripliciter invenire possum. Nempe, vel sic: posito latere HC, pro radio.

Vt HC, radius	—	—	10000000.
ad PC, tangentem anguli PHC,		—	11269872.
ita HC, sinus arcus HC,		—	5129838.
ad PC, tangentem arcus ◡AC,		—	5781262

Vel sic: posito latere PC, pro radio.

Vt HC, tangens anguli HPC,		—	8873215.
ad PC, radium	—	—	10000000.
ita HC, sinus arcus ◡AC,		—	5129838.
ad PC, tangentem arcus BC,		—	5781262.

Vel

Vel deniq; sic: posito latere HP, pro radio.

Vt HC, sinus anguli HPC,	—	*6637087.*
ad PC, sinum anguli PHC,	—	*7479912.*
ita HC, sinus arcus ◡AC,	—	*5129838.*
ad PC, tangentem arcus BC,	—	*5781262.*

Varietatis calculi trigonometrici theorema secundum.

In regula proportionum, in qua semper sunt quatuor termini, tres dati, quartus quæsitus: perinde est, utrum duorum terminorum intermediorum secundo, vel tertio loco ponam.

Perinde enim est, sive dicam:

Vt 2. ad 4. ita 5. ad 10.

Sive

Vt 2. ad 5. ita 4. ad 10.

Hinc quodlibet exemplum primi theorematis rursum tripliciter variare possum.

Primum exemplum primi theorematis hoc erat:

Vt radius	—	—	—	*10000000.*
ad sinum anguli BAC,			—	*7479912.*
ita sinus arcus ◡AB,		—	—	*6691306.*
ad sinum arcus BC,		—	—	*5005038.*

Pro eo nunc ita dicam: adhibita rursus varietate theorematis primi.

Vel: ut radius	—	—	—	*10000000.*
ad sinum arcus ◡AB,			—	*6691306.*
ita sinus anguli BAC,		—	—	*7479912.*
ad sinum arcus BC,		—	—	*5005038.*

Vel:

Vel: ut secans arcus AB, —	13456327.
ad tangentem ejusdem —	9004040.
ita sinus anguli BAC, —	7479912.
ad sinum arcus BC, —	5005038.

Vel deniq; ut secans complementi arcus AB,	14944705.
ad radium — —	10000000.
ita sinus anguli BAC, —	7479912.
ad sinum arcus BC, —	5005038.

¶ *Secundum exemplum primi theorematis hoc erat:*

Vt radius — — —	10000000.
ad tangentem anguli BAC, —	11269872
ita sinus arcus AC, —	5129838.
ad tangentem arcus BC, —	5781262.

Pro eo nunc ita dicam: adhibitâ simul varietate theorematis primi.

Vel: ut radius — —	10000000.
ad sinum arcus AC, — —	5129838.
ita tangens anguli BAC, —	11269838.
ad tangentem arcus BC, —	5781262.

Vel: ut secans arcus AC, —	11649603.
ad tangentem ejusdem — —	5976055.
ita tangens anguli BAC, —	11269838.
ad tangentem arcus BC, —	5781262.
Vel deniq; ut secans complementi arcus AC,	19493797.
ad radium — —	10000000.
ita tangens anguli BAC, —	11269838.
ad tangentem arcus BC, —	5781262.

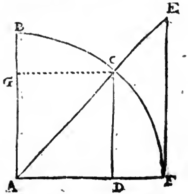
Varietatis calculi trigonometrici theorema tertium.

Sinus arcuum & ſecantes complementorum reciprocè ſunt proportionales.

Hoc eſt, ut ſinus arcus majoris ad ſinum arcus minoris: ita ſecans complementi arcus minoris, ad ſecantem complementi arcus majoris. Et viciſſim. Vt ſinus arcus minoris, ad ſinum arcus majoris: ita ſecans complementi arcus majoris ad ſecantem complementi arcus minoris.

Cauſa hujus reciprocationis eſt:

Quia radius eſt media proportione inter ſinum arcus & ſecantem complementi, *hoc eſt, Vt ſinus ſe habet ad radium ita radius ad ſecantem complementi v. g.*



Vt ◡*AD, ſinus arcus BC, ad radium AC, ita radius AF ad AE, ſecantem complementi CF, per 4 ſexti Euclidis: ſive per 46. primi noſtri.*

Ergo unuſquiſq; ſinus in ſecantem complementi ductus, efficit quadratum radii.

Ac proinde plana ex ſinibus arcuum & ſecantibus complementorum facta, omnia inter ſeſe ſunt æqualia: quia ſcilicet uni quadrato radii ſunt æqualia.

◡*Atqui plana æqualia, habent latera reciprocè proportionalia per 42. primi noſtri.*

Ergo, ut ſinus arcus majoris, ad ſinum arcus alicujus minoris: ita ſecans complementi arcus minoris, ad ſecantem complementi arcus majoris.

In parvis numeris hoc totum cernere perfacile eſt. Sint enim ſinus duo: 4. & 2. radius 10. Principio manifeſtum eſt, ſecantes complementorum fore 25. & 50. Nam

Nam:

Vt 4. ad 10. ita 10. ad 25.

Vt 2. ad 10. ita 10. ad 50.

Deinde manifestum est, esse secantem complementi 2, ad secantem complementi 4, ut 4. ad 2. Nam secans complementi 2. est 50. secans complementi 4. est 25. Vt autem 4. ad 2. ita 50. ad 25.

In numeris majoribus est eadem ratio. Sint enim dati duo sinus 6691306. & 5005038. & quærantur secantes complementorum, hoc modo.

Vt 6691306. ad 10000000.
ita 10000000. ad 14944765.
Vt 5005038. ad 10000000.
ita 10000000. ad 19979868.

Manifestum est, post istam inquisitionem esse:

Vt 6691306. ad 5005038.
ita 19979868. ad 14944765.

Hinc primum exemplum primi theorematis rursum sextupliciter variare possum.

Nam si ex primo theoremate assumam proportionem istam.

Vt radius 10000000. ad sinum anguli BAC, 7479912. Inversa illa proportione dicam per hoc tertium theorema: adhibitâ simul varietate theorematis primi.

Vel: ut sinus anguli BAC,	—	7479912.
ad radium	— —	10000000.
ita secans complementi arcus AB,	—	14944765
ad secantem complementi arcus BC,		19979868

Vel: ut tangens anguli BAC,	—	11269872
ad secantem ejusdem	—	15066852.
ita secans complementi arcus AB,		14944765.
ad secantem complementi arcus BC,		19979868.

Vel deniq; ut radius — —	*10000000.*
ad secantem complementi anguli BAC,	*13369141.*
Ita secans complementi arcus AB, —	*14944765*
ad secantem complementi arcus BC,	*19979868.*

¶ *Si vero ex secundo theoremate assumam proportionem istam.*

Vt radius 10000000. ad sinum arcus ◡*AB, 6691306. Inversa illa proportione dicam per hoc tertium theorema: adhibitâ simul varietate theorematis primi.*

Vel: ut sinus arcus ◡*AB,* —	*6691306.*
ad radium — —	*10000000.*
ita secans complementi anguli BAC, —	*13369141.*
ad secantem complementi arcus BC	*19979868.*

Vel: ut tangens arcus AB, —	*9004040.*
ad secantem ejusdem, —	*13456327.*
ita secans complementi anguli BAC, —	*13369141.*
ad secantem complementi arcus BC,	*19979868.*

Vel deniq; ut radius, — —	*10000000.*
ad secantem complementi AB, —	*14944765*
ita secans complementi anguli BAC, —	*13369141.*
ad secantem complementi arcus BC,	*19979868*

Ita arcum BC, ex iisdem datis BAC, & AB, duodecies invenero: ter per primum: & iterum ter per secundum: & deniq; sexies per tertium theorema.

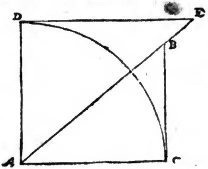
Varietatis calculi Trigonometrici theorema quartum.

Tangentes arcuum & tangentes complementorum reciprocè sunt proportionales.

Hoc est: ut tangens arcus majoris ad tangentem arcus minoris: ita tangens complementi arcus minoris, ad tangentem complementi arcus majoris. Et contra.

Ratio

Ratio reciprocationis hujus eadem est, quæ in secantibus. Quia nimirum radius est media proportione inter tangentem arcus & tangentem complementi. Nam Vt ED ad ◡AD, ita ◡AC ad BC, per 4. Sexti Euclidis, sive per 46. primi nostri. Cum igitur sit exempli gratia.



Vt 11269872. tangens 48. grad. 25' ad radium 10000000, ita radius 10000000. ad tangentem complementi 8873215.

Et,

Vt 5781262. tangens 30. gr. 2'. ad radium 10000000, ita radius ad tangentem complementi 17297260.

Erit etiam:

Vt 11269872. ad 5781262.
ita 17297260. ad 8873215.

Vel viceversa:

Vt 5781262. ad 11269872.
ita 8873215. ad 17297260.

Hinc, si data tangente 11269872, quæratur tangens 5781262. missis illis possum fingere, datam esse tangentem complementi 8873215. & quæri tangentem alterius complementi 17297260. Qua fictione assumpta, proportionem secundi exempli secundi theorematis: quæ talis erat:

Vt radius 10000000. ad sinum arcus AC, ita tangens anguli BAC, ad tangentem arcus BC.

Hanc inquam proportionem inverto & dico: adhibitâ simul varietate theorematis primi.

Vel: ut sinus arcus AC,	—	*5129838.*
ad radium	— —	*10000000.*
ita tangens complementi anguli BAC,		*8873215.*
ad tangentem complementi arcus BC,		*17297260.*

Vel: ut tangens arcus ◡AC,	*5976055.*
ad secantem ejusdem	*11649603.*
ita tangens complementi anguli BAC,	*8873215.*
ad tangentem complementi arcus BC,	*17297260.*

Vel denique: ut radius	*10000000.*
ad secantem complementi arcus ◡AC,	*19493797*
ita tangens complementi anguli BAC,	*8873215.*
ita tangentem complementi arcus BC,	*17297260*

Et ita arcum BC, ex iisdem datis BAC, & ◡AC, novies invenero: ter per primum, ter per secundum, & iterum ter per hoc quartum theorema.

DE VARIETATE CALCULI TRIGONOMETRICI IN SPECIE: CIRCA priora tria axiomata planorum.

Priora tria axiomata planorum fortasse rectius in unum contrahi: & sic proponi possent.

Latera subtensis angulorum oppositorum directè sunt proportionalia.

Hoc est: ut se habet latus maximum ad latus minimum: ita se habet subtensa anguli maximi ad subtensam anguli minimi. Et sic de cæteris.

Causa est: quia cuivis triangulo plano circulus circumscribi potest. Quod si fiat, latera trianguli plani jam reipsa sunt subtensæ angulorum ipsis oppositorum: ut libro tertio, axiomate tertio, ostendimus.

CONSECTARIUM GENERALE.

Datis igitur duorum quorumcunq; angulorum subtensis, cum latere uni datorum angulorum opposito; datur etiam latus alteri datorum angulorum oppositum. Et contrà.

Datis

Datis duobus quibuscunque lateribus, cum subtensa anguli uni datorum laterum oppositi; datur etiam subtensa anguli alteri datorum laterum oppositi: & per subtensam angulus ipse.

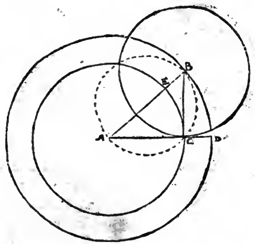
¶ *Dantur autem subtensæ angulorum datorum, in triangulis planis rectangulis tripliciter: nempe*

1. Vel sic, ut latus subtendens rectum sit radius: latera includentia rectum sinus.

2. Vel sic, ut latus majus includentium rectum sit radius: reliqua duo latera tangens & secans acuti minoris.

3. Vel deniq; sic, ut latus minus includentium rectum sit radius: reliqua duo latera tangens & secans acuti majoris.

Vt in triangulo plano rectangulo ◡ABC, in quo latera ◡AB, BC & ◡AC, sunt subtensæ angulorum ipsis oppositorum: respectu circuli punctati ◡ABC.



Si latus ◡AB, ponas pro radio: latera BC & ◡AC, erunt sinus angulorum BAC & ◡ABC: respectu circuli BD.

Si latus

Si latus AC, ponas pro radio, latus BC, erit tangens acuti BAC, latus AB, secans ejusdem: respectu circuli EC.

Si latus BC, ponas pro radio, latus AC, erit tangens acuti ABC, latus AB, secans ejusdem: respectu circuli CD.

¶ *At in triangulis planis obliquangulis: datis angulis dantur subtensæ angulorum uno modo tantùm: nempe per sinus tantùm. Tangentes enim, & secantes in triangulis planis obliquangulis locum non habent: per eorum definitiones. Sinus autem ubiq; locum habent: quia sunt semisses subtensarum, circulo inscriptarum: quales subtensæ cujusvis trianguli plani latera esse possunt: per antecedentem demonstrationem.*

¶ *Sed & non dati cujusvis anguli subtensa in triangulo plano rectangulo dari potest. Vnumquodq; enim latus trianguli plani rectanguli pro radio, hoc est, partium 10000000. poni; & sic pro subtensa anguli oppositi, etiam nondum noti, haberi potest.*

At in triangulo plano obliquangulo, anguli non dati subtensa nullo modo dari potest. Quia nullum latus trianguli plani obliquanguli pro radio poni potest. Idq; ideo: quia nullum latus trianguli plani obliquanguli diameter circuli triangulo circumscripti esse potest: per 1.c.53.p.1.

Consectaria specialia rectangulorum.

I. *Igitur, in triangulis planis rectangulis:* Dato præter angulos unico latere, datur reliquorum laterum quodlibet, triplici proportione: prout scilicet, vel latus subtendens rectum, vel majus, aut minus includentium rectum pro radio posueris.

II. Da-

II. Datis duobus quibuscunq; lateribus, datur uterq; acutorum, duplici proportione: prout scilicet, vel hoc, vel illud datorum laterum pro radio (*hoc est, pro subtensa anguli oppositi, sive noti, sive ignoti*) posueris.

Consectaria specialia obliquangulorum.

I. *In triangulis planis obliquangulis:* Dato præter angulos unico latere, datur quidem reliquorum laterum quodlibet: Sed unicâ tantum proportione, &c.

II. *Non, simpliciter datis duobus quibuscunq; lateribus:* Sed tantùm, datis duobus lateribus, cum angulo, uni eorum opposito: datur angulus alteri eorum oppositus.

Hæc deductio magis quidem methodica mihi videbatur: Sed illis discipulis meis, qui nihil non apud me poterant, ea ratio, quam libro tertio secutus sum, ad captum tyronum videbatur accommodatior.

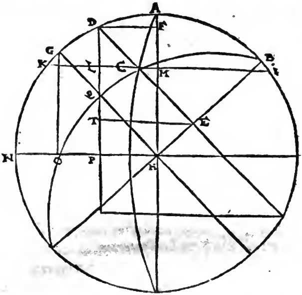
De varietatibus calculi Trigonometrici, iterum in specie:

Circa quartum axioma triangulorum sphæricorum.

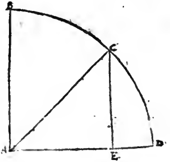
Regiomontanus & eum secuti Finckius atq; Landsbergius quartum axioma triangulorum sphæricorum ita proponunt.

Quadratum radii est ad planum sinuum rectorum, duorum laterum inæqualium: ut sinus versus anguli à dictis duobus lateribus comprehensi, ad differentiam sinuum versorum tertii lateris, & reliquorum duorum laterum differentiæ.

DEMONSTRATIO *eorum breviter hæc eſt.*



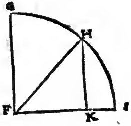
I. Vt GH, radius ad DE, ſinum rectum lateris majoris BC, vel BD, ita GQ, ſinus verſus anguli ABC, in diametro circuli maximi: ad DC, eundem ſinum verſum in diametro circuli paralleli. Quia in circulis inæqualibus: ut radius circuli unius ad radium circuli alterius: ita ſinus tàm recti, quàm verſi, circuli unius, ad ſinus tàm rectos, quàm verſos ſimilium arcuum circuli alterius: *v.g.*



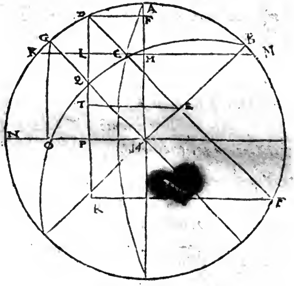
In circulis inæqualibus BCD, & GHI, ſi arcus CD, & HI, ſint ſimiles: eſt ut radius AC, ad radium FH: ita ſinus rectus CE, ad ſinum rectum HK; & ita ſinus rectus AE, ad ſinũ rectũ FK; & ita deniq; ſinus verſus ED, ad ſinũ

verſum

versum KI, per quartam sexti, & per quintam quinti, ac undecimam septimi Euclidis; & per schemata adjuncta.



II. Ut GH, radius ad GO, sinum rectum lateris minoris AB, vel GN, ita DC, ad DL, per quartam Sexti Euclidis. Quo DL, addito ad AF, sinum versum differentiæ laterum AB, & BC, sive BD, nempe arcus AD, efficitur AM, sinus versus tertii lateris AC, vel AK.



Porro: quia est,

Vt GH, ad DE, ita GQ, ad DC. Et
Vt GH, ad GO, ita DC, ad DL.

Est etiam, per multiplicationem proportionum.

Vt planum GH, GH, ad planum DE, GO.
Ita planum GQ, DC, ad planum DC, DL.
Et postremis duobus planis GQ, DC, & DC, DL.
Per commune latus DC, divisis.
Vt planum GH, GH, ad planum DE, GO.
Ita latus GQ, ad latus DL.

Vel, primis etiam duobus planis per communem aliquem divisorem, v. g. per radium, divisis.

Vt GH, radius ad planum DE, GO, radio divisum:
Ita GQ, latus ad DL, latus.

Nam si sit:

Vt 10. ad 8, ita 5. ad 4.
Vt 10. ad 5, ita 4. ad 2.

Erit etiam:

Vt 100. ad 40, ita 20. ad 8.

Et postremi[illegible]lanis per commune latus [illegible] 4. divisis.

Vt 100. ad 40, ita 5. ad 2.

Vel primis etiam duobus planis per communem aliquem divisorem v. g. per 10. divisis.

Vt 10. ad 4, ita 5. ad 2.

Hæc est demonstratio Regiomontani, Finckii, & Landsbergii: omnino certa, & infallibilis. Quod nemo non videt: nisi qui plane sit ἀγεωμέτρητος.

EXEMPLUM è tertio genere exemplorum nostrorum repetitum.

BC, 59.

	BC,59.58. *sinus rectus.*	8657344.
	AB,45.58. *sinus rectus.*	7189355.
Diff.	14.0.	10000000.
	76.	9702957.

Sinus versus differentia. 297043.

◡ABC,28.14.	10000000.
61.46.	8810284.
Sinus versus anguli	1189716.

Planum sinuum rectorum ◡*AB & BC*,62240719373120.
Idem planum radio divisum 6224072.
Planè conveniens cum medietate recta, per prostaphæresin à nobis inquisita.

Proportio.

Vt radius	10000000. DE.
◡*Ad planum sinuum rectorum, radio divisum*	6224072. DT.
Ita sinus versus anguli ◡*ABC*	1189716. DC.
◡*Ad differentiam*	740488. DL.
Quam si addas ad sinũ versum differentiæ laterum	297043. AF.
Efficitur sinus versus tertii lateris	1037531. AM.
Qui demtus de radio	10000000. AH.
Relinquit sinum complementi tertii lateris	8962469. MH.

Cui sinui competit arcus KN.63.gr.40'.8". Cuius complementum 26.gr.20'.52". est arcus ◡*AK, vel* ◡*AC, quæsitus.*

Justus Byrgius in praxi quarti axiomatis nunquam sinibus versis, sed semper sinibus rectis utitur: Et primum quidem inquirit sinum complementi tertii lateris, qualis esset, angulo ad B, existente recto: deinde differentiam illius sinus à sinu anguli obliqui, hoc est, rectam CO, vel EO,

 vel LT:

vel LT: investigat: Si angulus ad B, sit acutus: tali proportione.

Ut DE, radius ad DT, medietatem recta,
Ita CE, sinus complementi anguli ABC, ad CO.

Si angulus ad B, fit obtusus: tali proportione.

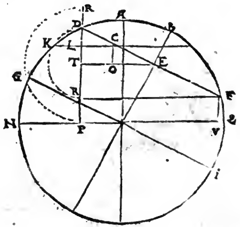
Ut DE, radius ad DT, medietatem recta,
Ita EC, sinus excessus anguli ABC, ad EO.

Quam ipsam tamen proportionem sine omni multiplicatione & divisione absoluit: adminiculo primi compendii nostri.

Porrò, inventum TL, angulo ABC, existente acuto semper addit ad TP, ut resultet LP, sinus complementi tertii lateris.

At, angulo ABC, existente obtuso, vel inventum TL, subtrahit à TP, ut restet LP, sinus complementi tertii lateris: vel, ab inventa TL, subtrahit TP, ut restet LP, sinus excessus tertii lateris: quemadmodum faciendum esse, adjuncta tria schemata docent. Quibus singulis singula exempla Byrgiano more facta accommodabimus.

EXEMPLUM PRIMUM: QUOD LIBRO quarto fuit secundum secundi generis.



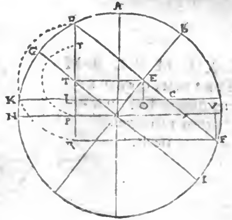
Latus

Latus minus GN, vel QI, 26. gr. 20'.
Compl. lateris majoris GD, } *adde & subtrahe.*
vel FI, 30. 2.

Summa DN, 56. 22. Sinus. 8325991. DP.
Differētia FQ, 3. 42. Sinus 645323. PR.
Summa 8971314. rP.
Dimidium 4485657. TP, inventum I.
645323. Dr.

ABC, quasi la 22. gr. 35'. 1½". 3840334. DT, medietas recta.
tus minus 50. 4. 0.
Summa. 72. 39'. 1½. Sinus 9545031.
Differentia. 27. 28. 58½. Sinus 4614841.
Differentia 4930190.
Dimid. 2465095. CO, vel LT, inventum II.
4485657. TP, inventum I.
Summa. 6950752. LP, sinus complementi tertii lateris.

EXEMPLUM SECUNDUM: QVOD libro quarto fuit tertium tertii generis.



Latus

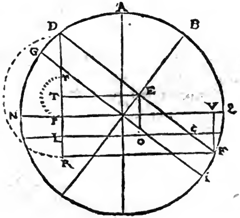
Latus minus GN, vel QI, 45. gr. 58'.
Compl. majoris GD, vel FL. 30. 2.

Summa DN,	*76. 0.*	*Sinus 9702957. DP.*
Differentia F Q,	*15. 56.*	*Sinus 2745187. PR.*
	Diff.	*6957770. RP.*
	Dimid.	*3478885. TP. inventum. I.*
		2745187. PR, vel Dr.
38. gr. 29'. 31''.		*6224072. DT, medietas rectæ*

Latus minus 51. 30. 29.
Exc. ∠ABC. 22. 35. 0.

Summa 74. 5. 29. Sinus. 9617001.
Differentia 28. 55. 29. Sinus. 4836600.
Differentia. 4780401.
Dimid. 2390200. EO, vel LT, inventum. II.
3478885. TP, inventum. I.
Differentia. 1088685. LP, sinus complementi tertii lateris.

EXEMPLVM TERTIUM, QVOD LIBRO quarto fuit quartum tertii generis.



Latus

Latus minus GN, vel QI, 45. gr. 58'.
Compl. majoris GD, vel FI. 30. 2.

Summa DN, 76. 0. Sinus 9702957. DP.
Differentia QF, 15. 56. Sinus 2745187. PR.
Diff. 6957770. rP.
Dimid. 3478885. TP. inventum. I.
2745187, PR.

38. gr. 29'. 31". 6224072. DT. medietas recta.
ABC. q. latus minus. 10. 0. 0.

48. 29'. 31". Sinus 7488625.
28. 29. 31. Sinus 4770352.
Summa 12258977.
Dimid. 6129488. EO, vel TL. inventum. II.
3478885. TP, inventum I.
Differentia. 2650603. PL, sinus excessus tertii lateris.

Hic est modus Byrgii. Alios aliorum modos referre, non est operæ precium.

APPENDIX LIBRI QUINTI,

Continens explicationem & demonstrationem Regulæ falsi.

Quia Regula falsi in Trigonometria tam magnum usum habet, ut discipulum ejus artis à tricis Algebraicis prorsus liberare possit: quemadmodum libro secundo ostendi: visum est Regulæ illius & præceptum & demonstrationem hoc loco breviter explicare.

Præceptum Regulæ falsi tale est.

Loco numeri quæsiti pone numerum pro libitu magnum aut parvum; & per eum operare secundum præscriptum

quæſtionis propoſitæ. Tum, ſi exit quod exire debebat; habes numerum quæſitum: ſin autem; differentiam inter id quod exit, & quod exire debebat, ſive falſitatem, nota per Plus vel Minus; & per aliam poſitionem, ſive majorem ſive minorem, eandem operationem repete. Deinde multiplica per crucem ſive alternatim, poſitionem primam per falſitatem ſecundam, & poſitionem ſecundam per falſitatem primam: tumque, ſi falſitates fuerint homogeneæ, ſubtrahe duo producta à ſe invicem, & duas etiam falſitates à ſe invicem: ſin falſitates fuerint heterogeneæ, adde tùm productum producto, tùm falſitatem falſitati: ac deniq; productorum vel reſiduum vel aggregatum divide per falſitatum vel reſiduum vel aggregatum, & habebis numerum quæſitum.

Caſus igitur regulæ falſi tres ſunt:

Primus caſus eſt; ubi utraq; falſitas eſt Plus: ſecundus caſus; ubi utraq; falſitas eſt Minus: tertius caſus; ubi altera falſitas eſt Plus, altera Minus.

Exempli gratia, quæratur numerus, cui ſi addatur pars tertia, & ab aggregato auferatur pars ſexta, relinquantur 100.

Is numerus revera eſt 90. ut patet ex calculo ſubiecto.

	90
$\frac{1}{3}$)	30 *Adde*
	120
$\frac{1}{6}$)	20 *Subtrahe.*
	100 *reſiduum.*

At fingam me numerum illum neſcire: & pro primo caſu primò ponam, numerũ illum eſſe 144. deinde ponam eſſe, 108. Operatio talis erit.

Poſitio prima.	144	*Poſitio ſecunda.*	108
	$\frac{1}{3}$) 48	*Adde*	36
	192		144
	$\frac{1}{6}$) 32	*Subtrahe*	24
	160	*Exit*	120
	100	*At exire debebat*	100

Falſitas

Falsitas prima.	60	*Falsitas secunda.*	20
Positio secunda	108	*Positio prima.*	144
	6480	*Productum.*	2880
	2880	*Subtrahe.*	
Residuum	3600	*Dividendus.*	*Falsitas prima* + 60
	40	*Divisor.*	*Falsitas secunda* + 20
			Residuum. 40

(90 *Quotus : hoc est numerus quæsitus.*

Pro secundo casu, primò ponam numerum illum, quem quæro, esse 54. deinde ponam esse 72. Operatio talis erit.

Positio prima. 54	*Positio secunda.* 72
$\frac{1}{3}$) 18	24
72	96
$\frac{1}{6}$) 12	16
60	80
100	100
Falsitas prima. 40	*Falsitas secunda* 20
Positio secunda. 72	*Positio prima.* 54
2880	1080
1080	*Falsitas I.* — — 40
1800 *Dividēdus.*	*II.* — — 20
20 *Divisor.*	*Divisor* 20
(90. *Quotus.*	

Pro tertio casu primo ponam numerum quæsitum esse 54. deinde ponam esse. 144. Operatio talis est.

Positio prima. 54	*Positio secunda.* 144
$\frac{1}{3}$) 18	48
72	192
$\frac{1}{6}$) 12	32
60	160
100	100

Falsitas prima.	40		*Falsitas secunda.*	60
Positio secunda.	144		*Positio prima.*	54
	5760			3240
	3240			
	9000	*Dividendus.*	*Plus.*	60
	100	*Divisor.*	*Minus.*	40
		(90. *Quotus.*		100 *Divisor*

Intelligis opinor mentem Regulæ falsi: jam demonstrationem cape. Cujus fundamentum hoc est: quod

Falsitates positionum & acquisitorum sunt inter sese proportionales. *hoc est: sicut se habet falsitas positionis primæ ad falsitatem positionis secundæ: ita se habet falsitas acquisiti primi, ad falsitatem acquisiti secundi.*

Voco autem falsitates positionum, excessum vel defectum numerorum positorum, suprà vel infra numerum verum.

Verbi gratiâ. In primo casu erant:

Positio prima.	144.	*Positio secunda.*	108
Numerus verus.	90.		90
Differentia.	54.		18

Ergò falsitas positionis primæ fuit 54. secundæ, 18.

Falsitates acquisitorum voco excessum vel defectum numerorum per processum quæstionis propositæ acquisitorum suprà vel infrà numerum quæsitum. Verbi gratiâ in primo casu erant:

Acquisitum primum.	160.	*Acquisitum secundum.*	120
Numerus quæsitus.	100.		100
Differentia.	60.		20

Ergò falsitas acquisiti primi fuit 60. secundi 20. Dico jam, esse,

Vt 54. ad 18. ita 60. ad 20.

Causa est: quia eâdem ratione utrobiq; processum fuit: nempe, addendâ primum ad numerum positum unâ tertiâ, deinde ab aggregato subtrahendâ unâ sextâ.

Effectus causæ respondet: ut vides ex calculo subjecto.

Vt 54.

Vt 54. ad 18. ita 60. ad 20.

Multiplica.	18	
per.	60	
Divide.	1080	*(evadit 20.*
	54	
	108	
	000	
	54.	

Quia igitur est: ut falsitas positionis primæ ad falsitatem positionis secundæ; ita falsitas acquisiti primi ad falsitatem acquisiti secundi: ideò, si falsitates illæ per crucem multiplicentur, nempe, falsitas positionis primæ per falsitatē acquisiti secundi, & falsitas positionis secundæ per falsitatem acquisiti primi: producta duarum illarum multiplicationum erunt æqualia. Nam si quatuor numeri sint proportionales, productum mediorum æquatur producto extremorum: ut de lineis demonstratum fuit lib. 1. prop. 42: in numeris autem eadem est ratio. Cum igitur sint,

Vt 54. ad 18. ita 60. ad 20.

Productum numeri 18. per 60. idem erit cum

Producto numeri 54. per 20. Quod ipsum etiam calculus subiectus verum esse comprobabit: qui calculus ita habet.

Falsitas positionis primæ.	54	*Falsitas positionis secundæ.*	18
Falsitas acquisiti secundi.	20	*Falsitas acquisiti primi.*	60
	1080		1080

Porrò, in multiplicatione perinde est, sive numerum totum per totū; sive totum unum per partes alterius multiplicem. Verbi gratiâ; perinde est, sive multiplicem 7. per 7. sive 7. per 4. & 3. Per utramq; enim multiplicationē invenero 49. ut & ratio dictat, & calculus subjectus ostendit.

7		7	7
7		4	3
49		28	21
	Adde	21	
	Fit	49	

Ergò in proposito exemplo primi casus, si primam positionem 144.

 multipli-

multiplicem per secundi acquisiti falsitatem, nempe per 20. perinde est, ac si multiplicaverim 90. & 54. per 20. Et per consequens, productum multiplicationis numeri 144. per 20. continet numerum verum 90. vicies, & falsum 54. itidem vicies.

Similiter, si secundam positionem 108. multiplicem per falsitatem acquisiti primi, nempe per 60.

Perinde est, ac si multiplicaverim 90. & 18. per 60. Et per consequens, productum multiplicationis numeri 108. per 60. continet numerum verum 90. sexagies, & falsum 18. etiam sexagies.

Atqui 18. sexagies, & 54. vicies, æquipollent: ut jam antè demonstratum fuit.

Ergò si productum numeri 144. per 20. subtraxero de producto numeri 108. per 60. falsum numerum, qui primo producto adhærebat, totaliter subtraxero; & insuper verum numerum vicies subtraxero. Restabit igitur verus numerus quadragies: quantum scilicet restabit de falsitate 60. post subtractam falsitatem 20.

Ergò si quod restat, post subtractionem unius producti ab altero, per id quod restat post subtractionem unius falsitatis acquisitæ ab altera, divisero; necessariò verus numerus exibit.

Prorsus ad eundem modum in secundo casu: si positionem primam 54. multiplicem per falsitatem secundam 20. perinde est, ac si multiplicaverim 20 pe 90. minus 36.

Ergò productum 54. per 20. continet verum numerum 90. vicies, minus falso numero 36. vicies.

Similiterq; si positionem secundam 72. multiplicem per falsitatem acquisiti primi, nempe per 40. perinde est, ac si multiplicaverim 90. minus 18. per 40.

Ergò productum 72. per 40. continet verum numerum 90. quadragies, minus falso numero 18. itidem quadragies.

Iam quadragies 18. & vicies 36. æquipollent, per antecedentem demonstrationem.

Ergò, si de producto 72. per 40. subtraxero productum 54. per 20. Falsita-

Falsitatem primo producto adhaerentem totaliter subtraxero, & insuper verum numerum vicies subtraxero: ac proinde verus numerus restabit vicies: sicut subtractis falsitatibus 20. de 40. restant 20.

Ergò si residuum productorum divisero per residuum falsitatum acquisitarum, Quotus erit numerus verus quaesitus.

In tertio casu: si positionem primam 54. multiplicem per falsitatem acquisiti secundi, nempe per 60. Perinde erit ac si multiplicavero 90. minus 36. per 60. Productum igitur continebit verum numerum 90. sexagies, minus falso numero 36. sexagies.

Si positionem secundam 144. multiplicem per 40. perinde est ac si multiplicaverim 90. & 54 per 40. Productum igitur continebit verum numerum 90. quadragies; & falsum 54. etiam quadragies.

Atqui sexagies 36. & quadragies 54. aequipollent, per superiorem demonstrationem: atq; adeò, quantum uno loco deest, tantum altero loco superest: & per consequens, si productum 54 per 60. addidero ad productum 144. per 40: aggregatum nullam amplius falsitatem habebit, sed verum numerum 90. continebit sexagies & quadragies. hoc est centies.

Ergo si summam productorum per summam falsitatum acquisitarum divisero, verum numerum habebo.

F I N I S.

Errata Trigonometriæ.

Pag. 10. lin. 20. pro GH lege CH. & in schemate inter A & K pone G.

pag. 23. lin. 3. & 4. lege. prop. 32. 33. 35. 36. 37. & 38.

pag. 24. lin. 2. & 13. pro 7. lege 6.

pag. 28. lin. 10. pro non, lege, uno.

pag. 40. lin. 12. pro K. lege B. lin. 18. pro 36. lege 38.

pag. 41. lin. 18. lege, subtensa simpli, dupli, tripli &c.

pag. 45. lin. 1. pro 6q. lege bq. lin. 8. pro. cyphra. 1. lege cyphra ad 1. lin. 15. pro v & ∛ lege √c℥.

pag. 72. lin. 8. pro B. lege N. lin. 9. & 19. pro 7. lege 12.

pag. 73. lin. 21. addantur hæc verba: Quæratur autem sinus 70. graduum.

pag. 78. lin. 13. pro recta, lege recta.

pag. 80. lin. 2. 3. 5. 14. pro. 8. gr. 9. lege 89. gr. similiterq́; linea 7. & 8. pro 2. gr. 1. lege 21. gr. item pro 6. gr. 8. lege 68. gr. sic pag. 122. lin. 11. 14. 16. 19. pro 2. gr. 6 lege 26. gr. pro 2. gr. 8. lege 28. gr. pro 4. gr. 5. lege 45. gr. pro 5. gr. 0. lege 50. gr. pro 5. gr. 9. lege 59. gr.

pag. 81. lin. 6. pro 41. lege 43.

pag. 82. lineâ 1. & deinceps in tangentibus dele puncta, & numeros sub se mutuo colloca, ut paulo post, nempe linea 23. &c. collocati sunt.

pag. 85. lin. 20. pro 52. lege 25.

pag 93. lin. ult. pro 49. lege 48.

pag. 99. lin. 19. & 20. pro B. lege C. lin. 24. pro ◡ABC. lege ◡ACB.

pag. 100. lin. 9. pro 7. lege 12. lin. 12. 14. 15. 16. 17. pro ◡AC. semper lege AB. & lin. 12. pro ABC. lege ACB.

pag. 113. lin. 4. pro 7. lege 12. sic pag. 114. lin. 12.

pag. 117. lin. 1. pro 8. lege 17. lin. 27. pro FF. lege EF.

pag. 118. lin. ult. pro quadra. lege quadrantes.

Item pag. 120. lin. 15. & 23. pro 7. lege 12.

pag. 124. lin. 29. pro 7. lege 12. lin. 30. pro 8. lege 13.

pag. 156. lin. 22. lege, si 5, per 5.

pag. 172. lin. 14. adde, Et,

Errata,

Errata problematum.

Pag. 5. lin. 6. pro ABST. lege ADST.
pag. 6. lin. 1. pro F lege E.
pag. 11. lin. 8. pro CH. lege AF. lin. 15. lege: Quod multiplicatum.
Pag. 16. lin. 17. pro si, lege sit.
pag. 41. lin. 15. pro &, lege est.
pag. 59. pro dc. lege dC; & ante dC. pone cC.
pag. 76. lin. 7. pro EK. lege EQ.
pag. 110. lin. 17. & 18. pro 155. lege 115. lin. 19. & 20. pro æquales, lege æquantur.
pag. 111. lin. 11. pro. (4. lege (40. & lineam 14. duobus locis promove.
pag. 135. lin. 8. & 28. pro 2. lege 3.

BARTHOLOMÆI PITI-SCI GRVNBERGENSIS

PROBLEMATVM VARIORVM:

NEMPE

Geodæticorum,
Altimetricorum,
Architectonicorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, &
Astronomicorum:

LIBRI VNDECIM,

TRIGONOMETRIÆ SVB-
iuncti, ad usum eius demon-
strandum.

FRANCOFVRTI,

Apud Nicolaum Hoffmannum, sumptibus
IONÆ ROSÆ, Anno 1612.

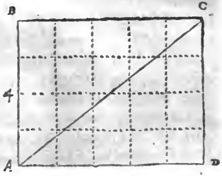
BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM
GEODÆTICORVM

Liber Unus.

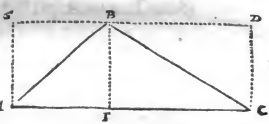
PRÆFATIO.

Socrates hunc principalem Geometriæ (cujus pars est Trigonometria) finem esse statuebat: ut agrum planum metiri dividereq; possis. Tanti Philosophi judicium secuti, istius generis problematibus meritò primum locum attribuimus. Cæterùm, cum variæ sint rationes agri plani dimetiendi, mihi ea semper visa est expeditissima, quæ fit, vel per quadrangula, vel per triangula rectangula. Nam si duo latera includentia rectum, inter se multiplices, productum multiplicationis totum, erit area quadranguli; dimidium, trianguli; à talibus lateribus constituti. Vt si duo latera includẽtia rectũ ABC, nẽpe AB, quatuor decempedarũ,



 & BC

& BC, 5. inter se multiplices, productum multiplicationis totum, nempe 20. erit area quadranguli ABCD. Productum verò multiplicationis dimidium nempe 10. erit area Trianguli ABC, ut vel ex adjuncto diagrammate liquet. Ad hujusmodi igitur Triangula plana rectangula quomodo ager quilibet, qui formam exactè quadrangulam rectangulam non habeat, sine errore reduci possit, duobus problematibus ostendemus. Vbi tamen notandum est, factâ reductione non opus esse ut utrumque triangulum rectangulum seorsim supputetur: sed satis esse, si sola basis trianguli obliquanguli per perpendiculum multiplicetur. Ista enim unica multiplicatio exhibet utriusque trianguli rectanguli, hoc est, totius obliquanguli aream duplam. Exempli gratia, In triangulo obliquangulo ABC. factâ reductione ad duo triangula rectangula ABF & FBC. non opus est, ut seorsim aream trianguli rectanguli ABF, & iterum seorsim aream trianguli rectanguli CBF inquiras, latera AF & BF, item BF & FC invicem



multiplicando: sed satis est, si basin trianguli obliquanguli ABC. nempe rectam AC. per perpendiculum BF vel DC. multiplices. Nam eo facto statim habebis aream quadranguli rectanguli AGDC. cujus dimidiam esse aream trianguli obliquanguli ABC. vel ipsa figura inspectio te docebit. Sed & hoc notandum est, sæpe quadrangula & triangula rectãgula in unam figuram conjungi, sic ut inde fiat trapezium, vel simplex, quale est ABCD. vel duplex, qualia sunt FGHI, & MNOP. In quibus casibus omnibus, si longitudinem mediam: qualis est in prima figurâ recta AS, in secunda VW, in tertia XY; per latitudinem multiplices, aream habebis. v. g. In trapezio ABCD.

Longitu-

Longitudo minima AB sit — 10. ped.
maxima DC. — — 16. ped.

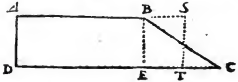
---

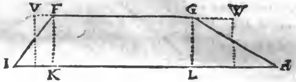
26. ped.

---

media AS — — 13. ped.
Latitudo AD vel ST — — 4. ped.

Area igitur ABST, vel ABCD, erit 52. ped. Atq; hæc qui-



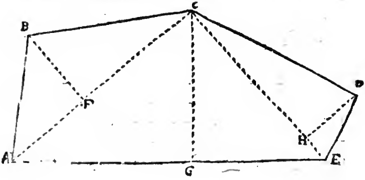




dem obiter in gratiam tyronum annotata sunto. Nunc ad ipsa illa, quæ propriè instituti nostri sunt, problemata accedemus.

PROBLEMA PRIMVM.

Agrum planum multangulum, cujus data sint latera unà cum diagoniis: sed anguli non item: in Triangula rectangula dispertire.



Sit propositus ager planus multangulus ABCDF. Et sint data ejus latera omnia: unà cum diagoniis AC, & CE. quærantur autem perpendicula BF, CG & DH, unà cum segmentis diagoniorum AF & FC. Item AG & GE, & denique CH & HE. Et sint, AB, 7. pedum, BC 9. CD, 10. DE, 4. EA, 17. AC, 13. DE, 11.

Dico pro solutione Trianguli obliquanguli ABC.

I.	Vt latus maximum AC, — — —	13	AB. 7.
	ad summam laterum AB. & BC, — —	16	BC. 9.
	Ita differentia laterum AB & BC, — —	2	Summa. 16.
	ad segmentum — — — —	$2\frac{6}{13}$	Differentia 2
	Quo demto de AC. — — — —	13	
	Relinquitur — — — — —	$10\frac{7}{13}$	
	Cuius dimidium est AF — — — —	$5\frac{7}{26}$	
	Quo subtracto de AC — — —	13	
	Relinquitur FC — — — —	$7\frac{19}{26}$ per 4. pl.	

		26	26
II. Vt AB latus, pedum — —	7	5	7
		130	182
ad AF latus, pedum — — —	$5\frac{7}{26}$	7	
		13700000 (7. &c.	
Ita AB. radius — —	100000	182	

Ad AF

Ad AF. sinum anguli ABF — 75274—48 gr. 50'. per 1. pl.
Cuius anguli complementum est BAF. 41. 10.

III. Vt AB radius — — — — — 100000
ad BF. sinum anguli BAF. 41. gr. 10' — 65825
Ita hypotenusa AB — — — — — 7. pedū
ad perpendiculum BF — — — 4|60775. per. 1. pl.
Quod multiplicatum per basin AC. — 13|
Exhibet aream trianguli ABC. duplam 59|90075
simplam 29|95037
siue — $29\frac{95}{100}$ pedum quadratorum.

¶ *Similiter pro solutione Trianguli obliquanguli ACE, dico:*

I. Vt latus maximum AE — — — 17 | AC. 13
ad summam laterum AC & CE — — 24 | CE. 11
ita differentia laterum AC & CE — — 2 | Summa 24
ad segmentum — — — $2\frac{14}{17}$ | Differentia 2.
Quo demto de AE — — — 17
Relinquitur — — — — $14\frac{3}{17}$
Cuius dimidium est GE — — $7\frac{3}{34}$
Quo subtracto de AE — — 17
Relinquitur AG — — — $9\frac{31}{34}$. per 4. planorū.

II. Vt CE. latus — — 11
ad GE latus — — $7\frac{3}{34}$
Ita CE radius — — 100000
ad GE sinum anguli GCE. — 64439—40 gr. 7'. per 1. pl.
Cuius complementum est CEG. — — 49. 53'.
Per primum planorum.

III. Vt EC radius — — — 100000
ad CG. sinum anguli CEG — 67473

Ita

Ita EC. hypotenusa — — — —	11	
ad CG. perpendiculum — — —	8	41203. per 1. pl.
Quod multiplicatum per basin AE —	17	
Exhibet aream trianguli ACE. duplam	143	00451
simplam	71	50225

¶ *Deniq. pro solutione Trianguli obliquanguli CDE, dico:*

I. Vt maximum latus CE — —	11	CD. 10
ad summã laterum CD & DE —	14	DE. 4
Ita differentia laterum CD & DE	6	Summa. 14
ad segmentum — — — —	$7\frac{7}{11}$	Differentia 6
Quo subtracto de CE — —	11	
Relinquitur — — — —	$3\frac{4}{11}$	
Cuius dimidium est HE — —	$1\frac{15}{22}$	
Quo subtracto de CE — —	11	
Relinquitur CH — — —	$9\frac{7}{22}$ per 4. pl.	

II. Vt ED latus — — — — —	4
ad HE. latus — — — — —	$1\frac{15}{22}$
ita ED. radius — — — —	100000
ad HE. sinum anguli HDE — —	42046 — 24 gr. 52
Cuius complementum est angulus HED ——	65 8

Per primum planorum.

III. Vt DE. radius — — — — — —	100000	
ad HD. sinum anguli HED — — —	90729	
Ita DE hypotenusa — — — —	4 pedum	
ad HD. perpendiculum — — —	3	62916 per 1. pl.
Quod multiplicatum per basin EC —	11	
Exhibet aream trianguli ECD duplam	39	92076

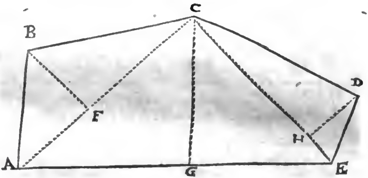
simplam

ſimplam	19	96038
Cui adde aream trianguli ABC ——	29	95037
Item aream trianguli ACE --- —-	71	50225
Et habebis aream totius agri ABCDE.	121 $\frac{413}{1000}$	pedũ quadratorum.

PROBLEMA SECVNDVM.

Agrum planum multangulum, cujus data ſint latera & anguli exteriores, diagonii non item: in Triangula rectangula diſpertire.

Sæpe fit, ut ager planus rectis itineribus pertranſiri non poſſit: propter arbores aut paludes interjectas:



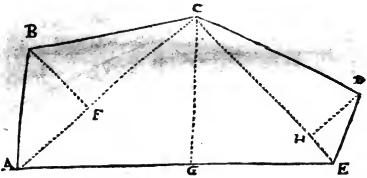
In eo caſu lineæ angulares, ſive diagonii, & inde deniq; perpendicula, ac baſes Triangulorum rectangulorum reperiuntur hoc modo. Sit exempli gratia ager planus multangulus ABCDE: qui pridem: Et ſint in eo data latera AB, 7. ped. BC, 9. CD, 10. DE, 4. EA, 17. unà cum angulis ABC, 108. gr. 2'. BCD 141. gr. 53'. CDE, 93. gr. 35. DEA, 115. gr. 1'. EAB. 81. gr. 29'. Quærantur autem perpendicula & baſes Triangulorum rectangulorum in eo agro contentorum.

Pro solutione Trianguli obliquanguli ABC.

Primùm colligo & summam, & differentiam laterum AB & BC. Itemq; summam & dimidium summæ angulorum ad A & C hoc modo.

BC, 9.	ABC, 108.gr. 2'.
AB, 7.	Compl. 71.58'.
Summa 16.	Dimid. 35.59.
Differentia 2.	

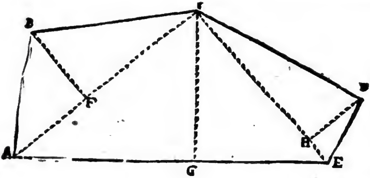
Deinde dico:



I.	Vt summa laterum AB & BC	16
	ad differentiam eorundem	2
	Ita tangens 35.gr.59'.	72610
	ad tangentem	9076
	Cuius tangentis arcus vel angulus est	5.gr.11'.
	Quo addito ad	35. 59.
	Efficitur angulus BAC vel BAF	41. 10.
	Cuius complementum est angulus ABF	48. 50.
	Subtracto vero eodem angulo	5. 11.
	de angulo	35. 59.
	Relinquitur angulus BCA vel BCF	30. 48.
	Cuius complementum est angulus CBF	59. 12.per 3.pl.

II. Vt

II. Vt AB. radius		100000
ad BF. sinum anguli BAF. 41. gr. 10'.		65825
Ita AB. pedum	7	
ad BF. pedum	4	60775. per. 1. pl.
III. Vt AB. radius		100000
ad AF sinum auguli ABF. 48. gr. 50'.		75280
Ita AB. pedum	7	
ad CH. pedum	5	26960. per 1. pl.
IV. Vt BC. radius		100000
ad FC sinum anguli FBC. 59 gr. 12.		85896
Ita BC. pedum	9	
ad FC. pedum	7	73064 (per 1. pl.)
Quo addito ad AF.	5	26960
Fit AC.	13	00024
Quo multiplicato per BF.	4	60775
Exhibet aream trianguli ABC. duplam.	59	90
Ergo area trianguli ABC. simpla est	29	$\frac{95}{100}$ pedum quadratorum.



 Beinde

Deinde pro ſolutione Trianguli obliquanguli ACE.

Primùm, de angulo EAB	—	81.gr.29'.
ſubtraho angulum BAC	—	41.gr.10.
Et relinquitur angulus CAG	—	40.gr.19.

Deinde pro latere AC. nuper invento 13|00024. aſſumo 13. fractione ſcilicet $\frac{24}{100000}$ neglecta: quippe quæ fermè nullius ſit momenti.

Denique dico per. 1. pl.

Vt AC. radius	— — —	100000
ad GC. ſinum anguli GAC. 40 gr. 19.	— —	64701
Ita AC pedum	— — —	13
ad GC. pedum	— — —	8|41113
Quod multiplicatum per AE	— —	17|
Exhibet aream ACE duplam	—	142|98921
ſimplam	—	71|49460

Poſtremo, ad ſolutionem Trianguli CDE accedens:

Primùm colligo ſummam & differentiam duorum laterum CD & DE. Item ſummam & dimidium ſummæ duorum angulorum ad C & E. hoc modo:

Latus CD. 10.	Angulus CDE	93.gr.35.
Latus DE. 4.	Complementum ad 2 rectos	86. 25.
Summa. 14.	Dimidium	43. 12.
Differentia. 6.		

Deinde dico per 3. pl.

I. Vt ſumma laterum CD & DE	14
ad differentiam eorundem	6
Ita tangens anguli 43. 12.	93906

ad tan-

ad tangentem		40245
Cui in Canone respondet angulus		21.gr.55'.
Quo addito ad angulum		43.gr.12.
Efficitur angulus CED		65.gr. 7
Cuius complementum est angulus HDE		24.gr.53.
Quo subtracto de angulo CDE		93.gr.35
Relinquitur angulus HDC		68.gr.42
Cuius complementum est angulus HCD		21 gr.18

II. Vt CD. radius		100000
ad HD. sinum anguli HCD. 21.gr.18'.		36325
Ita CD. pedum	10	
ad HD. pedum	3	63250. per. 1. pl.

III. Vt CD. radius		100000
ad CH sinum anguli CDH. 68.gr.42.		93169
Ita CD. pedum	10	
ad CH. pedum	9	31690. per 1. pl.

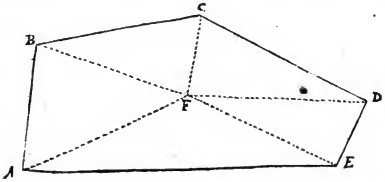
IV. Vt DE. radius		100000
ad HE sinum anguli HDE. 24.gr.53.		42077
Ita DE. pedum	4	
ad HE. pedum	1	68308 (per 1. pl.)
Quo addito ad CH.	9	31690
Fit CE.	10	99998
Hoc est, ferè	11	
Quo multiplicato per DH.	3	6325
Fit	39	9575
Cuius dimidium est area CDE.	19	9787
Cui adde aream ACE	71	4946
Item aream ABC.	29	95

Et habebis aream totius agri, ut ante. $121\frac{4233}{10000}$. pedum quadratorum.

Cæterùm, ut hoc obiter adiiciam, anguli agri plani, quos in hoc problemate dandos esse diximus, observantur vel per Quadrantem, vel per Instrumentum orbiculare, duplici dioptra instructum, & in 360. partes divisum. In qua observatione, an à vero aberraveris nec ne, sic deprehendes:

Omnes angulos circa agrum observatos collige in unam summam. Quæ summa, si duplo plures rectos effecerit quàm sunt latera, minus quatuor rectis, justa est observatio: sin autem; erronea.

Nam unaquæque figura multangula, meris angulis internis constans, habet ad circumferentiam duplo plures rectos quàm latera, minus quatuor rectis. Quia, si ex singulis angulis rectæ ad centrum figuræ ducantur, tot fiunt in figurâ triangula, quot sunt latera. Atqui singula illa triangula habent duos rectos, per 49. p. 1. Ergo universa habent duplo plures rectos quàm sunt latera figuram includentia. Iam quatuor recti triangulorum istorum ad centrum figuræ consistunt, per 6. & 15. p. 1. Ergo reliqui recti ad circumferentiam consistunt. Exempli loco sit ager quinquangulus,



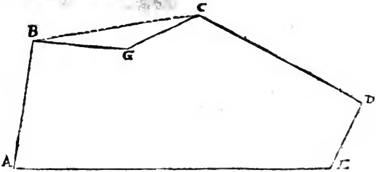
hactenus

hactenus à nobis dimensus. Is habet quinque latera. Ergo debet habere sex angulos rectos. Nam bis quinque sunt decem. Decem, minus quatuor, sunt sex. An igitur hoc ita sit, hoc est, an ager ille ex nostra obseruatione habeat sex angulos rectos, videre juvat.

Fuerunt autem anguli observati,	ABC.	108. gr.	2'.
	BCD.	141.	53.
	CDE.	93.	35.
	DEA.	115.	1.
	EAB.	81.	29.
Summa est —		540. gr.	0.

quæ summa quærebatur. Nam sex recti efficiunt 540. gradus. Sexies enim 90. sunt 540. Iusta igitur fuit observatio.

Quod si latera aliqua versus centrum sint inflexa, & angulum faciant externum, ut in hac alterâ figurâ latera BG & CG versus centrum sunt inflexa, & angulum faciunt ex-

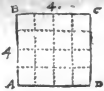


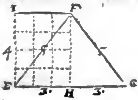
ternum BGC. Pro lateribus illis duobus BG & GC, revera in agro existentibus, sume & numera unicum latus imaginariũ BC, & de tot rectis quot habitura esset figura ABCDE subtrahe anguli BGC complementũ ad duos rectos, hoc est, subtrahe

trahe summam angulorum GBC & BCG. de rectis in figura ABCDE existentibus: residuum erit summa angulorum in figura data contentorum. Exempli gratia: si angulus BGC sit 150. graduum, summa angulorum GBC & BCG erit 30. graduum. De sex igitur rectis qui competunt figuræ quinquangulæ ABCDE, hoc est, de 540. gradibus, si subtraxeris. 30. gradus, restabit summa angulorum in figurâ ABGCDE contentorum 510. gr. Causam vel me tacente intelliges, si oculis non limis figuram propositam inspexeris.

APPENDIX.

Antequam hunc librum concludam: paucis te moneo, lector, quisquis es: si geodæsiam exercere velis, ut etiam atq; etiam tibi caveas à vulgari illo errore circumforaneorum geodætarum: qui quos agros iisdem passibus obambulaverint, eos æquales esse censent. Quæ censura, quàm sit iniqua, vel ex hoc exemplo disces:





Sint duo agri ABCD, & EFG, utriq; habentes in circuitu decempedas sedecim. Et si ager ABCD, quadratus. EFG, triangularis. Dico aream agri EFG, multò esse minorem, quam sit area agri ABCD. Nam area quidem agri ABCD, si latera AB & AD, in sese mutuò ducas, invenietur esse sexdecim decempedarum. At area agri EFG, si perpendiculum FH 4, ducas in basin alterutram EH, vel HG, 3. non nisi duodecim decempedarum esse deprehendetur. Magna igitur iniuria afficietur, si quis eodem precio agrum EFG, quo agrum ABCD, vel emerit, vel conduxerit. Quatuor enim decempedis totis in tam parvo agro defraudabitur. Quanta igitur fraus futura esset in agro magno?

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM
ALTIMETRICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

PRoblemata altimetrica vocabulo minus quidem Latino, ſed tamen uſitato, vocamus ea, quæ ſunt de dimenſione diſtantiæ & altitudinis, atq; hypotenuſæ quarumcunq; rerum ſub aſpectum noſtrum cadentium. Quæ dimenſio per varia inſtrumenta fieri poteſt. Nobis viſum eſt oſtendere, quomodo fiat per quadrantem uſitatum. Quorſum autem proſit, facilè intelligent ii, qui ex vocatione divina debent. Cæteris exponere non eſt officii, nec inſtituti noſtri.

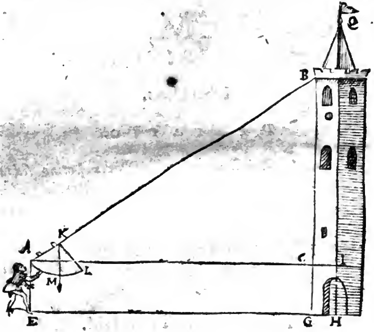
PROBLEMA PRIMUM.

Data diſtantia, altitudinem invenire.

Sit data diſtantia turris GB, nempe recta EG vel AC, 200. pedum. Libeat autem ſcire, quanta ſit altitudo pinnarum ejuſdem turris, nempe puncti B, ſupra oculum menſoris C vel A.

C Obſerva-

Obſervatis per quadrantem angulis AKM & MKL, quorum ille eſt æqualis angulo ABC, per 38. p. 1. & hic angulo BAC, propterea, quod ut angulus BAC eſt complementum anguli ABC, per 52. p. 1. ita angulus MKL, eſt complementum anguli AKM, per 9. p. Æqualium autem angulorum AKM & ABC, complementa MKL & BAC, inæqualia eſſe



non poſſunt, per naturam. His, inquam, in hunc modum obſervatis: & repertis angulis ABC, 60. gr. 20. m. BAC, 29 gr. 40'. Dico compendioſiſſimè:

Ut AC. radius	—	—		100000
ad BC. tangentem anguli BAC. 29. gr. 40'.				56962
Ita AC. pedum	—	—	—	200
Ad BC. pedum	—	—	—	$113\frac{924}{1000}$

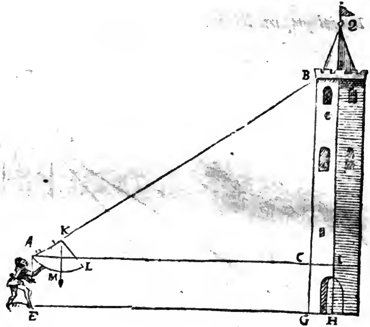
per primum axioma planorum.

NOTA.

NOTA. Si metiri libeat altitudinem globi Q non danda erit distantia AC, sed AI, quia punctum Q puncto C, non est perpendiculare.

PROBLEMA SECUNDUM.

Data distantia, hypotenusam invenire.



Rursum sit data distantia AC, 200. pedum, quæratur autem hypotenusa AB. quot pedum?

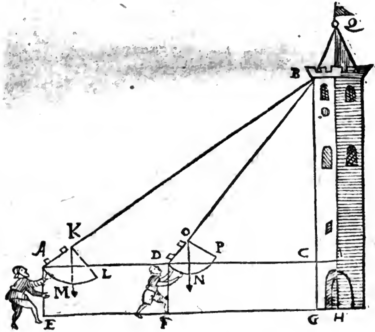
Observatis & repertis per quadrantem angulis, ut ante, dico, compendiosissime:

Vt AC. radius	— — —	100000
ad AB. secantem anguli BAC. 29. gr. 40'.	—	115085
Ita AC. pedum	— — —	200
ad AB. pedum	— — — —	$230\frac{17}{100}$

per primum planorum.

PROBLEMA TERTIUM.

Data aliqua parte distantiæ, reliquam distantiam invenire.



Sit data pars aliqua distantiæ AC, verbi gratia, EF, vel AD, 90. pedum: quæratur autem reliqua pars distantiæ, per quam

quam transire jam non liceat, propter paludes, aut fossas interjectas. Aspectâ eadem altitudine B, ex utroq; termino datæ distantiæ, nempe è puncto E & F, & observatis in prima quidem statione, angulo AKM, sive per 38. p. 1. ABC, 60. gr. 20. m. in secunda verò, angulo DON, sive per 38. p. 1. DBC, 44. gr.

Primum, de AC. tangente anguli ABC.	—	175556
subtraho DC. tangentem anguli DBG.	—	96568
Ut restet differentia tangentium AD.	—	78988
Deinde dico per 47. p. 1.		
Ut AD. differentia tangentium	— —	78988
ad DC. tangentem minorem	— —	96568
Ita AD. differentia stationum	— —	90 ped.
ad DC. distantiam stationis proximæ	—	110 ped.
Quam si addideris ad distantiam AD.	—	90 ped.
Habebis totam distantiam AC. vel EG.	—	200 ped.

PROBLEMA QUARTUM.

Data aliqua parte distantia, altitudinem invenire.

Retentis prioris observationis angulis, angulorumq; tangentibus, & tangentium differentiâ, Dico per 47. p. 1.

Ut AD. differentia tangentium	— —	78988
ad BC. radium	— —	100000
ita AD. differentia stationum	— —	90 ped.
ad BC. altitudinem	— —	114 ped. ferè.

PROBLEMA QUINTUM.

Data aliqua parte distantia, hypotenusam invenire.

Retentis prioris observationis terminis & angulis: primùm subtraho angulum BDC, sive per prius demonstrata NOP, 46. à duob. rectis 180. ut restet obtusus ADB, 134. gr.

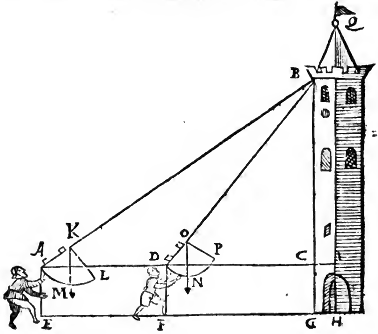
 per

per 20. p. 1. vel quod idem est, addo angulum DBC, 44. gr. ad angulum BCD, 90. ut resultet inde angulus ADB, 134 gr. per 48 p. 1 Deinde addo angulum ADB, 134 gr. ad angulū BAC, 29. gr. 40. m. ut ex summa duorum illorum angulorum 163. gr. 40. m. innotescat angulus tertius ABD, 16. gr. 20. m. Denique dico per 2. planorum:

Ut AD. sinus anguli ABD. 16. gr 20'.	—	28122.
ad AB. sinum anguli ADB. 134 gr.	—	71933.
Ita AD. differentia stationum	— —	90 ped.
ad AB. hypotenusam	— —	$230\frac{591}{28122}$.

Vel, si malis hypotenusam DB.

Ut AD. sinus anguli ABD. 16. gr. 20'.	—	28122
ad DB. sinum anguli DAB 29. gr. 40'.	—	49495
Ita AD. differentia stationum	—	90 ped.
ad DB. hypotenusam	— —	$158\frac{11274}{28122}$.



PRO-

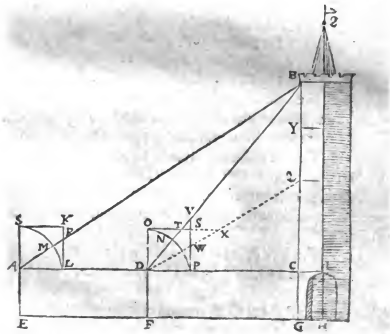
PROBLEMA SEXTUM.

Data altitudine distantiam: vel, data aliqua parte altitudinis, reliquam altitudinem, aut distantiam, aut etiam hypotenusam, inde colligere.

Inverte præcedens schema, sic ut BC sit distantia: AC, altitudo: instrumento ad casum perpendiculi convenienter applicato: & calculus erit idem.

APPENDIX.

Non erat mihi propositum quicquam de Quadrato Geometrico dicere. Sed quia in mentem venit, multos fore, qui etiam istam theoriam desiderent: En tibi eam paucis.



Latera

Latera Quadrati SK & KL, quorum illud umbra recta, hoc umbra versa vulgò dicitur, nihil aliud sunt, quàm tangentes arcuum semiquadrante minorum.

Itaque si dicas:

Ut AL, scala tota ad LR, partes æquales umbræ versæ: ita AC, distantia ad CB, altitudinem.

Perinde est, ac si dixeris:

Ut AL, radius ad LR tangentem, ita AC, distantia ad BC, altitudinem.

Ideo autem sufficiunt tangentes arcuum semiquadrante minorũ, quia eadem est proportio tangentis ad radium, quæ radii ad tangentem complementi: per compendium calculi trigonometrici tertium. Vnde hæc duo sequuntur.

1. Si dicendum sit.
Ut DP, ad PV.
eodem effectu dici posse:
Ut TO, ad OD.
nec desiderari in tali casu tangentem PV.

2. Si omnino desideretur tangens PV vel OX, facile hanc, vel illam, reperiri posse. Nam
Ut TO, ad OD, ita DP, ad PV. &
Ut WP, (cui æqualis est RL) ad PD, ita DO ad OX. Tunc autem desideratur interdum tangens PV, vel OX, quando dimensio fit per duas stationes. In eo enim casu, si forte dicendum sit:

Ut VW, ad WP, ita AD, ad DC, vel:
Ut TX, ad TO, ita AD, ad DC, pro libitu.

Tangentem PV, vel OX, notam esse oportet: ut inde differentia tangentium primæ & secundæ stationis elici possit, sive

five illæ tangentes sint ipsorum angulorum visionis: ut WP, (hoc est, RL) & PV, sive complementorum, ut OT & OX. Nam id perinde est. Quia

I. Triangula composita DXTO & BADC, sunt æquiangula per 38.p.1. Ergo:

Ut XT, ad TO, ita AD ad DC, per 46. & 47. pp. 1.

II. Triangula composita DVWP & DBZC, sunt æquiangula per 38.p.1. Ergo

Ut VW, ad WP, ita BZ, ad ZC, per 46. & 4. pp. 1.

Ut autem BZ, ad ZC, ita AD, ad AC, per 45.p.1. quia nempe recta DZ, est parallela basi AB in Triangulo ABC.

Ergo denique:

Ut VW, ad WP, ita AD ad AC.

Nam quæ conveniunt uni tertio, etiam inter se conveniunt.

F I N I S.

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM ARCHITECTONICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

Etiam in Architecturâ Trigonometria usum habet: præsertim in Architecturâ militari. Quod ut Christianis militibus ostenderem, Princeps verè CHRISTIANUS, domus Anhaltinæ columen atq; decus, à me postulavit, & suppetias etiam ad eam rem mihi tulit, tam excelso ingenio dignas. Tanti igitur Principis & favore excitatus & manuductione adjutus, faciam, quod alioqui minimè facturus eram.

PROBLEMA PRIMUM.

Data multitudine laterum arcis regularis, quantitatem angulorum circumferentiæ reperire.

Arcem hic generaliter voco quemvis locũ munitum. Neque enim aliud vocabulum Latinum suppetit, quo exprimam id quod Germanicè dicitur, Eine Festunge.

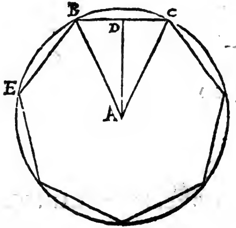
Arx

Arx regularis eſt, quæ æqualibus & lateribus & angulis conſtat, verbi gratia, quatuor, quinq; , ſex, ſeptem, octo, &c. Nam trium laterum & angulorum arx nullius eſt precii. Neq; quatuor laterum arx multum valet. Igitur ad minimum quinque laterum & angulorum eſſe debet. Quo plurium autem eſt angulorum, eo eſt ad defenſionem commodior, ut docet Speckelius Architecturæ militaris Germanicæ fol. 17. A. §. 2. ſecundæ editionis, de anno 1599.

In tali igitur arce, data multitudine laterum, quantitas angulorum circumferentiæ reperitur hoc modo.

Circulum totum arci circumſcriptum, qui circulus ſemper ponitur 360. graduum, divide per multitudinem laterum, & quotum à ſemicirculo, hoc eſt, à duobus rectis ſubtrahe: quod reſtat, erit angulus circumferentiæ arcis.

Ratio præcepti patebit ex ſubjecto exemplo. Sit arx ſeptẽ angulorum EBC. Totus circulus dividatur per ſeptẽ: quotus



 erit

erit arcus BC, menſura anguli BAC. quo detracto de duobus rectis: in triangulo plano quovis, atq; adeo etiam in triangulo ABC, exiſtentibus: relinquetur ſumma angulorum ABC & ACB: quorum angulorum unuſquiſque eſt dimidium anguli circumferentiæ per ſtructuram. Ergo ſimul ſumti exhibent ipſum angulum circumferentiæ.

Praxis.

360 gr. (51. gr.
7
35

10
7

3
60
---
180 (25′
7
14

40
7
3.5

5
60″
---
300 43″ ferè
7
28

20
7.

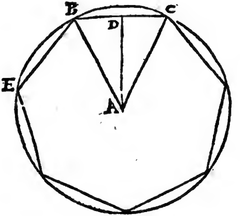
	180 gr.
BAC.	51. gr. 25′. 43″.
	128. gr. 34′. 17″.
ABD.	64. gr. 17′. 8″½.
BAD.	25. gr. 42′. 51″½.

PROBLEMA SECUNDUM.

Data quantitate laterum arcis regularis, diametrum circuli circumſcripti,

cumscripti, simulq; perpendicularem in latus arcis, atq; hinc aream arcis invenire.

Quantitatem laterum singulorum uniuscujusque arcis regularis Speckelius vult esse 1000. pedum. Itali contenti sunt 800. pedibus: ut refert idem Speckelius fol. 24. Belgæ variant. Quem nos sequamur, ad Trigonometriam nihil interest. ergo Speckelii numerum retinebimus, quo retento latus BC erit 1000. pedum: ejusque dimidium BD, erit 500. pe-



dum. Quo dato, facile erit latus AB & AD in triangulo ABC; quæ duo jam requiruntur, invenire. Nam in triangulo BAD omnes anguli dati sunt, per Problema antecedens. Posito igitur latere dato BD, pro radio (facilioris calculi causa) latus AB erit secans, AD tangens, anguli DBA. Qui angulus in proposito exemplo arcis septem angulorum est 64. gr. 17'. 8''$\frac{4}{7}$. Secans autem ejus anguli est 23047632, tangens 20765195. Dico igitur

d 3 Pro

Pro inventione lateris AB.

Ut BD radius	—	10000000	23047632
ad AB secantem	—	23047632	500
ita BD pedum	—	500	1152|3816000
ad AB pedum	—	1152|3816	

Pro inventione lateris AD.

Ut BD radius	—	10000000	20765195
ad AD tangentem	—	20765195	500
ita BD pedum	—	500	1038|2597500
ad AD pedum	—	1038| 25975	

Quod multiplicatum per BD — 500

exhibet aream Trianguli ABC. 519129|87500

Quæ area multiplicata per — 7

exhibet aream totius Arcis 3633909|125

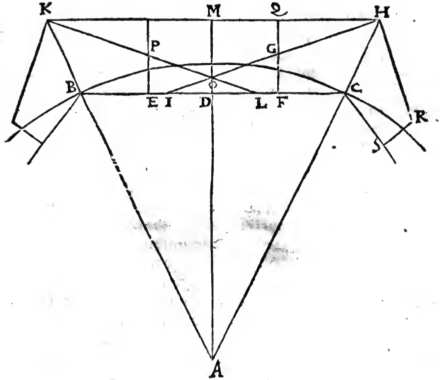
Speckelius in arce septem angulorum posito uno latere 1000. pedum invenit semidiametrum 1155. pedum. At invenire debuit 1152. pedum, error est. 3. pedum. In arce octo angulorum semidiametrum invenit 1300. pedum. At invenire debuit 1306. pedum, error est 6. pedum. In arce 16. angulorum semidiametrum invenit 2580. pedum. at invenire debuit 2563. pedum, error est 17. pedum. Tantùm trigonometria mechanicis operationibus præstat.

PROBLEMA TERTIUM.

Partes præcipuas arcis, nempe cortinam, faciem, alam & angulum propugnaculi rectè constituere.

Cortina est linea sive longitudo valli inter duo propugnacula interjecta: qualis est hic linea EF. propugnaculum est FGHRS. facies propugnaculi est GH. ala FG. collum FC. Angulus propugnaculi est angulus GHR. Qui angulus vulgò dicitur

dicitur angulus defensus, sive defendendus: respectu anguli KOH, qui vulgo dicitur angulus defendens.



Posito igitur latere arcis BC 1000. pedum, Speckelius cortinam vult esse 500. faciem 400. alam 150. pedum.

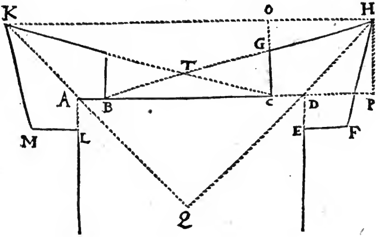
Alii à facie propugnaculi incipientes eam volunt esse in arce maxima 400. in mediocri 350. in minima 300. pedum. Deinde facie pro libitu assumtâ, cortinam volunt continere quinque quartas, & alam duas quintas faciei. Quæ propor-

proportio cum Speckeliana propè convenit. Nam si faciem 400. pedum dividas in quatuor partes, hoc est, in quater centum pedes, cortina, si sit 100 pedum, exactè continebit quinq; talium partium. Sin eandem faciem 400. dividas in quinque partes, duæ quintæ efficient 160. pedes. quæ parum absunt à 150. pedibus.

Alii, diviso latere arcis in quinq; partes, cortinæ tribuunt hujusmodi partes 3. faciei 2. alæ 0$\frac{1}{4}$ (hoc est $\frac{1}{4}$ cortinæ.) Qua ratione collo propugnaculi utrinque relinquitur pars una.

Angulum propugnaculi Speckelius semper vult esse rectum. Erhardus de Bar le duc itidem. Atqui in arce quadrangula vel quinquangula id locum habere nullo modo potest: ut ipsimet fatentur: imò in arce etiam sexangula vel septangula difficulter. Ideò præceptum illud de arce octo vel plurium angulorum inprimis est intelligendum. Itali plerique angulum propugnaculi faciunt obtusum, quod is sit cæteris firmior. In Belgio sunt artifices nobilissimi, qui angulum propugnaculi pro ratione anguli circumferentiæ arcis variandum esse censent: sic nimirum, ut quanto magis aperiatur angulus circumferentiæ, tantò magis etiam aperiatur angulus propugnaculi. Absurdum enim esse putant, ut angulo circumferentiæ crescente, angulus propugnaculi non simul crescat. In arce igitur quadrangula; quippe omnium minima; quia angulus circumferentiæ est minimus, nempe tantum 90. graduum, etiam angulum propugnaculi minimum esse volunt; Minor autem nunquam esse debet, quàm sexaginta graduum. Angulus ergo propugnaculi sive angulus defensus arcis regularis quadrilateræ erit 60. graduum. Quo posito angulus defendens necessario erit 150. graduum. Sit enim arx quadrilatera ABCDE &c. Quia igitur angulus GHF. ponitur 60. graduum: atque adeo angulus GHD. 30. graduum: angulus autem OHD, est 45. graduum; quippe æqualis

æqualis angulo CDQ, propter rectas OH & CD. parallelas: ideo angulus OHG, necessario est 15. graduum. Nam si 30,



subtrahas de 45. restant 15. Atqui anguli OHG sive OHT & OKT sunt æquales: per structuram. Ergo simul sumti complent 30. gradus: quibus de 180. gradibus subtractis, restant pro angulo KTH, 150. gradus: Quod demonstrandum erat.

In arce igitur omniũ minima, nempe quadrangula, ubi angulus circumferentiæ est rectus: angulus defensus est 60. defendens 150. graduum. In cæteris arcibus, quæ angulum circumferentiæ habent recto majorem, angulum defensum & defendentem, secundum illos, sic inquires.

Subtrahe angulum circumferentiæ minimum, hoc est 90. gradus, ab angulo circumferentiæ propositæ arcis. relicti dimidium adde ad minimum angulum defensum, hoc est ad 60. gradus; idemque dimidium aufer à maximo angulo defen-

 dente,

dente; nempe à 150. gradibus; & acquires istâ quidem operatione angulum defensum, hâc verò angulum defendentem propositæ arcis.

Exemplum primum arcis quinquangulæ.

360 (72 gr.	180 gr.
5	72
35	108 Angulus circumferentiæ.
10	90
5	18
	dimid. 9
	60
	69 Angulus defensus.
	150
	Idē dimid. 9
	141 Angulus defendens.

Exemplum secundum arcis sexangulæ.

360 (60 gr.	180
6	60
	120 Angulus circumferentiæ.
	90
	30
	15
	60
	75 Angulus defensus.
	150
	15
	135 Angulus defendens.

Exemplum tertium, arcis septangulæ.

360 gr.	180
7 (51 gr.	51. gr. 25'. 43''.
35	

10	128. gr. 34'. 17"½ Angulus circumferentiæ.
7	90
3	38. gr. 34'. 17"½
60'	19. gr. 17'. 8"½
180 (25'	60 gr.
7	79. gr. 17'. 8"½ Angulus defensus.
14	150. gr.
40	19. gr. 17'. 8"½
7	130. gr. 42'. 51"½ Angulus defendēs.
35	
5	
60"	
300(45" ferè.	
7	
28	
20	
7	

Hâc ratione angulus defensus non prius fit rectus, quàm ventum sit ad arcem duodecim angulorum, Sed fit tamen recto proximus: quod satis est: & angulus defendens non fit nimis obtusus: quod planè vitiosum esset: Nam ut angulus defensus, quò rectior eò melior, ita angulus defendens, quò acutior eò melior. Sic igitur anguli defensi perfectio curanda est, ut anguli etiam defendentis perfectioni, quantum fieri potest studeatur.

Cæterum, si in inquisitione angulorum festinandum sit, sume duas tertias anguli circumferentiæ pro angulo propugnaculi: nec multum à scopo aberrabis: ut sequens calculus ostendet.

Angulus circumferentiæ.	Quadrang.	Quinq.	Sexang.	Sept.	Octang.
	90.	108.	120.	129.	135
Una tertia	30.	36.	40.	43.	45
Duæ tertiæ	60.	72.	80.	86.	90.

Porrò,

Porrò, dicta proportio linearum & angulorum simul quidem consistere potest, quamdiu principium lineæ defensionis incertum relinquitur, nec ad concursum alæ & cortinæ alligatur. At, si lineam defensionis ex ipso concursu alæ & cortinæ perpetuò ductam velis, certa linearum simul & angulorum proportio observari non potest. Nam si dixero:

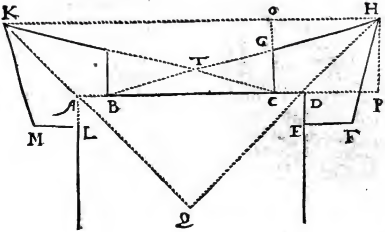
		Multiplicatio.
Ut cortina	3.	3 — 10000000|300 &c.
ad alam	$\frac{3}{4}$.	4 —— 1 | 4
ita radius	10000000.	Divisio per 3.
ad tangentē	2500000.	1 — 30000000|300 &c.
		3 —— 4 | 12
		30000000 (2500000
		12
		24
Prodibit angulus à cortina & linea defensionis		60
		12

comprehensus. 14 gr. 2'. 10. At debebat esse:
In quadrangulo 15. gr.
In quinquangulo 19. gr. 30'.
In sexangulo 22. gr. 30'.
In septangulo 24. gr. 39'. & sic deinceps.

Igitur in tali casu, quando nimirum linea defensionis ex concursu alæ & cortinæ ducenda est, vel lineæ angulis, vel vel anguli lineis cedant oportet. Quod si ergo angulos retinere cupis inconcussos, alæ quantitatem pro singulis multangulis peculiariter inquiras, hoc modo. Angulus à cortina & linea defensionis comprehensus: nempe in schemate tertio angulus GBC: est, ut modo diximus:

		Tangentes illorum angulorum sunt.
In quadrangulo	15 gr.	2679492.
In quinquangulo	19 gr. 30'.	3541186.
In sexangulo	22 gr. 30.	4142136.
In septangulo	24 gr. 39.	4588917.

Dico



Dico igitur:

Pro quadrangulo.

Ut radius.	10000000	2679492—3
ad tangentem.	2679492	3—3
Ita cortina.	3	8038476—0
ad alam.	$\frac{4}{5}$	1|0000000

Pro quinquangulo.

Ut radius.	10000000	3541186—1
ad tangentem	3541186	3—3
Ita cortina.	3.	1|0623558—3
ad alam.	$1\frac{6}{100}$	1|0000000

Pro sexangulo.

Ut radius.	10000000	4142136—3
ad tangentem.	4142136	3—3
Ita cortina.	3.	1|2426408
ad alam.	$1\frac{1}{5}$	

Pro ſeptangulo.

Ut radius.	10000000	4588917—6
ad tangentem.	4588917	3—3
Ita cortina.	3	1|3766781
ad alam.	1⅗ &c.	

Alâ ſic inventâ, ſi faciem vis immutabiliter eſſe duarum partium, qualium cortina eſt trium, variabit collum: & quantitas ejus ſic reperietur:

I. Ut GH. radius ad ſinum GO.
Ita GH. 2. ad GO -----
Quo addito ad GC----
Fit OC. vel HP ---
II. Ut GH. radius ad ſinum HO
Ita GH. 2. ad HO vel CP ----
III. Ut HP radius ad PD tangentem
Ita HP partium ---- ad PD
Quo demto de CP.

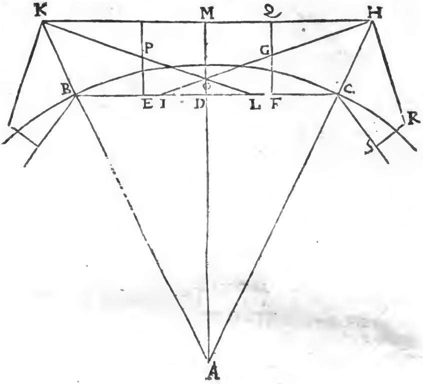
Relinquitur CD.

Exemplum hujuſce calculi videbis infra, ſub finem problematis decimiſeptimi.

PROBLEMA QUARTUM.

Qualeſcunq; dentur, cortina, facies, ala, atq; angulus propugnaculi: quanta futura & in quam partem cortinæ caſura ſit linea defenſionis, invenire.

In priore ſchemate problematis antecedentis latus BC ſit latus areis ſeptangulæ. Angulus igitur BAC erit 51. gr. 25′. 43″. Angulus verò BAD 25. gr. 42′. 51″½. quippe dimidius anguli BAC, Angulus denique ABD erit 64. gr. 17′. 8″½: quippe anguli BAD complementum: omnia, per problema primum. Ponatur jam angulus propugnaculi GHR 84. gr. 16′. angulus igitur



igitur GHC erit 42.gr.8. Quem si subtrahas ab angulo QHC. qui est æqualis angulo DCA. 64.gr.17'.8"½. restabit angulus QHG.22.gr.9'.8"½. Cujus complementum est angulus QGH 67. gr. 50'. 51"½. cui æquatur angulus FGI. unde liquet triangula QGH. & FGI. esse prorsus æquiangula: quod & structura indicat. Porrò, si angulum QGH 67.gr.50'.51"½. subtrahas à duobus rectis, restabit obtusus FGH. 112.gr.9'.8"½. Si eundem angulum QGH. vel MOH duplum sumas, habebis obtusum KOH 135.gr.41'.43". Denique si angulum DCA 64.gr.

64.gr.17′.8″½. ſubtrahas à duobus rectis, habebis obtuſum FCH 115.gr.42′.51″½. Atque ita omnes anguli in hac figura noti erunt.

De lateribus, datum ſit latus arcis BC. 1000. cortina EF 500. facies GH. 400. ala FG 150. pedum, ex Speckelii inſtituto. Latera igitur DF & FC ſingula erunt 250. pedum.

Quibus ita poſitis primum inquiratur longitudo lineæ defenſionis IH, hoc modo: In Triangulo IGF. datum eſt latus GF 150. pedum, dati ſunt etiam anguli FGI & FIG: ille quidem 67.gr.50′.51″½. hic verò 22.gr.9′.8″½. Ponatur igitur latus datum FG. pro radio; Quo facto latus IG erit ſecans anguli FGI. 67.gr.50′.51″½. Atqui illius anguli ſecans eſt 26520216. Dico igitur

Ut FG radius	10000000	26520216—6
ad GI ſecantem	26520216	150—6
ita FG pedum	150	1326010800
ad GI pedum	397|80324	26520216
Quo addito ad GH	400	397|8032400—0
efficitur IH	797|80324	

longitudo lineæ defenſionis: quam circiter 800. pedum artifices eſſe volunt, nempe pro ictu bombardæ furca ſuſtentatæ.

Deinde inquiratur, in quam partem cortinæ linea defenſionis incidat. h. e. quantum diſtet punctum I. à puncto E. ſive quanta ſit recta EI?

Eaq; inquiſitio inſtituatur hoc modo.

In eodem Triangulo IFG. & eodem latere FG pro radio poſito, ut IG eſt ſecans, ita IF eſt tangens anguli FGI. 67.gr. 50′.51″½. Atqui tangens illius anguli eſt 24562610 Dico igitur;

Ut FG

Ut FG radius	10000000	24562610—8
ad FI tangentem	24562610	150—6
Ita FG pedum	150	1228130500
ad FI pedum	368|43915	2456261
Quo detracto de FE	500|00000	368|4391500—3

Relinquitur EI pedum 131|56085. distantia initii lineæ defensionis ab ala. Quam distantiam alii artifices multò minorem, nempe tantùm duodecim pedum aut circiter: nonnulli etiam planè nullam esse volunt: At invenias exempla viva arcium exactissimè munitarum, in quibus distantia EI. sit plus quam 200. pedum, & perparum à medio cortinæ distet.

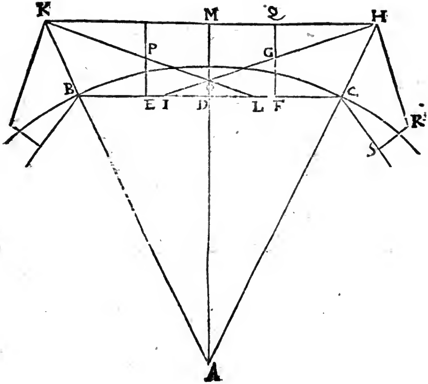
PROBLEMA QUINTUM.

Ex iisdem datis punctum decussationis duarum linearum defensionis, quantum & à latere arcis & ab extremitate alæ distet, invenire.

Punctum illud in hoc nostro schemate & punctum O. distantia ejus à latere arcis est recta DO. ab extremitate verò alæ recta CG. Hæ igitur duæ lineæ nempe recta DO & recta OG. hoc loco quæruntur. Inventio autem earum tota consistit in solutione trianguli IOD. in quo quia latus ID. jam notum est, vel certe notum esse potest per Problema antecedens. Nam, si

repertam ibi rectam EI	131|56085
subtraxeris à recta ED	250|
Restabit recta ID	118|43915

Pono hoc latus ID pro radio. Qua positione latus DO erit tangens, IO. secans, anguli DIO. 22. gr. 9'. 8''½. per problema antecedens. tangens autem illius anguli est 4071228. secans 10796987. Dico igitur,



I. Ut ID radius —	10000000
ad DO tangentem	4071228
Ita ID pedum —	118|43915
ad DO pedum —	48|21928

```
      11843915—5
       4071228—6
      ---------
      94751320
     23687830
    23687830
   11843915
  82907405
 47375660
-----------------------
 48|21927|8377620—3.
```

II. Ut

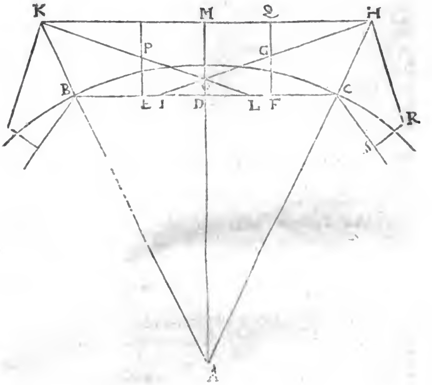
II. Ut ID radius —	10000000	11843915 — 5
ad IO ſecantem —	10796987	10796987 — 2
ita ID pedum —	118|43915	82907405
ad IO pedum —	127|87859	94751320
Quo detracto de IG	397|80324	106595235
Relinquitur OG —	269|92465	71063490
Quo addito ad GH	400|	106595235
efficitur OH —	669|92465	82907405
		11843915
		127|87859|6284105 — 1

PROBLEMA SEXTUM.

Extremorum propugnaculorum diſtantiam, & à ſe invicem & à centris ſuis; atq; etiam à centro arcis, ſimulq; perpendicularem à centro arcis in rectam extrema propugnacula connectentem, invenire.

Extrema propugnacula voco extremitates ſive cuſpides propugnaculorum, nempe puncta K & H quorum punctorum diſtantia ab invicem eſt recta KH, diſtantia verò eorundem illorum punctorum à ſuis centris, hoc eſt, à centris propugnaculorum B & C ſunt rectæ BK & CH. diſtantia porrò punctorum illorum à centro arcis eſt recta AK vel AH; perpendicularis denique à centro arcis in rectam KH eſt recta AM. Ad quas lineas omnes inveniendum opus eſt ſolutione triangulorum GQH & AMH.

In triangulo GQH. præter omnes angulos nota eſt etiam hypotenuſa GH. qua pro radio poſita latera GQ & QH ſunt ſinus oppoſitorum ipſis angulorum; qui ſinus ita habent ut ſequitur.



Anguli minoris GHQ 22 gr. 9'. 8"½. sinus est 3770709
Anguli majoris GQH 67. gr. 50'. 51"½. sinus est 9261844.

Dico igitur,

I.	Ut GH radius	—	10000000	
	ad GQ sinum	—	3770709	3770709 — 6
	Ita GH pedum	—	400	400 — 4
	ad GQ pedum	—	150 | 82836	150 | 8283600 — 6
	Quo addito ad FG	—	150	

Efficitur

Efficitur QF vel MD —	300	82836	
Quo rursum addito ad AD	1038	25975	
efficitur AM —	1339	08811	

II. Ut GH radius —	10000000		9261844
ad QH sinum —	926 1844		400
Ita GH pedum —	400		370|4737600
ad QH pedum —	370	47376	
Quo addito ad MQ —	250		
efficitur MH —	620	47376	
Cujus duplum est KH	1240	94752. distantia extremorum	

propugnaculorum à se invicem.

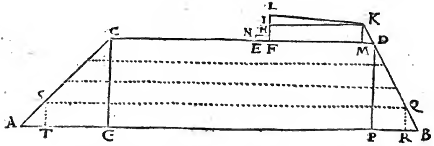
In triangulo AMH nota jam sunt duo latera, nempe latus AM,& latus MH. Noti etiam sunt omnes anguli: nempe angulus MAH, 25. gr. 42'. 51''½. ejusque complementum MHA, 64. gr. 17'. 8''½. Posito igitur latere AM pro radio, AH erit secans anguli 25. gr. 42'. 51''½. Quæ secans ex canone desumta est partium 11099163. Dico igitur:

Ut AM radius —	10000000		1339|08811—7
ad AH secantem	11099163		110|99163—3
Ita AM pedum —	1339	08811	4017|26433
ad AH pedum —	1486	27572	80345|2866
Unde si detraxeris			133908|811
AC	1152	38160	12051792|99
			120517929|9
			133908811
			133908811
Relinquitur CH	333	89412.	1486|27572|0425193—3.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Valli latitudinem & altitudinem rectè constituere.

Ista pro ratione & materiæ & formæ & situs arcis variant. Nos in exemplum proponemus vallum, cujus altitudo CG.



sit 20. pedum, latitudo maxima AB 90. minima CD 60. acclivitas interior AG altitudini æqualis. nempe 20. pedum: acclivitas exterior PB. ad altitudinem subdupla, nempe 10. pedum. Loricæ latitudo maxima FD 24. minima IK 22. pedum: acclivitas MD 2. pedum, altitudo FI vel MK. 4. pedum IL. 2. FL 6. pedum, Scamni latitudo EF 3. pedum: altitudo EN. unius pedis.

PROBLEMA OCTAVUM.

Longitudinem valli interiorem ad datam latitudinem investigare.

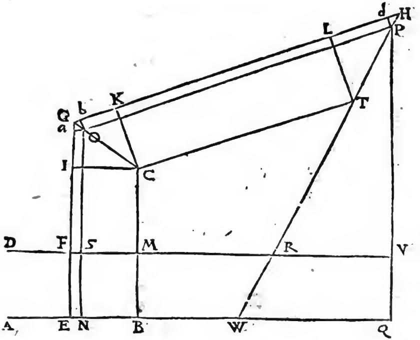
Longitudo valli exterior DFGH, jam supra data est, nempe

DF	250.
FG	150.
GH	400.

Tota DFGH 800. pedum.

Longitudo valli interior ABCT ad datam latitudinem AD, 90. pedum jam quæritur,

Quia



Quia igitur data est latitudo AD, & illi æquales EF, BM. FM & EB. Ideò si

ad AE	— —	250
addas EB	—	90
habebis AB	—	340
Item si ad FG	— —	150
addas EF	— —	90
habebis EG	—	240
Unde si auferas IG		
restabit EI vel BC		

Sed IG incognita est, ergo per Trigonometriam inquiratur, hoc modo.

In trian-

In triangulo IGC (cui æquatur triangulum GKC per structuram) notus est angulus IGC. per problema IV. dimidius nempe obtusi IGK,

qui obtusus IGK erat	111 gr. 9'.8"½. ergo	
acutus IGC erit	55. gr. 34'. 34".	Hujus verò
Complem. ICG erit	34. g. 25'. 26".	

Notum est præterea latus IC 90. pedum.

Posito igitur hoc latere IC. pro radio, latus IG erit tangens anguli ICG. quę tangens in canone reperitur partiũ 6853268 Dico igitur.

Ut IC radius	—	10000000	6853268
ad IG tangentem	—	6853268	90
Ita IC pedum	—	90	61|6794120
ad IG pedum	—	61|679412	
Quo sublato de EG.		240|000000	
Restabit EI vel BC.	—	178|320588	
Unde si rursum auferas BM	—	90	
Restabit CM	— —	88|320588	
Item, sublato GK	—	61|679412	
de GH	—	400	
Restat KH	— —	338|320588	

Unde si auferam LH.

Relinquetur KL sive CT.

Sed LH. rursus ignoratur: nec nisi per Trigonometriam indagari potest.

Notus autem est in Triangulo TLH per problema IV. angulus LHT. 42. gr. 8'. Et ejus complementum angulus LTH. 47. gr. 52'. cujus tangens de canone est, 11054284. Dico igitur

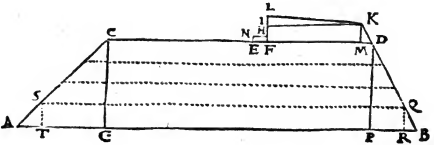
Ut TL radius	— —	10000000	11054284
ad LH tangentem	—	11054284	90
Ita TL pedum	—	90	99|4885560
ad LH pedum	—	99|488556	
Quo subtracto de KH		338|320588	

Restabit

Restabit KL sive CT —	238|832032
Cui adde CB — —	178|320588
& AB — —	340|
Et habebis totam ABCT	757|15262

PROBLEMA NONUM.

Aream sectionis valli reperire.



Imaginē sectionis valli refert schema ex problemate VII. hùc repetitum. Cujus schematis aream ex datis in eo lineis, ita quàm facilimè invenies.

Valli absque loricâ longitudo

maxima est AB —	90 ped.
minima CD —	60
	150
media — —	75
Altitudo CG —	20
Area ABCD —	1500

 In lo-

In lorica, trapezii FIKD longitudo			
maxima est FD	—	—	24. ped.
minima IK	—	—	22. ped.
			46.
media	—	—	23. ped.
altitudo FI	—	—	4. ped.
Area FIKD	—	—	92. ped.
In triangulo IKL latus IK est		—	22. ped.
dimidium latus IL est		—	1. ped.
Ergo area ILK est	—	—	22. ped.
Cui adde aream FIKD		—	92. ped.
Et habebis totam aream loricæ sine scamno		—	114. ped.
Scamni EFNH latitudo EF est		—	3. ped.
Altitudo EN	—	—	1. ped.
Area EFNH	—	—	3.
Cui adde aream loricæ reliquæ		—	114.
Et habebis aream loricæ cum scamno		—	117.
Cui adde reliquam aream valli			1500.
Et habebis aream sectionis totius valli		—	1617. pedum quadratorum.

PROBLEMA DECIMUM.

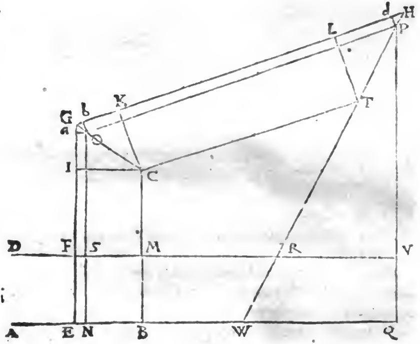
Corpus valli totum reperire.

Corpus valli intra curvaturas facilimè invenitur: multiplicando scilicet aream sectionis valli per longitudinem valli minimam. Ut longitudo valli minima à medio continuæ usque

ad alam, est AE	—	—	250 ped.
In ala ipsa CM	—	—	88';20;88
In facie CT	—	—	238,8;2032

Summa

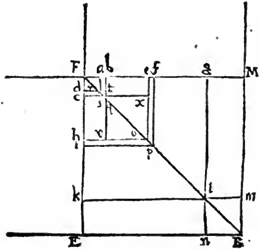
Summa	577	15262
Area sectionis valli		1617
	4040	06834
	5771	5262
	346291	572
	577152	62
Corpus valli intra curvaturas existens	933255	78654



nempe à medio cortinæ D usque ad F, & ab F usque ad I, & denique à K usque ad L. Sed curvaturarum corpus indagare, hoc opus hic labor est: si quis non proximum vero,

 sed

ſed ipſum verum ſcire appetiverit. Sic autem procedes, ſi te appetitus iſte inceſſerit.



Ante omnia corpus valli ipſius & tùm demum corpus loricæ inquíres.

Corpus valli ut invenias, primum aream valli ſupremam indagato; Deinde eam per altitudinem multiplicato, & habebis corpus valli perpendiculare.

Suprema area valli eſt, quæ conſiſtit intra lineas d r a, & k l g. quas lineas jam noſti ex plana ſectione valli, ad problema nonum annotata.

Linea nempe d r. vel r a. eſt linea acclivitatis valli exterioris, diſtans ab ambitu valli exteriore 10. pedibus, & tranſiens in ſchemate planæ ſectionis valli per punctum P.

Linea

Linea k l vel l g. est linea acclivitatis valli interioris, distans ab ambitu valli exteriore 70. ab interiore 20. pedibus; & transiens in plana sectione valli per punctum G.

Inventio igitur areæ talis erit.

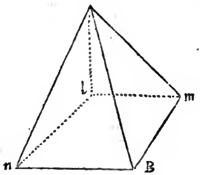
Longitudo minima d r	—	10
& r a	—	10.
maxima k l	—	70
& l g	—	70
Aggregatum	—	160
Longitudo media	—	80
Latitudo CK	— —	60
Area	—	4800
altitudo	—	20
Corpus valli perpendiculare		96000

Deinde corpus acclivitatis valli interioris à k vel g usq; ad l inquiras, hoc modo.

longitudo k l	—	70
latitudo l n	—	20
Area E k l n	—	1400
altitudo	— —	20
Corpus utriusque		28000

acclivitatis: nempe & ejus quæ consistit in basi E k l n, & ejus quæ consistit in basi l g M m.

Tertiò inquire corpus pyramidis simplicis circa angulum B. super basi l n B m consistentis, cujus delineatio optica talis est.



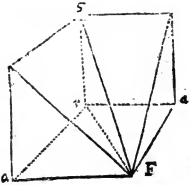
Inventio autem ſtereometrica talis eſt.

ln.	—		20
nB.	—		20
plana baſis	—	—	400
Altitudo	—	—	20
Priſma	—	—	8000|
Pyramis	—	—	2666|66666. triens ſcilicet

priſmatis baſi & altitudine æqualis per 7.p, 12. Euclid. ſive per 5. Elementum 23. libri Geomet. Rami.

Quartò, inquire corpus duplicis pyramidis circa angulum F in baſi F d r a. conſiſtentis, cujus delineatio optica talis eſt.

Inven-

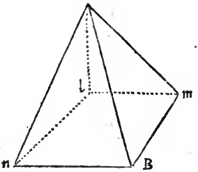


Inventio autem ſtereometrica talis eſt.

FD.	—	10
dr.	—	10
plana baſis a r d F	—	100
Altitudo r s	— —	20
Priſma	— —	2000
Pyramis ſimplex	—	666|66666
duplex	—	1333|33332

(Nota in angulis curvaturarum externis, quales ſunt ad G & H, acclivitates efficiunt pyramides ſimplices. In angulis verò internis, quales ſunt ad FC. & T. acclivitatés efficiunt duplices pyramides, cujus rei cauſam melius non intelliges, quam ſi cubo ligneo in tres pyramides diſſecto, & pyramidibus illis ad angulos curvaturarum tùm externos tùm internos accommodatis, ipſis oculis tuis magiſtris utâris.)

Iam



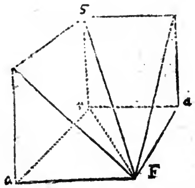
Inventio autem ſtereometrica talis eſt.

ln.		—	20
nB.		—	20
plana baſis	—	—	400
Altitudo	—	—	20
Priſma	—	—	8000
Pyramis	—	—	2666|66666. triens ſcilicet

priſmatis baſi & altitudine æqualis per 7.p.12. Euclid. ſive per 5. Elementum 23. libri Geomet. Rami.

Quartò, inquire corpus duplicis pyramidis circa angulum F in baſi F d r a. conſiſtentis, cujus delineatio optica talis eſt.

Inven-



Inventio autem ſtereometrica talis eſt.

FD.	—	10	
dr.	—	10	
plana baſis a r d F	—	100	
Altitudo r s	— —	20	
Priſma	— —	2000	
Pyramis ſimplex	—	666	66666
duplex	—	1333	33332

(Nota in angulis curvaturarum externis, quales ſunt ad G & H, acclivitates efficiunt pyramides ſimplices. In angulis verò internis, quales ſunt ad FC. & T. acclivitates efficiunt duplices pyramides, cujus rei cauſam melius non intelliges, quam ſi cubo ligneo in tres pyramides diſſecto, & pyramidibus illis ad angulos curvaturarum tùm externos tùm internos accommodatis, ipſis oculis tuis magiſtris utâris.)

Iam

Iam collige in unam ſummam hujus curvaturæ ſive juncturæ

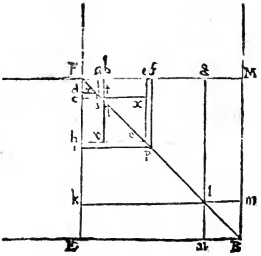
corpus perpendiculare	—	96000
corpus acclivitatum	—	28000
Pyramidem ſimplicem	—	2666|66666
Pyramidem duplicem	— —	1333|33333
Et habebis totum corpus valli ſine lorica, in iſta quidem curvatura conſiſtentis, pedum cubicorum		127999|99999
ferè	— —	128000

Hinc loricæ corpus inveſtiga, atq; ibi rurſum ante omnia inquire corpus perpendiculare hoc modo.

Ejus longitudo eſt cq	—	12
qb	—	12
ho	—	34
oe	—	34
Aggregatum	—	92
Longitudo media	—	46
Latitudo c h	—	22
		92
		92
plana baſis	—	1012
Altitudo	— —	4
corpus perpendiculare		4048

Deinde inquire corpora triangularia corpori perpendiculari utrinque inſiſtentia uſq; ad pyramidem, hoc modo.

dimidia



dimidia longitudo h.v.
&xe — — 12
latitudo vq — — 22

24
24

plana basis — — 264
altitudo — — 2

corpus — — 528

Tertiò inquire corpus duplicis pyramidis interpositæ, hoc modo.

longitudo vq — — 22
latitudo qx — — 22

44
44

h plana

plana basis	484
Altitudo	2
prisma	968
pyramis	322|66666
duplum	645|33333

Quartò inquire corpus acclivitatum loricæ, hoc modo.

longitudo dimidia c s	10
latitudo r s	2
plana basis	20
altitudo	4
corpus	80

Quintò inquire duplicem pyramidem acclivitatis loricæ, hoc modo.

longitudo r s	2
latitudo s q	2
plana basis	4
Altitudo	4
prisma	16
pyramis	5|33333
duplex pyramis	10|66666

Postremò inquire corpus scamni, hoc modo.

longitudo h o	34
o c	34
i p	37
p f	37
aggregatum	142

longitudo

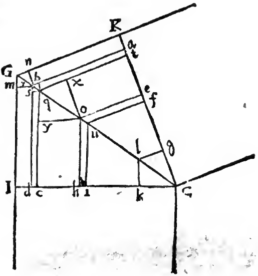
longitudo media	— —	71
latitudo	— — —	3
Area	— — —	213
altitudo	— — —	1
corpus	— — —	213

Iam collige in unam ſummam omnia, quæ ad loricam pertinent, hoc modo.

loricæ corpus perpendiculare	—	4048	
corpus triangulare ſuprapoſitum	—	528	
corpus duplicis pyramidis interpoſitæ	—	645	33333
corpus acclivitatum	— —	80	
corpus duplicis pyramidis	— —	10	66666
corpus ſcamni	— — —	213	
corpus totius loricæ	— —	5524	99999
adde corpus valli	— —	127999	99999
Et habebis totum corpus huic curvaturæ conveniens	—	133524	99999

Quâ curvaturâ expeditâ pergamus ad alteram, cujus plana baſis talis eſt, qualem appoſita figura oſtentat. In qua figura pleræque lineæ neceſſariæ hactenus ignotæ per Trigonometriam inquirendæ ſunt, hoc modo. Triangula inibi exiſtentia omnia ſunt æquiangula per ſtructuram: Et datus eſt in eis angulus ad C. exiſtens 34. gr. 25′. 26″. ejuſque tangens 6853268. per problema octavum. datæ etiam ſunt baſes IC. dc. hC &c. per problema ſeptimum.

Ad inveniendum igitur perpendicula rd. qc. &c. (Nam perpendiculum G. I. jam notum eſt per problema octavum) Dico.



I. Ut CD radius —	10000000	6853268—2
ad d r tangentem —	6853268	80—8
Ita C d — —	80	54|8261440—7
ad d r — —	54|826144	
Quo subtracto de IG —	61|679412	
Relinquitur m G —	6|853268	

II. Ut C c radius — —	10000000	6853268—2
ad c q tangentem —	6853268	78—6
Ita C c — — —	78	54826144
ad c q — —	53|45549	47972876
Quo subtracto de d r —	54|82614	53|4554904—3
Relinquitur s r — —	1|37065	

III. Ut

III. Ut C h radius	—	10000000	6853268—2
ad h o tangentem	—	6853268	56—2
Ita C h	— —	56	41119608
ad h o	— —	38|37830	34266340
Quo subtracto de c q	—	53|45549	38|3783008—4
Relinquitur y q	—	15|07719	

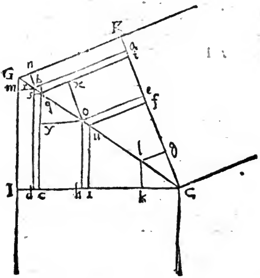
			6853268—2
IV. Ut C i radius	— —	10000000	53—8
ad i u tangentem	—	6853268	20559804
Ita C i	— —	53	34266340
ad i u	— —	36|32232	36|3223204—7

V. Ut C k radius	—	10000000	6853268
ad k l tangentem	—	6853268	20
Ita C k	— —	20	13|7065360
ad k l	— —	13|706536	

His ita præparatis, primum inquire corpus perpendiculare valli, hoc modo.

longitudo d r	—	54|826144
r a	—	54|826144
k l	—	13|706536
l g	—	13|706536
Summa longitudinum		137|06536
longitudo media	—	68|53268—2
latitudo k d	—	60—6
plana basis	—	4111|96080—3
Altitudo	— —	20
Corpus valli perpendiculare		82239|21600

Deinde inquire corpus acclivitatis externæ I m & n k, hoc modo.



loñgitudo dimidia I m vel d r —	54	826144
latitudo I d — — —		10
plana basis — — —	548	261440
Altitudo — — — —		20
corpus acclivitatis externæ d r a —	10965	228800

Tertiò inquire pyramidem in angulo acclivitatis externæ consistentem, hoc modo.

latus I G —	61	679412
d r vel I M —	54	826144. subtrahe.
restat m G —	6	853268
m r —		10
plana basis r m G n —	68	532680
Altitudo — —		20

prisma

prisma	—	1370|653600
pyramis	—	456|884533

Quartò inquire pyramidem duplicem in angulo interiore ad C consistentem, hoc modo.

kl	—		13|706536
ke	—		20
plana basis	—		274|130720
Altitudo	—	—	20
prisma	—		5482|614400
triens	—		1827|538133
bes	—		3655|076266

Iam collige in unam summam

Corpus perpendiculare	—	82239|2160
Corpus acclivitatis externæ	—	10965|2288
Corpus pyramidis interpositæ	—	456|8845
Corpus acclivitatis sive duplicis pyramidis internæ	—	3655|0763
Corpus totius valli in ista quidem curvatura absq; tamen lorica	—	97316|4056

Corporis loricæ inquisitio.

Corporis perpendicularis longitudo				
maxima cq	—	—		53|45549
& qt	—	—		53|45549
minima ho	—	—		38|37830
& oe	—	—		38|37830
aggregatum	—	—		183|66758
longitudo media	—	—		91|83379
latitudo eh	—	—	—	22
				183|66758
				1836|6758

plana

plana basis	2020|34338
Altitudo	|4
Corpus loricæ perpendiculare	8081|37352

Corporis triangularis suprapositæ.

longitudo h o & v o dimidia	38|3783
latitudo c h	|22
	76|7566
	767|566
plana basis	844|3226
Altitudo	|2
Corpus	1688|6452

Pyramidis interpositæ.

longitudo y q	15|07719
latitudo y o	|22
	30|15438
	301|5438
plana basis o y q x	331|69818
Altitudo	|2
prilma	663|39636
pyramis	221|13212

Acclivitatum loricæ.

longitudo dimidia est c q	53|45549
latitudo d c	|2
plana basis	106|91098
altitudo	|4
corpus	427|64392

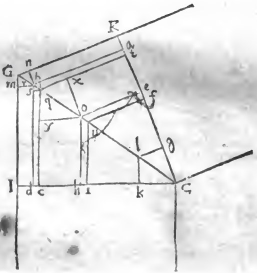
Pyramidis interpositæ.

longitudo s r	1|370654
latitudo s q	|2

plana

plana basis — —	2	741308
altitudo — —		4
Prisma — —	10	965232
Pyramis — —	3	655077
Scamni longitudo maxima est h o	38	3783
& o e	38	3783
minima i u	36	3223
& u f	36	3223
Summa —	149	4012
longitudo media —	74	7006
latitudo — —		3
Area & corpus —	224	1018

nam altitudo i. nihil multiplicat.

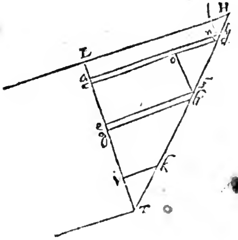


Collectio corporis loricæ in unam summam.

	8081	3735—8
	1688	6452—4
	221	1321—3
	427	6439—8
	3	6551—2
	224	1018—0
corpus loricæ	10646	5516—7
corpus reliqui valli	97316	4056
corpus totius valli secundæ curvaturæ conveniens	107962	9572

Restat ultima curvatura ad H. ad cujus expeditionem rursus trigonometriâ opus est propter perpendicula LH, n b &c. in triangulis inibi existentibus ignota.

Quæ perpendicula sic inveniuntur.



Notus

Notus est in illis triangulis angulus ad H existens 42. gr. 8. per Problema IV. Notus igitur etiam erit angulus ad T existens: illius nempe complementum 47. gr. 52. Notæ sunt præterea bases LT, o f, &c. per Problema VII. Positis igitur basibus pro radiis, & desumto ex canone tangente anguli 47. gr. 52. quæ tangens est 11054284 quia perpendiculum LH jam notum est, ex Problemate VIII. pergo ad reliqua, & dico.

I. Ut T a radius	10000000
ad a b tangentem	11054284
Ita T a	80
Ad a b	88|4342720
Quo sublato de LH	99|488556
Restat l H	11|054284

II. Ut T c radius	10000000	11054284—7
ad c d tangentem	11054284	78—6
Ita T c	78	88434272
ad c d	86|2234152	77379988
Quo sublato de a b	88|4342720	86|2234152—6
Restat n b	2|2108568	

III. Ut T e radius	10000000	11054284—7
ad e f tangentem	11054284	56—2
Ita T e	56	66325704
ad e f	61|90399	55271420
Quo sublato de c d	86|22341	61|9039904—5
restat c d	24|31942	

IV. Ut T g radius	10000000	11054284—7
ad g h tangentem	11054284	53—8
Ita T g	53	33162852
ad g h	58|5877	55271420
		58|5877052—2

V. Ut T i radius — 10000000
ad i k. tang. — 11054284
Ita T i — — — 20

· ad i k — — 22|1085680

His ita factis iterum primo loco valli, deinde loricæ corpus inquiro.

Valli corpus ita inquiro. Corporis perpendicularis
longitudo maxima est a b 88|43427
minima i k 22|10857

110|54284

media — 55|27142
latitudo a i — 60

plana basis corporis perpendicularis
3316|28520 — 3
Altitudo — 20
Igitur corpus perpendiculare est 66325|70400 — 6

Acclivitatis exterioris a b.
longitudo tota — 88|43427
dimidia — 44|21713
latitudo l b — — 10

plana basis — 442|17130
altitudo — — 20

corpus — — 8843|42600

Pyramidis exterioris longitudo L H tota 11|05428
dimidia — — 5|52714
latitudo l b — — — 10

plana basis — — 55|27140
Altitudo — — 20

Prisma — — 1105|42800
Pyramis — — — 368|476

Duplicis Pyramidis interioris longitudo
i k est — — 22|108568
latitudo T i dimidia est — — 10

plana

plana basis est	221	085680
altitudo est		20
prisma est	4421	713600
pyramis simplex	1473	904533
pyramis duplex	2947	809066
huic adde	66325	704
	8843	426
	368	476

Et habebis totum corpus valli, absque lorica 78485|415

Loricæ corpus sic inquiro.

Corporis in ea perpendicularis

longitudo maxima c d est	86	22341
minima e f est	61	90399
	148	12740
media	74	0637—0
latitudo e c		22—4
	148	1274
	1481	274
plana basis	1629	4014—0
altitudo		4
corpus	6517	6056

Acclivitatis c d longitudo tota est	86	22341
dimidia	43	11170
lâtitudo a c		2
plana basis	86	22340
altitudo		4
corpus	344	8936

Parvæ pyramidis isti acclivitati adhærescentis

longitudo n b est	2	2108
latitudo n d dimidia	1	
plana basis	2	2108
altitudo	4	

prisma	8	8432
pyramis	2	9474
Corporis triangularis plana basis	1629	4014
altitudo	2	
prisma	3258	8028
pyramis	1086	2676
huic adde	6517	6056
	344	8936
	2	9474
Et habebis totum corpus loricæ	7951	7142
cui adde corpus valli	78485	4150
& habebis totum corpus hujus dimidiæ curvaturæ	86437	129

Iam collige in unam summam.

corpus intra curvaturas	933255	78654—3
corpus primæ curvaturæ ad F	133524	99998—8
corpus secundæ curvaturæ ad G	107962	95720—3
corpus tertiæ curvaturæ ad H	86437	12900—4
Et habebis totum corpus valli circa decimamquartam partem ambitus totius arcis	1261180	87272—0
		14
Quod corpus multiplicatum	5044723	49088
per 14. corpus totius valli	12611808	7272
circa totam arcem exhibebit,	17656532	21808
		100000

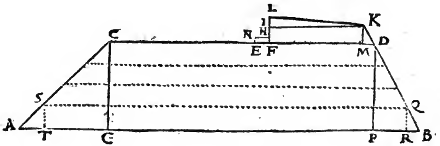
pedum cubicorum, quos pedes cubicos deinde vel in decempedas vel in duodecẽpedas vel in sexdecempedas rediges: pro tuæ regionis consuetudine & usu.

unde tamen spatium portis destinatum subtrahendum esse memineris.

PRO-

PROBLEMA UNDECIMUM.

Partem corporis valli quamlibet ab horizonte utcunque distantem invenire.



Exempli gratia. Primò quęratur, quantum terræ contineat pars valli quinq; pedes alta & ducentos pedes longa proximè horizontem? Respondetur sic

latitudo maxima AB est	90 pedum.
minima S Q	$82\frac{1}{2}$.
	$172\frac{1}{2}$.
media	$86\frac{1}{4}$.
altitudo S T	5
	430
	$1\frac{1}{4}$.
plana sectio ASQB	$431\frac{1}{4}$.
longitudo	200
	86200
	50
corpus quæsitum	86250

Secundò

Secundò quæratur, quantum terræ contineat pars valli sequens ejusdem & altitudinis & longitudinis? respondetur

latitudo maxima	$82\frac{1}{2}$.
minima	75
	$157\frac{1}{2}$.
media	$78\frac{3}{4}$.
altitudo	5
	390
	$3\frac{3}{4}$.
plana sectio	$393\frac{3}{4}$.
longitudo	200
	78600
	150
corpus quæsitum	78750

Tertio, quæratur pars corporis valli tertia ad eandem & altitudinem & longitudinem? solutio quæstionis sic est,

Latitudo maxima	75
minima	$67\frac{1}{2}$.
	$142\frac{1}{2}$.
media	$71\frac{1}{4}$.
Altitudo	5
	355
	$1\frac{1}{4}$.
plana sectio	$356\frac{1}{4}$.
longitudo	200
corpus quæsitum	71250

Quartò: quæratur suprema pars valli ad eandem & altitudinem & longitudinem,

latitudo maxima	$67\frac{1}{2}$
minima	60

	$127\frac{1}{2}$.
media	$63\frac{3}{4}$.
Altitudo	5
	315
	$3\frac{3}{4}$.
plana sectio	$318\frac{3}{4}$.
longitudo	200
	63600
	150
corpus quæsitum	63750

Quintò: quæratur loricæ corpus ad longitudinem ducentorum pedum.

plana sectio loricæ est	117
longitudo	200
corpus desideratum	23400

PROBLEMA XII.

Propugnaculi solidi corpus invenire.

Principio inquiras corpus perpendiculare quod intrà lineas NOPW continetur; deinde acclivitatem SO & OP: itemque pyramides ad G & H denique loricam.

Corpus perpẽdiculare ut invenias, ante omnia lineas NO. OP. PR. PQ. SV. PW. & WQ cognitas habeas oportet.

Lineam NO. sic cognosces. Nota est recta e G 240. composita ex longitudine alæ FG 150. & latitudine valli EF 90. At recta NO. est recta EG minus segmento a G. Hoc igitur segmentum inquiratur beneficio trianguli O a G: in quo triangulo angulus ad O cum sua tangente notus est per problema VIII. nempe angulus ipse 34. gr. 25'. 26". Tangẽs ejus 6853268. Dico igitur.

plana basis — —	2020	34338
Altitudo — — —		4
Corpus loricæ perpendiculare	8081	37352

Corporis triangularis suprapositæ.

longitudo h o & v e dimidia	38	3783
latitudo c h — —		22
	76	7566
	767	566
plana basis — —	844	3226
Altitudo — — —		2
Corpus — —	1688	6452

Pyramidis interpositæ.

longitudo y q — —	15	07719
latitudo y o — —		22
	30	15438
	301	5438
plana basis o y q x —	331	69818
Altitudo — —		2
prisma — —	663	39636
pyramis — —	221	13212

Acclivitatum loricæ.

longitudo dimidia est c q	53	45549
latitudo d c — —		2
plana basis — —	106	91098
altitudo — — —		4
corpus — —	427	64392

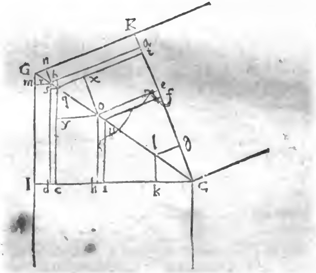
Pyramidis interpositæ.

longitudo s r — —	1	370654
latitudo s q — —		2

plana

plana basis — —	2	741308
altitudo — —		4
Prisma — —	10	965232
Pyramis — —	3	655077
Scamni longitudo maxima est h o	38	3783
& o e	38	3783
minima i u	36	3223
& u f	36	3223
Summa —	149	4012
longitudo media —	74	7006
latitudo — —		3
Area & corpus —	224	1018

nam altitudo i. nihil multiplicat.

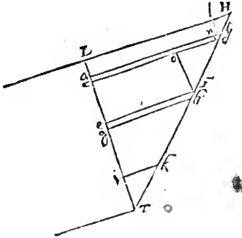


Collectio corporis loricæ in unam summam.

	8081	3735—8
	1688	6452—4
	221	1321—3
	427	6439—8
	3	6551—2
	224	1018—0
corpus loricæ	10646	5516—7
corpus reliqui valli	97316	4056
corpus totius valli secundæ curvaturæ conveniens	107962	9572

Restat ultima curvatura ad H. ad cujus expeditionem rursus trigonometriâ opus est propter perpendicula LH, n b &c. in triangulis inibi existentibus ignota.

Quæ perpendicula sic inveniuntur.



Notus

Notus est in illis triangulis angulus ad H existens 42. gr. 8. per Problema IV. Notus igitur etiam erit angulus ad T existens: illius nempe complementum 47. gr. 52. Notæ sunt præterea bases LT, o f, &c. per Problema VII. Positis igitur basibus pro radiis, & desumto ex canone tangente anguli 47. gr. 52. quæ tangens est 11054284 quia perpendiculum LH jam notum est, ex Problemate VIII. pergo ad reliqua, & dico.

I. Ut T a radius	10000000	
ad a b tangentem	11054284	
Ita T a	80	
Ad a b	88|4342720	
Quo sublato de LH	99|488556	
Restat l H	11|054284	
II. Ut T c radius	10000000	11054284—7
ad c d tangentem	11054284	78—6
Ita T c	78	88434272
ad c d	86|2234152	77379988
Quo sublato de a b	88|4342720	86|2234152—6
Restat n b	2|2108568	
III. Ut T e radius	10000000	11054284—7
ad e f tangentem	11054284	56—2
Ita T e	56	66325704
ad e f	61|90399	55271420
Quo sublato de c d	86|22341	61|9039904—5
restat c d	24|31942	
IV. Ut T g radius	10000000	11054284—7
ad g h tangentem	11054284	53—8
Ita T g	53	33162852
ad g h	58|5877	55271420
		58|5877052—2

V. Ut T i radius — 10000000
ad i k. tang. — 11054284
Ita T i — — — 20

· ad i k — — 22|1085680

His ita factis iterum primo loco valli, deinde loricæ corpus inquiro.

Valli corpus ita inquiro. Corporis perpendicularis

longitudo maxima est a b 88|43427
minima i k 22|10857

110|54284

media — 55|27142
latitudo a i — 60

plana basis corporis perpendicularis
3316|28520 — 3
Altitudo — 20
Igitur corpus perpendiculare est 66325|70400 — 6

Acclivitatis exterioris a b.

longitudo tota — 88|43427
dimidia — 44|21713
latitudo l b — — 10

plana basis — 442|17130
altitudo — — 20

corpus — — 8843|42600

Pyramidis exterioris longitudo LH tota 11|05428
dimidia — — 5|52714
latitudo l b — — — 10

plana basis — — 55|27140
Altitudo — — 20

Prisma — — 1105|42800
Pyramis — — — 368|476

Duplicis Pyramidis interioris longitudo
i k est — — 22|108568
latitudo T i dimidia est — — 10

plana

plana basis est 221|085680
altitudo est 20

prisma est 4421|713600
pyramis simplex 1473|904533

pyramis duplex 2947|809066
huic adde 66325|704
8843|426
368|476

Et habebis totum corpus valli,
absque lorica 78485|415

Loricæ corpus sic inquiro;
Corporis in ea perpendicularis
longitudo maxima c d est 86|22341
minima e f est 61|90399

148|12740

media 74|0637—0
latitudo e c 22—4

148|1274
1481|274

plana basis 1629|4014—0
altitudo 4

corpus 6517|6056
Acclivitatis c d longitudo tota est 86|22341

dimidia 43|11170
latitudo a c 2

plana basis 86|22340
altitudo 4

corpus 344|8936
Parvæ pyramidis isti acclivitati adhærescentis
longitudo n b est 2|2108
latitudo n d dimidia 1|

plana basis 2|2108
altitudo 4|

prisma	8	8432
pyramis	2	9474
Corporis triangularis plana basis	1629	4014
altitudo	2	
prisma	3258	8028
pyramis	1086	2676
huic adde	6517	6056
	344	8936
	2	9474
Et habebis totum corpus loricæ	7951	7142
cui adde corpus valli	78485	4150
& habebis totum corpus hujus dimidiæ curvaturæ	86437	129

Iam collige in unam summam.

corpus intra curvaturas	933255	78654–3
corpus primæ curvaturæ ad F	133524	99998–8
corpus secundæ curvaturæ ad G	107962	95720–3
corpus tertiæ curvaturæ ad H	86437	12900–4
Et habebis totum corpus valli circa decimamquartam partem ambitus totius arcis	1261180	87272–0
		14
Quod corpus multiplicatum	5044723	49088
per 14. corpus totius valli	12611808	7272
circa totam arcem exhibebit,	17656532	21808
		100000

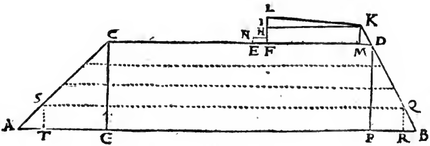
unde tamen spatium portis destinatum subtrahendum esse memineris.

pedum cubicorum, quos pedes cubicos deinde vel in decempedas vel in duodecẽpedas vel in sexdecempedas rediges: pro tuæ regionis consuetudine & usu.

PRO-

PROBLEMA UNDECIMUM.

Partem corporis valli quamlibet ab horizonte utcunque distantem invenire.



Exempli gratia. Primò quæratur, quantum terræ contineat pars valli quinq; pedes alta & ducentos pedes longa proximè horizontem? Respondetur sic

latitudo maxima AB est	90 pedum.
minima S Q	$82\frac{1}{2}$.
	$172\frac{1}{2}$.
media	$86\frac{1}{4}$.
altitudo S T	5
	430
	$1\frac{1}{4}$.
plana sectio ASQB	$431\frac{1}{4}$.
longitudo	200
	86200
	50
corpus quæsitum	86250

Secundò

	$127\frac{1}{2}$.
media	$63\frac{3}{4}$.
Altitudo	5
	315
	$3\frac{3}{4}$.
plana sectio	$318\frac{3}{4}$.
longitudo	200
	63600
	150
corpus quæsitum	63750

Quintò: quæratur loricæ corpus ad longitudinem ducentorum pedum.

plana sectio loricæ est	117
longitudo	200
corpus desideratum	23400

PROBLEMA XII.

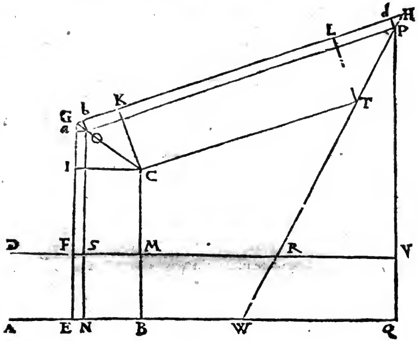
Propugnaculi solidi corpus invenire.

Principio inquiras corpus perpendiculare quod intrà lineas NOPW continetur; deinde acclivitatem SO & OP: itemque pyramides ad G & H denique loricam.

Corpus perpẽdiculare ut invenias, ante omnia lineas NO. OP. PR. PQ. SV. PW. & WQ cognitas habeas oportet.

Lineam NO. sic cognosces. Nota est recta e G 240. composita ex longitudine alæ FG 150. & latitudine valli EF 90. At recta NO. est recta EG minus segmento aG. Hoc igitur segmentum inquiratur beneficio trianguli OaG: in quo triangulo angulus ad O cum sua tangente notus est per problema VIII. nempe angulus ipse 34. gr. 25′. 26″. Tangẽs ejus 6853268. Dico igitur.

k UtOa



Ut O a radius	10000000	
ad a G tangentem	6853268	
Ita O a acclivitas	10	
ad a G	6	8532680
Quo demto de e G	240	
Relinquitur NO	233	146732

Lineam OP sic cognosces. Nota jam est recta GH 400. ped. notum est etiam segmentum inde auferendum Gb. æquale nempe segmento Ga. per structuram. Notum deniq; est in triangulo PdH pro inveniendo segmento d H latus P d 10. ped. & angulus dPH 47. gr. 5'. per Problema VIII. ejusq; tangens de canone 11054284. Dico igitur.

Ut

Ut d p radius		10000000
ad dH tangentem		11054284
Ita d P pedum	10	
ad dH ped.	11	0542840
huic adde Gb	6	853268
Et hanc summam	17	907552
aufer de GH	400	
relinquitur OP	382	092448

Linea HR nota est per Problema VI. ubi inventa fuit pedum 333|89412. Unde si auferas segmentum PH. relinquetur linea PR. Quod segmentum PH sic invenies. Notus est in triangulo angulus dPH & latus dP. Hoc igitur posito pro radio PH est secans anguli dPH 47. gr 52'. Quæ secans de canone talis est 14906280. Dico igitur.

Ut radius dP		10000000
ad PH secantem		14906280
Ita d P		10
ad PH	14	9062800
Quo demto de HR	333	8941200
relinquitur PR	318	98784

Lineas PQ & SV aliter cognoscere non potes, quam ex triangulo RPV, in quo triangulo notus est angulus RPV æqualis dimidio angulo ad centrum arcis, nempe angulo schematis secundi DAC. qui angulus Problemate primo inventus fuit 25 gt. 42' 51" ½. Notum est etiam latus subtendens rectum RP. Eo igitur pro radio posito latera includentia rectum RV & VP erunt sinus oppositorum ipsis angulorum: qui sinus in tabulis ita habent.

Anguli RPV 25 gr. 42'. 51" ½. sinus	4338841
complementi PRV sinus	9009687

k 2 Dico

Dico igitur.

I. Ut RP. radius	10000000	3— 31898784
ad RV. ſinum	4338841	4— 4338841
Ita RP	318|98784	31898784
ad RV	138|40375	127595136
Quo addito ad FR	250|	255190272
Fit FV vel EK	388|40375	255190272
		95696352
		95696352
		127595136
		138|40375|1869344.

II. Ut RP. radius	10000000	3— 31898784
ad RV. ſinum	9009687	3— 9009687
Ita RP	318|98784	223291488
ad RV	287|39806	255190272
Quo addito ad VQ	90|	191392704
Efficitur PQ	377|39806	287089056
		287089056
		287|39805|9520608-0

Ultimam lineam WQ ut invenias in triangulo WPQ, pone latus PQ pro radio, & latus WQ erit tangẽs anguli WPQ 25. gr. $42'$. $5''\,1\frac{1}{2}'''$. quæ tangens ſecundum canonem eſt partium. 4815751. Dices igitur.

Ut PQ. radius	10000000	7— 37739806
ad WQ. tangentem	4815751	4— 4815751
Ita PQ	377|39806	37739806
ad WQ	181|74551	188699030
		264178642
		188699030
		37739806
		301918448
		150959224
		181|74550|8484306-1

His lineis

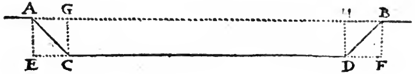
His lineis sic inventis primum aream trapezii NOPQ deinde aream trianguli VVPQ inquires, & hanc ab illa subtrahes, quodq; restabit per altitudinem suam nempe per 20. multiplicabis, & habebis corpus perpendiculare, hoc modo.

longitudo minima NO		233	14673
maxima PQ		377	39806
		610	54479
longitudo media		305	27239 — 4
latitudo FV vel EQ		388	40375 — 2
		1526	36195
		21369	0673
		91581	717
	122	10895	6
	2442	17912	
	24421	7912	
	91581	717	
area trapezii	118568	94104	74625 — 8
Trianguli longitudo tota PQ		377	39806
longitudo dimidia		188	69903 — 8
latitudo WQ		181	74551 — 5
		188	69903
		9434	9515
		94349	515
	7	54796	12
	132	08932	1
	188	69903	
	15095	9224	
	18869	903	
Area trianguli	34295	20144	38553 — 4
area Trapezii	118568	94104	
area dimidii propugnaculi suprema	84273	7396	
	Altitudo	20	
corpus perpendiculare	1685474	7920	

Acclivitatum, pyramidum, & loricæ inventio hic eadem est, quæ fuit problemate X. Isthinc ergo repetet qui volet.

PROBLEMA XIII.

Fossæ & latitudinem & profunditatem definire.



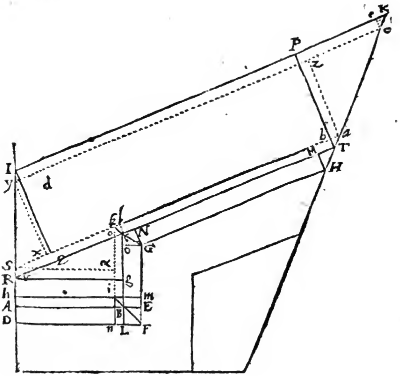
Fossa non tantum pro scopo arcis, sed etiam pro ratione terræ, quæ ad vallum congerendum requiritur, & pro ratione subjecti soli vel arenosi vel scaturiginosi vel petricosi, & secundum latitudinem & secundum profunditatem variè definiri solet. Nos exempli gratia proponemus fossam cujus latitudo suprema AB sit 200. pedum, infima CD 160. pedum. Altitudo sive profunditas AE. 20. declivitas EC. itidem 20. pedum.

PROBLEMA XIV.

Data latitudine fossæ ambitum ejus & interiorem & exteriorem invenire.

A vallo usque ad fossam spatium horizontale vacuum triginta aut circiter pedes latum relinqui & loricâ peculiarí muniri so-

niri solet. Itaq; ambitus fossæ interior non est vallo contiguus, nec in eandem cum illo lineam incidit. Sit ergo ambitus valli exterior DFGH. Fossæ ambitus interior ABCT exterior IK. Ambitus valli exterior DF.GH. datus est. Ambitus fossæ uterq; quæritur. Et primum quæritur linea ABCT vel potius differentia ejus à linea DFGH. quæ differentia consistit in segmentis LF, FE, OC, CN, MT quorum segmentorum inventio jam est obvia per Problema VIII. & breviter ita habet.



I. LF &

I. LF & EF singula sunt 30. ped. quippe latitudo plani horizontalis data.

II. Ut OG. radius	10000000		6853268 — 2
ad OC tangentem	6853268		30 — 3
ita OG	30		20|5598040 — 6
ad OC vel CN	20	5598	
III. Ut HM radius	10000000		11054284 — 7
ad MT tangentem	11054284		30 — 3
Ita HM	30		33|1628520 — 3
ad MT	33	1628	
Cui adde CN	20	5598	
Et fit	53	7226	
Quod adde ad GH	400		
Et fit CT	453	7226	
Deinde de FG	150		
Subtrahe EF	30		
& remanet EG	120		
Cui adde OC	20	5598	
Et fit BC	140	5598	
Deniq; de DF	250		
aufer LF	30		
Et remanet DL vel AB	220		
Cui adde BC	140	5598	
& CT	453	7226	

Et habebis totam ABCT 814|2824 ambitum nempe fossæ interiorem.

Ambitus fossæ exterior, nempe recta IK deinceps quæritur, quæ recta IK ut inveniatur, prænoscenda est recta RT. cujus pars C T. jam cognita est; pars altera RC sic accipitur.
In tri-

In triangulo RCg. notus est angulus CRg 22. grad. 9'. 8''½. per problema IV. & ejus de canone secans 10796986. Dico igitur.

Ut Rg radius	10000000		10796986
ad Rc secantem	10796986		220
Ita Rg	220		215939720
ad Rc	237	533692	21593972
Quo addito ad CT	453	722600	237|5336920
Fit RT	691	256292	

Hinc investiganda est differentia rectæ IK. à recta RT. hoc modo.

In triangulo RIQ angulus RIQ idem est cum angulo CRg. per structuram. Tangens autem illius anguli est 4071228. Dico igitur.

Ut IQ radius	10000000		4071228
ad QR tangentem	4071228		200
Ita IQ	200		81|4245600
ad QR	81	42456	
Quo demto de RT	691	25629	
relinquitur QT vel IP	609	83173	

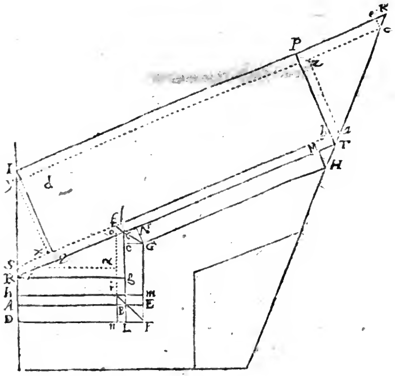
In triangulo TPK angulus ad K (idem qui ad H.) cum sua tangente jam pridem notus est (nempe per problema IV. & VIII.) Dico igitur.

Ut TP radius	10000000
ad PK tangentem	11054284
Ita TP	200

ad PK	221|08568
Quo addito ad IP	609|83173
efficitur IK	830|91741. decima quarta pars ambitus fossæ exterioris.

PROBLEMA XV.

Fossæ capacitatem indagare.



Princi-

Principio inquire capacitatem perpendicularem secundum latitudinem minimam, quæ est in fundo; deinde capacitatem acclivitatum & pyramidum illis interjacentium.

Capacitatem perpendicularem ut accipias, aream fossæ infimam multiplica per suam altitudinem. Aream autem fossæ infimam intellige, quæ inclusa sit lineis ih, hy, yc, ca, ak, ki, quarum linearum quædam ad calculum sunt necessariæ, quædam non. Ad calculum necessariæ sunt lineæ ih, hs, ik, yc, yx, & præterea linea S α, quas lineas omnes sic invenies.

Linea h i est linea AB. minus nL. ergo.

De linea AB	220
Subtrahe lineam nL	20
Et restabit linea h i	200

Linea ik est linea BC. minus m E. & plus o k.

Atqui BC est	140|5598.	per Problema antecedens.
mE est	20|	
Ergo io est	120|5598	

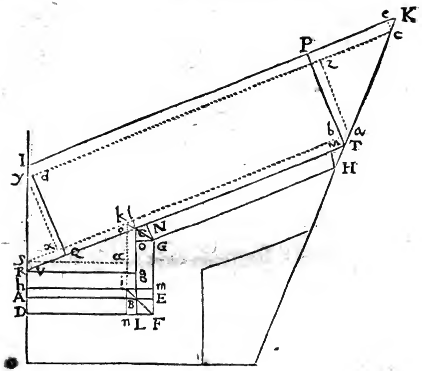
Restat inquirendum o k quod invenitur juxta exempla Problematum VIII. & X. hoc modo.

Ut C o radius	10000000
ad o k tangentem	6853268 — 2
Ita C o	20— 2
ad o k	13|7065360— 4
Quo addito ad i o	120|5598000
fit i k	134|2663

Linea h S est linea i k minus linea a k quæ sic invenitur.

Ut S α radius	10000000
ad α k tangentem	4071228
Ita S α	200
ad α k	81|4245|600
Quo demto de i k	134|2663|
Restat h S	52|8417|

I 2 Linea



Linea S a est linea R T minus R V. plus b a, quæ duæ lineæ sic inveniuntur.

In triangulo R S V

Ut SV radius	10000000
ad VR tangentem	4071228
Ita SV	20
ad VR	8|1424560
Quo demto de RT	691|256292
Remanet VT vel Sb	683|113836

In trian-

In triangulo T b a.

Ut T b radius	10000000	
ad b a tangentem	11054284	
Ita T b	20	
ad b a	22	1085680
Quo addito ad S b	683	113836
Fit S a	705	222404

Linea Y c est linea I K plus y d minus e k, quæ duæ lineæ sunt æquales lineis R V & b a per structuram.

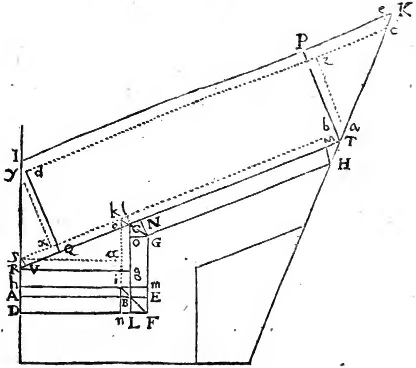
Atqui linea I K est	830	9174
Hinc ergo subtrahe e K vel b a	22	1086
Et restabit I e vel d c	808	8088
Cui adde y d vel R V	8	1425
Et habebis y c	816	9513

Iam ad areas sive superficies

In oblongo S y c a longitudo maxima y c est	816	9513
minima S a	705	2224
	1522	1737
media	761	0868
latitudo y x		160
	45665	2080
	76108	68
Area S y c a	121773	8880
In trapezio i h S k longitudo maxima i k	134	2663
minima S h	52	8417
	187	1080
media	93	554
latitudo h i		200
Area trapezii i h S k	18710	800
Area oblongi S y c a	121773	888
Summa arearum	140484	688
profunditas fossæ		20
Capacitas perpendicularis	2809693	760

 Accli-

Acclivitatum longitudo	hi	200	
	io	120	5598
	lb	453	7226
	cd	808	8088
		1583	0912
dimidium		791	5456
profunditas			20
Capacitas		158309120	



Pyramidis

Pyramidis BI longitudo	20	
latitudo	20	
plana basis	400	
altitudo	20	
prisma	8000	
pyramis	2666	66666

Pyramidis c o k l longitudo o k	13	7065
latitudo o c	20	
plana basis	274	1300
altitudo	20	
prisma	5482	6000
triens	1827	5333
duplex pyramis	3655	0666

Pyramidis T b a longitudo b a	22	108568
latitudo dimidia	10	
plana basis	221	085680
altitudo	20	
prisma	4421	713600
triens pro pyramide eck	1473	904533
duplex pyramis pro T b a	2947	809066

Pyramidis y l d longitudo y d	8	1424
latitudo dimidia	10	
plana basis	81	4240
altitudo	20	
prisma	1628	4800
triens	542	8266
duplex pyramis	1085	6532

Collectio in unam summam.

Capacitas perpendicularis	2809693	760
Capacitas acclivitatum	15830	912

Capacitas

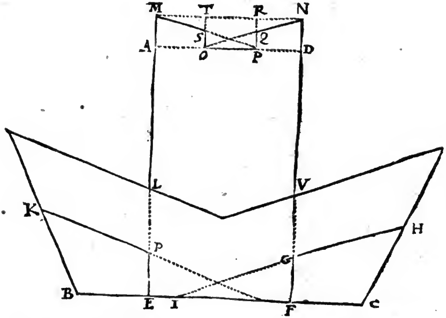
Capacitas pyramidum	2666|667
	3655|067
	1473|904
	2947|809
	1085|653
Capacitas totius fossæ 14.ta parte circuitus.	2837353|772 pro
Atqui valli corpus erat	1261180|873
Superest igitur terra	1576172|899 pedum

cubicorum, quam terram vel ad loricam horizontalem & ad viam quam vocant coopertam adhibebis, vel fossam minorem facies.

PRO-

PROBLEMA XVI.

In opere, quod vocant, cornuto: datâ alâ, & cuspidum distantiâ, cortinam faciebus æqualem constituere; & angulos in tali constitutione existentes invenire.



Sit opus cornutum, sive præmunitio ultra fossam existens LMNV. lineis PM & GN lineæ defensionis IH a qualibus: & sit in eo data ala PQ. 50. pedum, unà cum distantia cuspidum M & N. quæ distantia semper æqualis esse debet cortinæ arcis EF. Quam cortinam in nostro exemplo jam supra posuimus 500. pedum. Quæratur autem, si illæ tres lineæ, MS, OP, & QN. æquales esse debeant, quanta unaquæque futura sit? & quales angulos effecturæ sint? De quantitate linearum prima cura esto. Quia igitur MN est 500. pedum. OP erit aliquanto

major quam triens 500. pedum. Atqui triens 500. pedum est $166\frac{2}{3}$. Ergo OP. erit major quam $166\frac{2}{3}$. pedum. Sit igitur primò 170. pedũ, & ex ea positione inquiratur recta MN. hoc modo.

In triangulo OPQ.

Ut OP pedum	170	50000000|0
ad PQ pedum	50	17 |0
Ita OP radius	10000000	3.4 (2
ad PQ tangentem	2941176	160

17 (9 2941176
15.3 2939999—16. gr. 23'.
70 (4 11770
17 527 (22"
6.8 1054.
20 1230
1.7 (1 527
30
1.7 (1
130
17 (7
11.9
110
17 (6—3 X 8
10.2 5
8

Cujus tangentis angulus est 16. gr. 23'. 22".

Cujus anguli sinus est 2821647

Sin' vero cõplementi est 9593659

Pergo igitur ad triangulum QRN. quod triangulo OPQ prorsus est æquiangulum, per structuram; & dico.

Ut QN radius	10000000	
ad NR sinum	9593659	
Ita QN pedum	170	
ad NR pedum	163|0922	
Cui æquatur MT	163|0922	
Quibus addatur TR	170|0000	
Fit MN	496|1844	
At debebat esse	500|	
Ergo est Minus	3|8156	

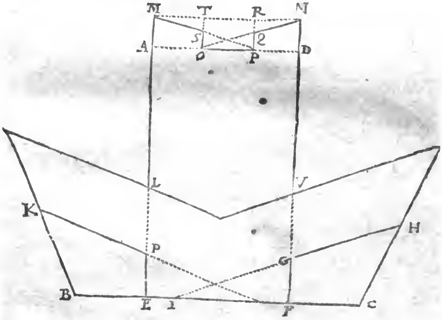
9593659
170
671556130
9593659
163\|0922030

Sit de-

Sit deinde OP. 200. pedum, & per eam quæratur MN, ut ante: nempe hoc modo.

In triangulo OPQ.

Ut OP pedum	200	5000000	00
ad PQ pedum	50	2	00
Ita OP radius	10000000		
ad PQ tangentem	2500000	2500000	
Cujus tangentis angulus est		2499460—14. gr. 2'.	
14. gr. 2'. 10".		5400	
Cujus anguli sinus est	2425334	51.5 (10"	
Sinus verò cõplementi est	9701431	250	



Dico igitur in triangulo QRN.

Ut QN radius.	10000000	
ad NR sinum	9701431	
Ita QN pedum	200	
ad NR pedum	194|0286200	
Cui addo MT	194|02862	
& TR	200|	
Et fit	588|05724	
At debebat esse	500|	
Est ergo Plus	88|05724	Plus 88|0572
Hoc multiplica per positionē primam	170	Minus 3|8156 Adde.
	616400680	Divisor 91|8728
	8805724	
Productum primum	14969|73080	
Deinde Minus.	3|8156	
Multiplica per pos.2. nempe per	200	
Productum secundum	763|12|00	
Productum primum	14969|73| Adde.	
Dividendus	15732|85	

15732|85
.91|8.7 (171|25. Latus OP vel QN vel MS quæsitum.
65458.
918.7
6430.9
11495
918.7
23080
9187
1.8.37.4
47060
9187
45935
1125

0 4 7 X 7 4

Porrò

Porrò, ut OP pedum	171|25	
ad PQ pedum	50|	500|000000
Ita OP radius	10000000	171|25
ad PQ tangentem	2919708	34250 (2
Cujus tangentis angulus est		157500
16. gr. 16'. 34''½.		17125 (9
Cujus anguli sinus est	2082688	154125
Sinus verò complementi est	9599210	33750 (1
Dico igitur.		17125
I. Ut QN radius	10000000	166250 (9
ad QR sinum	2082688	154125
Ita QN pedum	171|25	121250
ad QR pedum	35|666	17125 (70
Cui addo PQ	50|	119875
Et fit PR sive DN	85|666	137500
II. Ut QN radius	10000000	17125 (8—0 X 7
ad NR sinum	9599210	137000
Ita QN pedum	171|25	500
ad NR pedum	164|38	
Cui addo MT	164|38	
Et TR	171|25	
Efficiturq; MN	500|.	

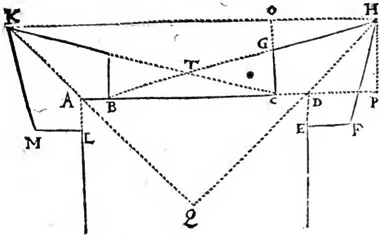
Ab angulo autem recto RND	90.gr.
Si subtraxero angulum RNQ	16.gr. 16'. 34''½.
Remanet angulus QND	73.gr. 43. 25½.
Qui idem est angulus RQN & OQP	
Quo subtracto de duobus rectis	180.gr. o. o.
Remanet angulus NQP	106.gr. 16. 34½.
Cujus excessus supra rectum est	16.gr. 16. 34½.

Quibus omnibus sic in chartâ inventis facile erit in campo lineas fossoribus scitu necessarias designare.

PROBLEMA XVII.

Data circumferentia castri, circa cortinas & propugnacula, quantitatem cortinæ, facierum & alarum, ad datam proportionem, & ad angulos unicuiq; multangulo secundum problema tertium convenientes, invenire.

Castrum voco munitiunculam campestrem: quam Germani vocant, eine Schantze. Cujusmodi munitio pro ratione præsidii vel parva vel magna esse debet: & plerumque ad quadrangularem arcis regularis formam accommodatur.



Sit ergo exstruendum castrum quadrangulare, quod in ambitu habeat ducentas duodecempedas, hoc est pedes 2400 pedes: & sit servanda proportio inter cortinam, facies, & alas,

& alas, talis; ut qualium partium cortina erit 15. talium facies sit 10, ala 4. angulus vero propugnaculi sit 60. gr. per Problema tertium; & linea defensionis ex concursu cortinæ & alæ procedat.

Ambitus totius castri debet esse 200. duodecempedarum.

Hunc ambitum divide per 4. hoc modo: 44 (50.

Quotus, hoc est, quarta pars ambitus erit. 50.

Iam collige in unam summam numeros quartæ partis totius ambitus per datam proportionem datos, nempe,

10. facies una	KI
4. ala una.	IB
15 cortina.	BC
4. ala altera.	CG
10. facies altera.	GH
43. Summa.	

Deinde dic 43. dant. pro cortina. 15.
pro faciè. 10.
pro ala. 4.
quid dant 50. pro cortina?
pro ala?
pro faciè?

Praxis.

I. Ut 43. ad 15. ita 50. ad $17\frac{19}{43}$.

```
      50
   ------
     750
      43  (17 19/43
   -------
     320
      43
     30.1
   ------
      19
```

II. Ut

II. Ut 43. ad 10. ita 50 ad $11\frac{27}{43}$

```
       10
      ----
      500
       43   (11 27/43
      ----
       70
       43
      ----
       .27
```

III. Ut 43. ad 4. ita 50 ad $4\frac{28}{43}$

```
        4
      ----
      200
       43  (4 28/43
      172
      ----
       28
```

Collectio in unam summam.

	Integra.	Partes quadragesimæ tertiæ.
facies una	11.	27
ala una	4.	28
cortina	17.	19
ala altera	4.	28
facies altera	11.	27
Summa	50.	129 / 43 (3

Quod si lineam CD. præterea nosse cupis, primum investiga lineas GO & OH, in triangulo GOH: item lineam DP. in triangulo DHP: deinde lineam DP subtrahe à linea CP. vel OH; & restabit linea CD: juxta processum calculi, Problemate tertio ostensum.

In triangulo GOH. angulus GHO est 15. gr. æqualis nempe angulo GBC, per structuram: atq; adeo angulus OGH est 75. gr. per 49 p. 1.

Porrò,

Porrò, anguli 15. gr. sinus est: 2588190.
anguli 75. gr. sinus est: 9659258.

Dico igitur:

I.	Ut GH. radius	10000000
	ad GO. sinum	2588190
	Ita GH. partium	10
	ad GO. partium	2|58819
	Cui si addatur GC	4|
	Efficitur OC vel HP	6|58819

II.	Ut GH. radius	10000000
	ad OH sinum	9659258
	Ita GH partium	10|
	ad OH vel CP partium	9|659258

Denique, in Triangulo DHP, quia anguli DHP & HDP sunt æquales: quippe uterq; dimidius recti, per structuram: ideo etiam latera ipsis opposita DP & HP sunt æqualia. Ergo

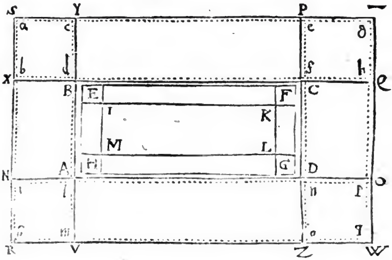
De recta CP	9|659258
subtraho rectam DP	6|588190
Et restat recta CD	3|071068. hoc est $3\frac{7}{100}$ vel $3\frac{1}{14}$.

Quod ostendendum erat.

PROBLEMA XVIII.

Circa aggerem definitæ longitudinis, latitudinis & altitudinis, fossæ parallelæ & tantundem terræ continentis latitudinem ad datam profunditatem invenire.

In planicie ABCD. longa 250. lata 110. ped. sit congerendus agger, cujus ima superficies EFGH, sit longa 240. lata 100. ped. summa superficies IKLM. sit longa 200. lata 60.



ped. adeoque acclivitas undique ſit 20. ped. altitudo perpendicularis itidem 20. ped. ſpatium inter aggerem & foſſam 5. ped. Foſſam autem ſcaturigines vel ſaxa non ſinant profundiorem facere quàm quinque pedum. Quæritur quàm lata foſſa eſſe debeat, ut ſufficientem aggeri congerendo terram ſuppeditet. Initio aggeris quantitas inveſtigetur hoc modo.

Supremæ ſuperficiei longitudo IK		200
	latitudo KL	60
	ſuperficies	12000
	altitudo	20
	corpus perpendiculare	240000
Acclivitatum longitudo dimidia IK		200
	KL	60
		260
	latitudo	20

plana

plana basis	5200
altitudo	20
corpus	104000
Pyramidum angularium longitudo	20
latitudo	20
plana basis	400
altitudo	20
prisma	8000
Quater sumtum	32000
Ejus triens	10666⅔.
huic adde	104000
Item	240000
& habebis totum corpus	354666⅔.

Quod divisum per datam profunditatem fossæ nempe per 5. patefaciet aream sive superficiem fossæ perpendicularis hoc modo.

354666⅔ (70933⅓.
5 555

Quæ superficies 70933⅓. divisa per longitudinem, latitudinem prodere debebat. At neutra nota est. Quæritur igitur imprimis latitudo.

Modus inveniendi triplex est.

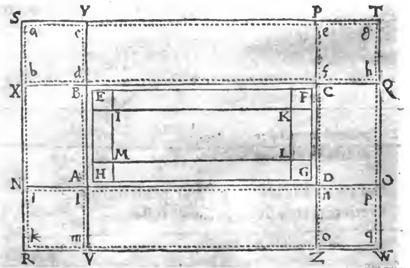
Modus primus per regulam falsi.

I. Ponatur latitudo 70. pedum.

Erit igitur longitudo fossæ BC	250
AD	250
AB	110
CD	110
Item quater 70. hoc est	280
summa longitudinum	1000
latitudo	70

superficies inventa	70000
At debebat esse	70933$\frac{1}{3}$
Est ergo minus	933$\frac{1}{3}$.

II. Ponatur latitudo	71 ped.	Hæc multipli-
longitudo igitur erit	1004 ped.	centur invicem.
	1004	
	7028.	
superficies	71284	
At debebat esse	70933$\frac{1}{3}$.	
Est ergo plus	350$\frac{2}{3}$.	
minus	933$\frac{1}{3}$.	Adde.
divisor	1284	21
plus	350$\frac{2}{3}$.	140 (46
positio minor	70. Multiplica.	35



	24500	
	46⅔.	
	24546⅔.	52
minus	933⅓.	71 (23
	71 Multiplica.	33
	933	
	65310	
	23⅓.	
	66266⅓.	
adde	24546⅔.	
fit dividendus	90813⅓.	
Divisor	1284 (70 $\frac{933\frac{1}{3}}{1284}$ latitudo	
	8988 fossæ quæsita.	
	933⅓.	

Secundus modus per Algebram.

Latitudo quæsita CP. sit 1. l.

ergo ejus quadratum erit 1. q. horum autem sunt quatuor in proposita figura

Deinde longitudines	250
	250
	110
	110
	720
multiplicentur per	1 l.
& fiet area oblongi	720 l.

Cui areæ adde aream quatuor quadratorum

Et erit tota area sive superficies fossæ.

4q. + 720l. æqualis 70933$\frac{1}{3}$.

Ergo: 1q. + 180l. æqualis 17733$\frac{1}{3}$.

Et per consequens 1q. æquatur 17733$\frac{1}{3}$. — 180l.

dimid. — 90

— 90

Quadratum + 8100

+ 17733$\frac{1}{3}$.

Quadratum 25833$\frac{1}{3}$ (radix 160|72751

90|

70|72751 latitudo fossæ quæsita.

```
  1
 ----
 158
  26
 156
 ----
  23333
   3207
  22449
 ------
   88433
   32142
   64284
 -------
   2414933
    324447
   2250129
 ---------
   16480433
    3214545
   16072725
 ----------
    407708
```

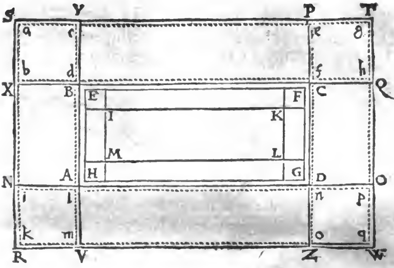
Tertius modus ab Illustrissimo Principe Anhaltino mihi ostensus talis est.

Planiciei ABCD longitudo	250
latitudo	110
	2500
	25

longitudo	250
latitudo	110
differentia	140
dimidium	70
Quadratum	4900

ipsa

ipsa planicies sive area ABCD	27500
Area fossæ circum jacens	70933⅓.
Area tota RSTV	98433⅓.
adde quadratum	4900



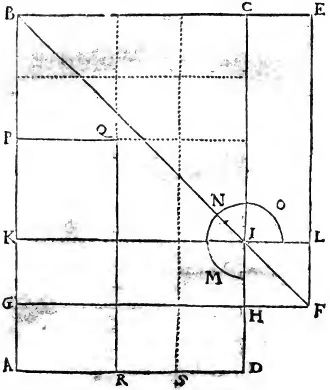
Fit aliud quadratum

103333⅓
3
9 (3
133
62 (2
124
933 (1
641
29233 (4—1
6424
25696

(radix 321	4551
70	adde & subtrahe.
391	4551 latus majus ST.
251	4551 latus minus RS.
110	Subtrahe.
141	4551 Divide per 2.
70	7275 latitudo fossæ quæsita.

```
  353733
   64285 (5—6
  321425
--------------
 3230833          ♀
  642905 (5—2 ╳ 2
 3214525          4
------------
   16308.
```

Demonstratio hujusmodi, omnium ingeniosissimi, pendet à sexta propositione 2. lib. Euclid. vel à 44. propositione 1. lib.



Trigo-

Trigonometriæ nostræ. quæ propositio ita habet, *Si recta bisecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis est æquale quadrato rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ: minus quadrato bisegmenti.* Ad cujus propositionis exigentiam oblongum quod prius erat ABCD. nunc sit APQR, nempe ex medio figuræ ad extremitates ejus translatum. De latere AP. auferatur latus PQ, vel illi æquale PK, ut restet AK. cujus dimidium sit AG. vel GK. Erit igitur AK. recta bisecta in G. quæ, si continuetur à K in B. & ex continuata AB atque continuatione KB. vel BC. fiat oblongum ABCD. Dico hoc oblongum ABCD. æquale esse quadrato rectæ ex bisegmento GK. & cõtinuatione KB compositæ. nempe quadrato GBEF. minus quadrato bisegmenti HILF. Ergo si ad oblongum ABCD. hoc est ad gnomonem MNO, addatur quadratum HILF, habebitur quadratum FGBE. ad cujus radicem GB. si addam AG fit AB latus majus oblongi ABCD. vel, de cujus radice BE, si auferam CE. relinquitur BC. latus minus oblongi ABCD. A cujus æquipollente AD. si auferam AR relinquitur RD. Cujus dimidium RS est latitudo fossæ quæsita.

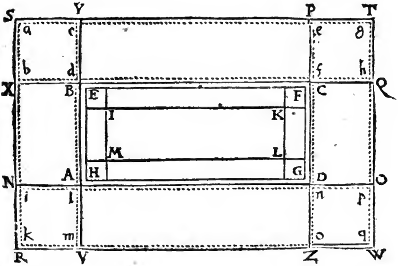
Per numeros si has inventiones examinare libeat, ita fac.

latitudo inventa	70	7275
multiplicetur per		4
addatur	282	9100
ad longitudines reliquas	250	
	250	
	110	
	110	
& habebitur tota longitudo	1002	9100
Quæ multiplicata per latitudinem	70	7275

		5014	5500
	7	0203	700
	20	0582	00
	702	0370	0
	70203	700	
reddet aream fossæ priorem	70933	3169	25
quæ multiplicata per altitudinem		5	
Reddit corpus	354666	5845	
aggeris ut pri-		6666	
dem: præter		821	

$\frac{821}{10000}$ unius pedis: quæ differentia pro nihilo reputanda est, & evitari etiam potuisset: si fractiones majores ad calculum assumtæ fuissent.

Cæterùm hæc capacitas fossæ tota est perpendicularis. At talis revera fieri fodiendo non potest: sed quanta est ejus pro-



funditas,

funditas, tanta etiam esse debet acclivitas. Quæritur igitur: si fossa supernè quinque pedibus fiat latior, infernè restrictior, an tantundem terræ sit præbitura? Respondetur quod non. Et est causa manifesta. Nam acclivitatibus quidem AB, BC, CD, DA, è regione respondent acclivitates NX, YP, QO, VZ. Item acclivitatibus angularibus exterioribus interiores respondent, & simul prisma complent. verbi gratia acclivitas angularis ad S & B. simul prisma complent. At acclivitatibus exterioribus XS, SY, PT, TQ, OW, WZ, VR, RN. nihil est quod in interiore ambitu respondeat. Itaq; hæ acclivitates abundabunt, quod ipse etiam calculus coarguet.

Sint enim capacitatis perpendicularis

longitudines	260	
	260	
	120	
	120	
	65	7275
	65	7275
	65	7275
	65	7275
longitudo tota	1022	9100
latitudo	65	7275
	5114	5500
	71603	7
	204582	
	716037	
	511455	
	613746	

Acclivitatum.

longitudo	250	
	110	
	391	4551
	251	4551
longitudo	1002	9102
latitudo		5
basis	5014	5510
altitudo		5
corpus	25072	7550

Pyramidum.

plana basis	25
altitudo	5
	125
multiplicetur per	4
	500

ſuperficies	67233	3170	2500
	altitudo		5
Capacitas	336166	5851	25
	25072	755	
	500		
Tota capacitas fit	361739	340	
Ad debebat eſſe	354666	333	
differentia eſt	7073	007	

Quæ differentia ex dictis acclivitatibus exterioris ambitus, quibus nullæ in interiori ambitu reſpondent, reſultat: ut porrò calculus oſtendet. Sit enim earum acclivitatum (quarum ſunt octo.)

ſingularum longitudo	70	7275
multiplicetur per		4
longitudo univerſarum dimidia erit	282	9100
& latitudo		5
plana baſis	1414	55
altitudo		5
Capacitas	7072	75

Igitur ne tantus error committatur, alia ratio latitudinis foſſæ ineunda eſt, talis nimirum.

Ad calculum aſſumatur initium non ſupremæ ſed mediæ latitudinis foſſæ: & omnia rectè procedent, ut ex ſubjectis numeris apparet

per modum primum.

I. Ponatur latitudo e f	70 pedum.
ea quater ſumta	280
addatur ad reliquas	
longitudines d f	255
l n	255
d l	115
f n	115

Summa

Summa longitudinum erit	1020
latitudo ef	70
superficies erit	71400
at debebat esse	$70933\frac{1}{3}$
Ergo est plus	$466\frac{2}{3}$.

II. Ponatur latitudo e f	69 pedum.
multiplicetur per	4
addantur reliquæ longitudines	276
	255
	255
	115
	115
summa longitudinum	1016
latitudo	69
	9144
	6096
superficies est	70104
at debebat esse	$70933\frac{1}{3}$
est ergo minus	$820\frac{1}{3}$
adde plus	$466\frac{2}{3}$
fit divisor	1296
Plus	$466\frac{2}{3}$
per positionem minorem	69
	4194
	27960
	23
	23
	32200
Minus	$829\frac{1}{3}$
per positionem majorem	70

O 3 580-

	58030
	$23\frac{1}{3}$
	$58053\frac{1}{3}$
adde	32200
fit dividendus	$90253\frac{1}{3}$
diivsor	1296
	7776 $(69\frac{829\frac{1}{3}}{1296}$ latitudo quæsita.
	12493
	1296
	11664
residuum	$829\frac{1}{3}$

Per modum Secundum.

longitudo	255	latitudo quæsita fit 1 l.
multiplicetur per	1 l.	ergo ejus area quater
fit	255 l.	sumta erit 4. q.
& sic deinceps	255 l.	
	155 l.	
	155 l.	

ergo 4 q.	+	740 l.	æquales	$70933\frac{1}{3}$
1 q.	+	185 l.	æquales	$17733\frac{1}{3}$
1 q.	æquales	$17733\frac{1}{3}$	—	185 l
			—	$92\frac{1}{2}$
			—	$92\frac{1}{2}$
				184
				8280
				$92\frac{1}{2}$
			+	$8556\frac{1}{4}$
			+	$17733\frac{1}{3}$
				$26289\frac{7}{12}$

12—10-

```
12—100000 — 7        2628 9 7/12        (162|1406
   700000 (58333     1                      92|50
   12                162 (1               69|6406/10000
   60                26 (6              latitudo fossæ media.
   100               156
   12                  689
   96                 522 (2—0 X 0
   40                 644
   12                 45|58 (1
   36                 3241
   40                 131733 (4
                       32424
                      129696
                      20373333
                       3242806 (6
                      19456836
                        916497
```

Per modum Tertium.

longitudo	255	longitudo	255—3
latitudo	115	latitudo	115—7
differentia	140		1275
	70		255
	70		255
Quadratum	4900	superficies	29325—2

superficies pedis aggeris usq; ad initium mediæ latitudinis fossæ	29325
superficies fossæ	70933⅓

Qua-

Quadratum 105158⅓	radix 324|8212
3	70|
9	394|2812
151	255|
62	139|2812
124	latitudo media 69|6406
2758.	5|Adde & subtr.
644	74|6406 latitudo suprema.
2576	
18233	64|6406 latitudo infima.
6482 (2	
12964	
526933 (8	
64848	
518784 (1	
814933	
648561	
166372 (2	

Iam per inventam triplici modo latitudinē mediam superficies & inde capacitas fossæ inquiratur hoc modo.

latitudo fossæ media	69	6406	
		per 4	
effecta inde longitudo	278	5624	
reliqua longitudo	740		
longitudo media	1018	5624—0	
latitudo media	69	6406	
	6111	3744	
	40 7424	96	
	611 1374	4	
	9167 0616		
	61113 744		
superficies	70933	2966	7344—0
altitudo		5	
Capacitas fossæ	354666	4830	

Vides

Vides, hunc calculum veritati exactiſſimè reſpondere, quam veritatem etiam ſequens calculus ex latitudine non media, ſed maxima & minima inſtitutus, comprobabit hoc modo.

longitudines minimæ	260	64|6406—8
	260	4—4
	120	258|5624—5
	120	
	258|5624	
aggregatum	1018|5624—0	
latitudo minima	64|6406—8	
	|6111|3744	
	40|7424|96	
	611|1374|4	
	4074|2496|	
	61113|744|	
	65840|4846|7344—0	
altitudo	| 5	
Capacitas perpẽdicularis 329202|4234		

Pyramidum		Acclivitatum	
longitudo	5	longitudo	250|
latitudo	5		110|
plana baſis	25		389|2812
altitudo	5		249|2812
	125		998|5624
multiplicetur per	4	latitudo	| 5
Capacitas tota octo pyramidum			4992|8120
	500	altitudo	| 5
		Capacitas acclivitatum	24964|0600

Capacitas perpendicularis	329202|4234
Capacitas acclivitatum	24964|0600
Capacitas pyramidum	500|
Capacitas tota	354666|4834

Cur autem in tali fossa, quæ circa aggerem oblongum æquidistanter ducta sit, calculus per mediam latitudinem & longitudinem institutus recte procedat: in aggere verò ipso, vel etiam in aliis fossis circa totam aliquam arcem ductis non item: ejus rei causam in intimis Geometriæ penetralibus absconditam hoc loco proferre nolo: ne nihil reliquisse videar aliorum industriæ.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM
GEOGRAPHICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

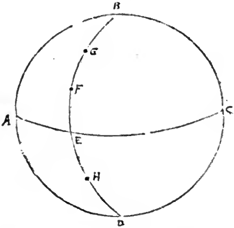
AD Geographiam pertinet doctrina de supputandis distantiis locorum: ex data ipsorum longitudine & latitudine. Est autem longitudo loci nihil aliud, quàm distantia meridiani per illum locum transeuntis, à meridiano primo, qui statuitur in insulis fortunatis: & numeratur illa distantia in æquatore: ab occasu per meridiem versus ortum. Latitudo loci, nihil est aliud, quàm distantia verticis loci, ab æquatore versus meridiem, aut septentrionem: & numeratur in meridiano per loci propositi verticem transeunte: ac semper convenit cum elevatione poli, supra horizontem illius loci. Cæterùm, supputantur quidem distantiæ locorum etiam per penult. primi Euclid. sive per 50. p. primi nostri, hoc est, per Triangula plana: at quia superficies terræ non est plana, sed rotunda: rectius supputantur per Triangula Sphærica. In quibus notandum: singulis gradibus circulorum maximorum, circa globum terræ ductorum respondere milliaria Germanica 15. Quod, vel inde patet: quia si 15. milliaribus propius ad Septentrionem accedas, polum septentrionalem uno gradu altius, quàm antè, supra horizontem elevatum esse deprehendes.

PROBLEMA PRIMUM.

Datis duobus locis sola latitudine differentibus, eorum distantiam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si utriusque loci latitudo sit versus eundem polum: ut est locorum F & G.



REGULA. Subtrahe latitudinem minorem EF, à majore EG, differentiam FG, quæ post subtractionem restabit, converte in milliaria: & negocium confectum erit.

EXEMPLUM. Basilea Rauracorum & Friburgum Brisgoiæ, longitudinem habent eandem nempe 27. gr. 45. m. & sita sunt versus eundem polum: nempe septentrionalem. Sed latitudine differunt. Et Basileæ quidem latitudo est 47. grad. 30'. velut EF, Friburgi verò latitudo est 48. gr. 15'. velut EG.

Primum

Primum igitur ab	EG, 48. gr. 13'.	
Subtraho	EF, 47.	40.
Et restat	FG, 0. gr. 33. m.	

Deinde dico:

1. gr. dat 15. milliaria, quid dant 33. m.

60. m. 15.

165.

33.

495.

60. (R. 8¼. milliaria.

CASUS SECUNDUS.

Si alterius loci latitudo sit septentrionalis; alterius meridionalis: ut est locorum H & G.

REGULA. Adde latitudinem utranq; & summam in milliaria converte hoc modo.

EXEMPLUM. Bellogradum in Europa (Griechisch Weissenburg) & Caput bonæ spei in Africa, habent eandem longitudinem, nempe 48. gr. 30. m. Sed latitudinem, illud quidem septentrionalem, tanquam EG, 44. gr. 30'. Hoc verò meridionalem tanquam EH, 35. 30.

Additis igitur EG, 44. 30.

& EH, 35. 30.

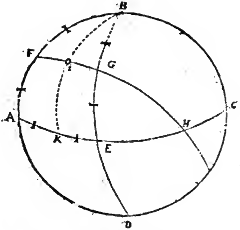
Dico 1. gr. dat 15. milliaria: quot milliaria dant 80. grad. R. 1200.

PROBLEMA SECUNDUM.

Datis duobus locis sola longitudine differentibus, eorum distantiam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si uterque locus situs sit sub æquatore, Vt A & E.



REGULA. Subtracta longitudine minore à majore, differentiam converte in milliaria, & habebis distantiã quæsitam.

EXEMPLUM. Insula S. Thomæ in Africa, sub Æquatore sita, longitudinem habet 32. gr. 20. m. Insula Sumatra prope Indias orientales, sub eodem Æquatore sita, longitudinem habet 131.

Igitur à 131. gradibus.
Subtraho—32.gr.20.m.

Et restat differentia 98.gr. 40.m.

Tum

Tum dico:

11 gr. dat 15. milliaria: quid dant 98. gr. 40.m.

℞. 1480. milliaria.

Tanta est distantia inter istas duas insulas: si utriusq; insulæ medium & quasi centrum spectes.

CASUS SECUNDUS.

Si uterq; locus situs sit extra Æquatorem.

REGULA. Hic solvendum est Triangulum æquicrurum FBG, in quo crura æqualia FB & BG, sunt complementa latitudinum æqualium AF & EG. Angulus FBG, est differentia longitudinis. Qui angulus, sive sit rectus, sive obliquus, Triangulum FBG, facilimè solvitur, si dimisso à B, in I, perpendiculo BI, in duo Triangula FBI, & IBG, dislocetur. Quia enim duo illa Triangula erunt æqualia: per 23.p.1. ideo invento arcu IG, in Triangulo IBG, etiam arcus FI, in Triangulo FBI, inventus erit.

Dico igitur per axioma tertium.

Ut BIG, rectus ad BG, complementum latitudinis::
Ita IBG, dimidia differentia longitudinis,
ad IG, dimidiam distantiam.

Vel.

Continuato perpendiculo BI, in K, ut sit quadrans BK, quia Triangulum IHK, angulos ad I & K, habet rectos: ad I, per thesin, ad K, per 57.p.1. ac proinde latera IH, & KH, sunt quadrantes: per 68. p.1. Et denique arcus GH & EH, arcuum IG & KE, complementa per 9. p. 1. Ideo in Triangulo GEH, rectangulo ad E, per 57. p.1. inquiro complementum tertii lateris GH, nempe arcum GI, per axioma quartum.

EXEM-

EXEMPLUM. Noriberga & Amberga propemodum eandem latitudinem habent, nempe Noriberga 49. grad. 22. m. Amberga 49. gr. 24. m. Hoc est, uterq; locus habet latitudinem circiter 49. gr. 23. m. Longitudine autem differunt. Nam longitudo Noribergæ est 31. gr. 45. m. Ambergæ 32. gr. 30. m. Differentia longitudinis est 0. gr. 45. m.

Sit ergo Noriberga F, Amberga G, ac proinde AF, vel EG, 49. gr. 23'. FB vel GB, 40. 37. FBG, sive AE, 0. gr. 45. m. KE. 0. gr. $22\frac{1}{2}$. m. EH, 89. gr. $37\frac{1}{2}$. min.

Per axioma tertium calculus talis erit.

Ut BIG, 90. gr. ad BG, 40. gr. 37'. ita IBG, 0. gr. $22\frac{1}{2}$.

100000.	65099.	654.
	654.	
	260396.	
	325495.	
	390594.	
ad 425 sinum arcus	74746.	

At per axioma quartum calculus talis erit.

GE, 49. 23.	idem 49. 23.		
EH, 89. $37\frac{1}{2}$. Compl.	0. $22\frac{1}{2}$.		
139. $0\frac{1}{2}$.	49. $45\frac{1}{2}$.	Sinus	76333.
Exc. 49. $0\frac{1}{2}$. Sinus	— — — —		75480.
			853.
			426.

Sinus arcus GI, 0. grad. 14'. 40''. cujus duplum est arcus FG, 0. grad. 29'. 20''. cui arcui respondent milliaria $7\frac{1}{3}$.

Nam ut

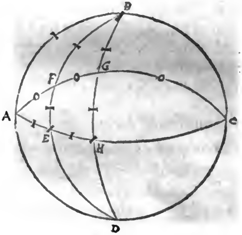
Nam ut 60. min, ad 15. milliaria, ita 29⅓. minut. ad 7⅓. mill. Ergo Noriberga & Amberga invicem distant 7⅓. milliaribus. Vulgò octo milliaria integra numerant.

PROBLEMA TERTIUM.

Datis duobus locis & longitudine & latitudine differentibus, eorum distantiam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si alter locus situs sit sub æquatore, alter extra Æquatorem, ut ◡AG, vel ◡AF, vel FC.



REGULA PRIMA. Si differentia longitudinis sit quadranti æqualis: ut est locorum A & G, distantia AG, est quadrans. A enim est polus circuli maximi BGD, per 56. p. 1. Ergo omnes arcus inde ad BGD, ducti sunt quadrantes, per eandem.

EXEMPLUM. Insula Sumatra longitudinem habet 131. gr. latitudinem nullam.

Buda metropolis Hungariæ, longitudinem habet 41. grad. lat. 47. gr.

Differentia longitudinis est 90. gr. Subtractis enim 41. de 131. remanent 90.

Ergo distant inter sese 90. gradibus, hoc est, milliaribus Germanicis 1350. Nam ut 1.—ad 15.—ita 90. ad 1350.

REGULA SECUNDA. Si differentia longitudinis sit quadrante minor: ut est locorum A & F. Solvendum est Triangulum AEF, per axioma quartum: vel illi adjacens FBG, per primum aut tertium.

EXEMPLUM. Insula S. Thomæ longitudinem habet 32. gr. 20'. latitudinem nullam: tanquam si ad A, sit sita. Amsterodamum in Hollandia longitudinem habet 26. gr. 30. m. latitudinem 52. gr. 40. m. tanquam F.

Differentia longitudinis ABF, vel per 58. p. 1. AE, est 5. gr. 50. m.

Distantia quæsita est AF.

Calculus per axioma quartum talis erit.

AE, 5. gr. 50'.		Idem	5. gr. 50'.		
EF, 52.	40.	Compl.	37.	20.	
58.	30.		43.	10.—	*68412.*
31.	30.	—	—		*52250.*
					120662.
					60331.

Sinus arcus FG, 35. grad. 41'. cujus complementum est AF, 54. gr. 19'.

Per

Per axioma primum calculus talis erit.

Ut BE, 90. gr. ad EH, 84. 10. ita BF, 37. 20. ad FG.

100000.	*99482.*	*60645.*
	60645.	
	497410.	
	397928.	
	596892.	
	596892.	
	60330|85890.	

Sinus arcus

FG, 35. gr. 41. m. cujus compl. est AF, 54. gr. 19. min. cui respondent milliaria Germanica $814\frac{3}{4}$. Nam

Ut 1, gr. ad 15. mill. ita 54. gr. 19. m.

15.

270. *NB. $4\frac{3}{4}$. est quarta pars ex 19 sicut 15. est quarta pars è 60.*

$54|4\frac{3}{4}$.

ad $814\frac{3}{4}$. milliaria.

Per axioma tertium calculus est idem, qui per axioma primum.

Nam proportio:

Ut BGE, ad BF, ita GBF ad GF.

Prorsus eosdem numeros gignit, quos proportio:

Ut BE ad EH, ita BF ad FG.

Nisi quod duo termini intermedii sunt transpositi; quæ transpositio in calculo nihil mutat, per 42. p. 1.

REGULA TERTIA. Si differentia longitudinis sit quadrante major: ut est locorum F & C. Solvendum venit Triangulum FCE, rectangulum ad E, sed Triangulum illud latera FC & EC, habet quadrantibus majora. Ergo pro eo solvas Triangulum AEF, Triangulo FEC adjacens, & negocium

confectum erit. Nam per solutionem Trianguli AEF, reperies arcum FG, quo addito ad quadrantem GC, conflabitur arcus FC, quæsitus.

EXEMPLUM. Heidelbergæ longitudo est 30.gr.45.m.latitudo 49.gr.35'. tanquam quæ sita sit ad F. Sumatræ longitudo est 131.gr. latitudo nulla, tanquam quæ jam sit ad C.

Differentia longitudinis est 100.gr.15'. EC, ejusq; complementum AE, 79.gr.45.m.

Calculus per axioma quartum talis erit.

EF,	49.35.	—	—	49.35.		
AE.	79.45.	—	—	10.15.		
	129.20.	—	—	59.50.	—	*80456*
Exc.	39.20.	—	—	—	—	*63383*
						23073
						11536

Sinus arcus FG, 6.gr. 37'½. m. quo addito ad FC, 90. efficitur arcus 96. gr. 37'½. m. cui arcui respondent milliaria Germanica $1449\frac{5}{16}$.

CASUS SECUNDUS.

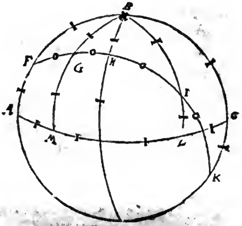
Si uterq; locus situs sit extra Æquatorem: Ut FH vel FG, vel FI, vel IK, &c.

REGULA PRIMA. Si uterq; locus situs sit versus eundem polum: semper datur Triangulum congruens ad axioma quartum, sive angulus ad B, sit rectus, sive obliquus. Ut si loca data sint, FG, datur solvendum Triangulum FBG, cum acuto ad B. Si loca data sint F, H, datur solvendum Triangulum FBH, cum recto ad H. Si loca data sint F, I, datur solvendum Triangulum FBI, cum obtuso ad B.

EXEM-

EXEMPLUM PRIMUM. Congruens ad formam Trianguli FBG. acutanguli ad B.

Grünberga prima patria mea longitudinem habet 38'. gr, 10.m. latitudinem 52.gr. 2.m.



Heidelberga, altera patria mea, longitudinem habet 30.gr. 45.m. Latitudinem 49.gr. 35.m.

Sit ergo F, Heidelberga. G, Grünberga.

Differentia longitudinis BG, est 7. 25. distantia quæsita FG. Complementum latitudinis minoris AF, 49. gr. 35. m. est FB, 40. gr. 25. m.

Complementum latitudinis majoris LG, 52. grad. 2. m. est BG, 37. grad. 58. m.

Calculus igitur talis erit.

BG,	37.58.	—	37.58.	
FB,	40.25.	—	49.35.	
	78.23.		87.33. —	99909.
	11.37.	— — —		20136.
				9 3 FBG.

FBG, *7. 25. 100000.* *79773.*

81. 35. | *99163.* *39886.*

837.

Ut *100000.* ad *39886.* ita *837.*

837.

279202.

119658.

319088.

ad—*33384582.*

quo detracto|

de *99909.* relinquitur *99576.* sinus arcus GH, 84. grad. 44. m. cujus compl. est 5. gr. 16. m. arcus FG, quæsitus. Cui arcui FG, 5. gr. 16. m. respondent milliaria Germanica 79. m.

EXEMPLUM SECUNDUM. Congruens ad formam Trianguli FBH, rectanguli ad B.

Spiræ longitudo est 28. gr. 45. m. latitudo 49. gr. 20. m. Daroacanæ civitatis Paropanisi, regionis Asiæ, longitudo est 118. gr. 45. m. latitudo 34. gr. 45. m.

Differentia longitudinis 90.

Distantia quæsita FH.

Complementum latitudinis minoris AF, 34. gr. 45. m. est FB, 55. gr. 15. m.

Complementum longitudinis majoris EH, 49. gr. 20. m. est HB, 40. gr. 40. m.

Calculus igitur talis erit.

HB,	40. gr. 40′.	— —	40. gr. 40′.	
FB,	55. gr. 15′.	— —	34. 45.	
	95. 55.	— —	75. 25.	— *96778*
	5. 55.	— — —	— —	*10308*
				86470
				43235. Sinus
				Arcus

Arcus 25.gr.38. m. cujus compl. est arcus FH,64. gr. 22. m. cui respondent milliaria Germanica 965½.

EXEMPLUM TERTIUM. Congruens ad formam Trianguli FBI, obtusanguli ad B.

Heidelbergæ longitudo est 30.gr.45.m.lat.49.35.

Carticardamnæ in India, ubi S. Thomas Apostolus sepultus esse dicitur, longitudo est 136.gr.50.m.latitudo 12.gr.40.m.

Differentia longitudinis est 106. gr. 5. m. tanquam angulus FBI, obtusus.

Distantia quæsita est FI.

Complementum latitudinis minoris AF, 12. gr. 40'. m. est FB, 77.gr.20'.

Complementum latitudinis majoris IL, 49.gr.35.m. est IB, 40.gr. 25.m.

Calculus igitur talis erit.

IB, 40.25. — 40.25.
FB, 77.20. — 12.40.

117.45. 53. 5. — 79951.
27.45. — — — 46561.

126512.
63256.

FBI, 106. 5.|100000.
Exc. 16.5.27704.

127704. Sinus versus.
63256. Medietas rectæ.

766224.
638520.
255408.
383112.
766224.
80780|44224.

789.

79951.|

829. Sinus arcus o.grad. 28½.min. qui additus ad quadrantem 90. grad. constituit arcum quæsitum FI, 90. grad. 28½.m. Cui arcui respondent milliaria Germanica 1357.

REGULA SECUNDA. Si alter locus situs sit versus polum septentrionalem: alter, versus polum meridionalem: ut G & K. Item H & K, Item I & K, semper datur Triangulum ejusmodi, cujus alterum latus circa angulum datum sit quadrante majus: ut BK. Ergo pro illo latere BK, sumendum est ejus complementum ad semicirculum BF, hoc est, pro Triangulo GBK, solvendum est Triangulum GBF: pro Triangulo HBK, solvendum est Triangulum HBF: pro Triangulo IBK, solvendum est Triangulũ IBF. Omnia per axioma quartum.

EXEMPLUM UNICUM.

Heidelbergæ longitudo est 30. gr. 45. m. latitudo Septentrionalis 49. gr. 35. m.

Iavæ majoris, si spectes punctum ejus medium, longitudo est 141. gr. 40. m. latitudo 10. gr.

Differentia longitudinis est 110. gr. 55. m. tanquam angulus GBK, obtusus: cujus compl. est 60. gr. 5. m. angulus FBG, acutus. Distantia quæsita GK.

Complementum latitudinis septentrionalis MG, 49. gr. 35. m. est BG, 40. gr. 25. m.

Complementum latitudinis meridionalis KC, 10 gr. est KD, cui respondet BF, 80. gr. Nam ut KD, est complementũ arcus KB, in semicirculo DKB, ita BF, est complementum arcus KB, in semicirculo KBF.

Igitur

Igitur in Triangulo FBG, calculus talis erit.

BG, 40. 25. — —	40. 25.	
BF, 80. 0.	10. 0.	
120. 25.	50. 25. —	77010.
30. 25. —	— —	50628.
FBG, 69. 5. | 100000.		127638.
20. 55. | 35701.		63819.
Sinus versus 64299.		64299.
		574371.
		574371.
		127638.
		155276.
		382914.
		41034. | 97881.
		77010. |
		35976.

Sinus arcus 21. gr. 5. m. qui additus ad quadrantem 90. gr. constituit arcum GK, quæsitum 111. gr. 5. m. cui arcui respondent milliaria Germanica. $1666\frac{1}{4}$.

FINIS.

r BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM GNOMONICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

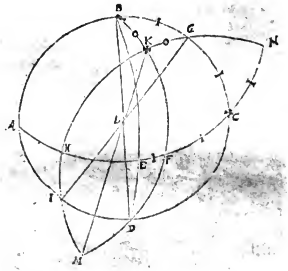
IN Gnomonicis præstant Solaria: & in his Sciothèrica communia: in quibus stylus est axis: lineæ verò horariæ sunt circulorum horariorum, per vicesimas quartas partes Æquatoris, & utramq; mundi polum incedentium, sectiones communes cum plano dato. Et hæ quidem ab axe facilè deducuntur. At axem collocare; hoc opus, hic labor est: præsertim in planis meridiano obliquis: in quibus omnibus, tàm meridiana plani, quã elevatio poli supra planũ, atq; adeo elevatio axis supra meridianam plani, & in nonnullis etjam meridiana loci ignoratur. De his igitur, scitu perquàm utilibus & jucundis, tria hoc loco Problemata proponemus: & in gratiam studiosæ juventutis addemus quartum, de lineis horariis in quovis plano ducendis.

PROBLEMA PRIMUM.

Dato plano, & ad meridianum & ad verticalem primarium obliquo, sed ad horizontem recto, hoc est, dato plano simpliciter declinato, meridianam plani & elevationem poli supra planum invenire.

Meri-

Meridianam plani voco communem sectionem meridiani proprii cum plano dato. Nam unumquodq; planum, ut horizontem, ità meridianum habet proprium, qui est circulus per polos mundi & plani ductus, atq; idcirco, tàm plano, quàm Æquatori normalis. In quo circulo numeratur elevatio poli supra planum: quæ nihil aliud est, quàm arcus meridiani proprii, inter horizontem plani, hoc est, inter circulum maximum, cui planum æquidistat, & polum proximum interceptus.



Sit ergo meridianus loci ABCD. Horizon AEC, verticalis primarius BED, punctum orientale E, planum verticale BKD, horizonti rectum ad F, at à verticali primario declinatum angulo EBF, sive arcu EF, cujus complementum est angulus FBC, sive arcus FC. Et sint poli mundi G & I, polus plani H, adeoque meridianus plani GHI, plano rectus ad K, centrum mundi L, communis sectio meridiani loci cum plano dato atque adeo meridiana loci BLD,

 commu-

communis ſectio meridiani proprii cum plano dato, atque adeo meridiana plani KLM. Quærantur autem 1. elevatio poli G, ſupra faciem plani ſeptentrionalem, ſive ſupra punctum K, hoc eſt, arcus GK, cui ex oppoſito reſpondet arcus MI, elevatio poli antarctici I, ſupra faciem plani meridionalem, nempe ſupra punctum M, 2. diſtantia meridianæ plani KLM, à meridiana loci BLD, hoc eſt, angulus BLK, vel MLD quem metitur arcus BK, vel MD.

Factis quadrantibus KN & FN, quia in Triangulo GCN, data ſunt duo latera rectum includentia: nempe GC, elevatio poli, & CN, declinatio plani. (Nam CN & EF æquantur, per ſtructuram.) Ideo primum ſolvo Triangulum GCN. per ax. 4. Deinde reperto arcu GK, in Triangulo BGK, dico:

Ut CF, tang. ad FB, rad. ita GK, tang. ad KB, ſin. per ax. 2.

Vel.

Ut radius ad tangentem complementi CF, ita GK, tang. ad KB, ſinum per compendium 2.

EXEMPLUM. Sit planum meridionale (hoc eſt, meridiei obverſum) ſed declinatum dextrum, (hoc eſt, verſus orientẽ) 30.gr. Et ſit elevatio poli 49.gr.35.m. Quærantur autem & diſtantia meridianæ plani à meridiana loci, & elevatio poli ſupra planum: ſive, quod idem eſt, elevatio axis, ſupra meridianam plani.

I. Primum ſolvo Triangulum GCN, per axioma quartum, hoc modo:

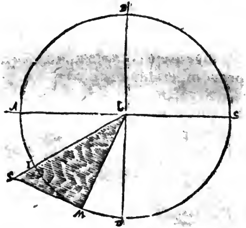
CN, 30. 0.	—	30. 0.	
GC, 49.35.	—	40. 25.	
79.35.		70. 25. —	94215.
10.25.		— —	18080.
			112295.
			56147, Sinus arcus GK, 34.gr.

34. gr. 9½. m. Quæ est elevatio poli arctici supra faciem plani septentrionalem, cui ex opposito æquatur arcus MI, elevatio poli antarctici supra faciem plani meridionalem.

II. Deinde in Triangulo BKG, dico: per ax. 2.
Ut CF, tang. 60. gr. ad FB, rad. ita GK, tang. 34. gr. 9½. m.

173205. 100000. 67850.
ad 39173. sinum arcus BK, vel DM, distantiæ meridianæ plani à meridiana loci, 23. gr. 4. m.

Ergo in tali plano, si horizon loci sit ◡AC, meridiana loci LD, descripto horizonte plani ◡ABCD, (in praxi sufficit quadrans ◡AD.) & numeratis à D, in M, 23. gradibus, 4. minutis, & ab M, in I, 34. gr.

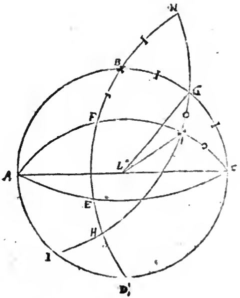


9½. min. meridiana plani (quam vulgò vocant substylarem) erit LM. Elevatio poli antarctici MI, (quasi jam arcus ◡MI, esset meridianus proprius supra punctum M, perpendiculariter erectus,) adeoq. axis LI, extollendus supra meridianam plani L◡M, angulo MLI.

PROBLEMA SECUNDUM.

Dato plano & ad meridianum & ad horizontem obliquo; sed ad verticalem primarium recto: hoc est, dato plano simpliciter inclinato: (qualia plana sunt, quæ ab ortu versus occasum, aut contra, ab occasu versus ortum inclinantur) meridianam plani, & elevationem poli supra planum invenire.

Sit meridianus loci ABCD, horizon AEC, verticalis primarius BED, punctum occidentale, sed ab oriente spectatum E, planum orienti obversum, AFC, sed à puncto verticali B, versus punctum occidentale E, inclinatum arcu BF, angulis ad F, rectis. Et sint poli mundi G & I, polus plani H, adeoque meridianus plani GHI, & per consequens, elevatio poli arctici supra planum arcus KG, & distantia meridianæ plani LK, à meridiana loci LC, arcus KC. Qui duo arcus quærantur.



Conti-

Continuatis lateribus FB & KG.& factis quadrantibus FN & KN, quia in Triangulo BNG, nota sunt duo latera, includentia rectum ad B, nempe BN, complementum inclinationis poli, & BG, complementum elevationis poli. Primùm solvo Triangulum BNG, per ax. 4. Deinde, reperto per ax. 4. arcu GK. dico per ax. 2.

Ut BF, tang. ad FC, rad. ita GK, tangent. ad KC, sinum.

Vel per compendium 2.

Ut rad. ad tang. complementi BF, ita GK, tang. ad KC.

EXEMPLUM. Sit planum orientale inclinatum 30. grad. adeoq; arcus BF, sit 30. gr. BN. 60. gr. Elevatio poli GC, 49. gr. 35. m. complementum elevationis poli GB, 40. gr. 25. m. Quærantur autem arcus GK, & KC, sive anguli GLK & KLC, hoc est, ut vulgo loquuntur: quærantur, distantia styli GL, à substylari KL, & hujus à meridiana loci CL.

Primum solvo Triangulum BNG, per ax. 4. hoc modo.

BG, 40.25.	— 49.35.	
BN, 60.25.	— 30. 0.	
100.25.	79.35. —	98352.
10.25.	— —	18080.
		80272.
		40136.

Sinus arcus GK, distantiæ styli à substylari, 23. grad. 40. min.

Deinde in Triangulo GKC, dico: per ax. 2. vel per compend. 2.

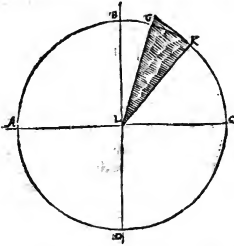
Ut BF, tang. 30. gr. ad FC, ita GK, tang. 23. gr. 40'.

57735.	100000.	43827.

Ad

Ad 75910. ſinum arcus KC, diſtantiæ ſubſtylaris ſive meridianæ plani à meridiana loci 49. gr. 23. m. per 2. ax. ſphær.

In tali igitur plano ſi horizontalis, eademq; meridiana loci ſit AC, verticalis BD, numeratis in quadrante horizontis plani BC, gr. 49. gr. 23'. à C, in K, meridiana plani, ſive ſubſtylaris erit LK, & inde à K, in



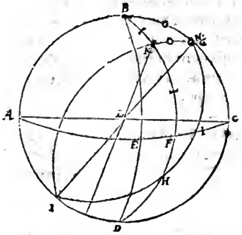
G, numeratis 23. gr. 40. m. elevatio poli borealis ſupra planum erit GK, adeoq; axis erit LG, extollendus ſupra meridianam plani angulo KLG.

PROBLEMA TERTIUM.

Dato plano & ad meridianum, & ad horizontem, & ad verticalem primarium obliquo, hoc eſt, dato plano inclinato declinato, meridianã, tàm loci, quàm plani, & elevationem poli ſupra planum invenire.

Sit meridianus loci ABCD, Horizon AEC verticalis primarius BED, punctum Orientale E, verticalis declinatus BKD, & ſub eo planum inclinatum NKI, angulis ad K, rectis. Poli

Poli mundi G & I, polus plani H. Meridianus plani GHI angulus declinationis EBF, arcus inclinationis BK.



Ante omnia autem quæratur arcus KN, distantia meridianæ loci NL, à verticali plani KL, per ax. 2. Deinde arcus BN, per axioma 3 vel 4. posthæc angulus BNK per ax 3. hoc est, ut uno verbo dicam, solvatur Triangulum BKN. Quo soluto, arcus BN, vel repertus est, æqualis complemento elevationis poli BG, vel minor, vel major.

CASUS PRIMUS.

Si arcus BN, repertus fuerit æqualis complemento elevationis poli BG, indicio est, planum sub meridiano obliq; usq; ad polum inclinatum esse. In quo casu meridiana loci, & plani, itemq; axis, in eandem lineam GL, concurrunt: si planum in ipso circulo maximo KN, consistere fingatur. At si planum non in ipso circulo maximo KN, sed in aliquo ipsius parallelo

f consi-

consistere fingatur, & axis à plano nonnihil abducatur, (ut necessariò fit, si sciotericum absoluere libeat) meridianæ loci, & plani sunt duæ lineæ inter sese parallelæ: & sejunguntur mutuo secundum differentiam longitudinis loci & plani: quæ differentia est penes angulum HGC, qui est complementum anguli BNK, nuper inventi: quia angulus KGH, est rectus per 57. p. 1. quippe cum meridianus plani per polos plani incedat. Tres autem ad G vel N, concurrentes sunt æquales duobus rectis per 20. p. 1.

EXEMPLUM. Sit planum meridionale declinatum dextrum 29. gr. 59. m. inclinatum versus polum arcticum 23. grad. 3. m. Elevatio poli 49. gr. 35. m. Quærantur autem in eo meridiana loci & plani, atq; elevatio poli sive axis supra planum. Calculus talis erit.

I. Ut BF, rad. ad FC, 60. gr. 1. m. ita BK, 23. gr. 3'.

100000.	tang. 173360.	39152.

Ad 67874. tangentem arcus KN, distantiæ meridianæ loci à verticali plani 34. gr. 10. m. per ax. 2.

II. BK, 23. 3.	—	23. 3.		
KN, 34. 10.	—	55. 50.		
57. 13.		78. 53.	—	98123.
32. 47.	—		—	54146.
				152269.
				76134.

Sinus arcus NC, 49. gr. 35. m. cujus compl. est arcus BN, 40. gr. 25. m. per ax. 4.

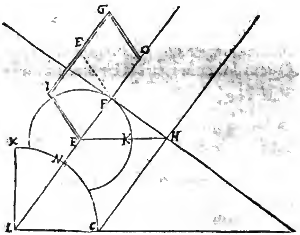
III. Ut BN 40. gr. 52 m ad BKN 90 gr. ita BK, 23. gr. 3'.

64834.	100000.	39122.

Ad

Ad 60388. finum anguli BNK, 37. grad. 9. min. cujus compl. est angulus HNC, sive HGC, 52. gr. 51. m. differentia longitudinis plani à longitudine loci, sive distantia meridianorum loci & plani, per ax. 3.

Sit ergo horizon loci LC, verticalis plani KL, Horizon plani, circulus KNC, In quo numerentur à K, versus C, 34. gr. 10. m. & per terminum numerationis N, trajiciatur recta LNF, quæ esset meridiana & plani & loci, si centrum Sciotrici L, vel F, pro centro mundi & recta LNF, pro axe haberetur. At, quia in perfectione Sciotrici axis IG, cum centro mundi E, non in recta LNF, relinquitur, sed supra eam fulcris pro libitu, sed tamen æquè altis EI & OG, extollitur: atq; adeo planũ



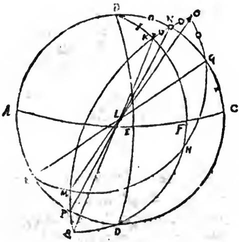
ab axe mundi nonnihil abducitur: ideo linea LNF, jam nõ simul est meridiana loci, sed tantũ meridiana plani: sive, ut vulgò loquuntur, substyla. is Meridianã autẽ loci sic invenies. Ad normã meridianæ plani, ductã cõmuni sectione Æquatoris cum plano (vulgò lineã contingentiæ

S 2 *vocant)*

vocant) FH, centrum mundi E, ab axe IG, reponatur in meridianam plani LNF. Deinde centro E, consistente in linea LNF, describatur circulus Æquatoris FK, & in eo versus orientem (quia horizon plani est horizonte loci orientalior, adeoq; citiùs à sole irradiatur meridiana plani, quàm loci) numeretur differentia longitudinis loci & plani 52. grad. 51. min. & per terminum numerationis K, ducatur recta, tanquam radius quispiam Æquatoris EKH, quæ ubi attigerit communem sectionem Æquatoris cum plano, nempe rectam FH, per id punctum agatur normaliter meridiana loci CH.

CASUS SECUNDUS.

Si verò arcus BN, repertus fuerit minor complemento elevationis poli, indicio est, planum citra polum arcticum consistere, adeoq; supra tale planum non polum arcticum G, sed polum antarcticum I, extolli debere, angulo tanto, quantus est ILM, cujus mensura est arcus IM, cui ex opposito æquatur arcus GO, Quem unà cum arcu NO, porrò sic invenies.



IV. Ut

IV. Ut NOG, rectus ad NG, differentiam inter BN, & BG, ita ONG, angulus antea repertus, ad OG, per ax. 3.

V. Ut tangens ONG, ad rad. ita tangens OG, ad sinum ON, per ax. 2.

EXEMPLUM. Sit planum meridionale declinatum dextrũ 34. gr. 30. m. inclinatum versus polum arcticum 16. gr. 10. m. Et elevatio poli rursum sit 49. gr. 35. m. Quærantur autem meridiana loci & plani, unà cum elevatione poli supra planum. Calculus talis erit.

I. Ut BF, rad. ad FC. compl. decl. 55. gr. 30'. ita BK, incl. 16. gr. 10'.

100000.	Tang. 145501.	Sin. 27843.

Ad 40511. tangentem KN, 22 gr. 3$\frac{1}{3}$. m. distantiam meridianæ loci à verticali plani per ax. 2.

II. BK, 16. 10.	—	16. 10.			
KN, 22. 3$\frac{1}{3}$.	—	67. 56$\frac{2}{3}$.			
38. 13$\frac{1}{3}$.	—	84. 6$\frac{2}{3}$.	—	99472.	
51. 46$\frac{2}{3}$.	—	—		78561.	
				178033.	
				89016.	Sinus

Arcus NG, 62. gr. 53$\frac{2}{3}$. cujus compl. est BN, 27. gr. 6$\frac{1}{3}$. m. quo subtracto de BG, complemento elevationis poli 40. grad. 25. min. relinquitur arcus NG, 13. grad. 18$\frac{2}{3}$. m. per ax. 4.

III. Ut BN, 27. gr. 6$\frac{1}{3}$. ad BKN, rad. ita BK, 16. gr. 10'.

45563.	100000.	27843.

Ad 61108. sinum anguli BNK, vel ONG, 37. grad. 40. min. per ax. 3.

IV. Ut NOG, rectus, ad NG, 13. gr. 18½. m. ita GNO, 37. gr. 40′.

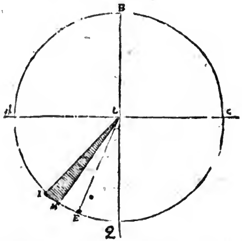
100000. 23024. 61108.

Ad 14069. ſinum arcus OG, diſtantiæ axis GL, à meridiana plani OL, 8. gr. 5½. m. per ax. 3.

V. Ut tang. GNO, 37. gr. 40′. ad rad. ita tang GO, 8. gr. 5½.

77196. 100000. 14212.

ad 18410. ſinum arcus NO, diſtantiæ meridianæ plani OL, à meridiana loci NL, 30. gr. 36½. m. per ax, 2.

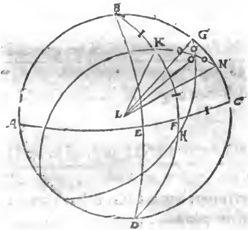


Calculo abſoluto ducantur 1. horizon loci AC, 2. verticalis plani BQ, 3. Horizon plani ABCQ, 4. In cujus quadrante AQ, (nempe juxta polum antarcticum, qui ſolus ſupra tale planum exſtat) primum numeretur diſtantia meridiana loci à verticali plani 22. gr. 3. m. & per terminum numerationis P, ducatur meridiana plani LP. Deinde à puncto P, numeretur diſtantia meridiana plani à meridiana loci, 30. gr. 36½. min. & per terminum numerationis M, ducatur meridiana plani LM, Deniq; à puncto M, in quamcunq; partem numeretur elevatio poli

poli propria, sive distantia axis à meridiana plani 8. gr. 5⅔. m. & per terminum numerationis I. agatur axis LI, extollendus supra meridianam plani LM, angulo MLI.

CASUS TERTIUS.

Si denique arcus BN, repertus fuerit major complemento elevationis poli BG, indicio est, planum ultra polum arcticum inclinatum esse: adeoq; polum arcticum supra tale planum extolli debere, angulo tanto, quantus est angulus GLO, quem metitur arcus GO, quem arcum unà cum arcu ON, porrò ita reperies, ut in casu præcedente.



EXEMPLUM. Sit planum meridionale declinatum dextrum 35. gr. 54. m. inclinatum versus polum arcticum 75. gr. 43 m. Et sit rursum elevatio poli 49. gr. 35. m. Quærantur autem meridiana loci & plani, unà cum elevatione poli supra planũ. Calculus talis erit.

I. Ut

I. Ut BF, rad. ad FC, 54 gr. 6'. ita BK. 75. gr. 43'.

100000. tang. 138144. Sinus 96909.

Ad 133874. tangentem arcus KN, distantiæ meridianæ loci à verticali plani 53. gr. 14½. m. per ax. 2.

II. KN, 53. gr. 14'½.		—	53. gr. 14½.			
BK, 75.	43.	—	14.	17.		
128.	57½.		67.	31½.	—	92404.
38.	57½.					62875.
						29529.
						14764.

Sinus arcus NC, 8 gr. 29½. m. cujus complementum est BN, 81. gr. 30½. m. Unde si subtrahas BG, 40. gr. 25. m. restabit arcus GN, 41. gr. 5½. m. per ax. 4.

III. Ut BN, 81. gr. 30. ½. ad BKN, 90. gr. ita BK, 75. gr. 43'.

98903. 100000. 96909.

Ad 97982. sinum anguli BNK, sive ONG, 78. grad. 16. m. per ax. 3.

IV. Ut NOG, rectus ad NG, 41. gr. 5½. m. ita ONG, 78. gr. 16'.

100000. 65726. 97982.

Ad 64399. sinum arcus OG, distantiam axis à meridiana plani 40. gr. 5½. m. per ax. 3.

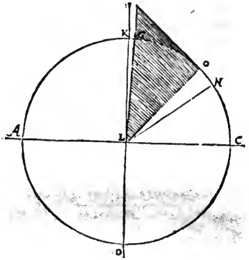
V. Ut tang. GNO, 78. gr. 16'. ad rad. ita tang. GO, 40. gr. 5'½.

481470. 100000. 84182.

Ad 17483. sinum arcus ON, distantiæ meridianæ plani à meridiana loci 10. gr. 4. m. per ax.

Calculo

Calculo absoluto: sit horizon loci AC, verticalis plani KD, horizon plani AKCD. In quo primum numeretur à puncto verticali K, versus C, distantia meridianæ loci à verticali plani 53. grad. 14'½. & per terminum numerationis N, ducatur meridiana loci, LN. Deinde à meridiana loci, nempe à puncto N, retrònumeretur distantia meridianæ plani 10. grad. 4. m. & per terminum numerationis O, ducatur meridiana plani LO. A qua deinceps numeretur elevatio poli propria, sive distantia axis, à meridiana plani 48. gr. 5½. m. & per terminū numerationis G; ducatur axis LG, extollendus supra meridianam plani LO, angulo GLO.



PROBLEMA QUARTUM.

Lineas horarias in quovis plano ducere.

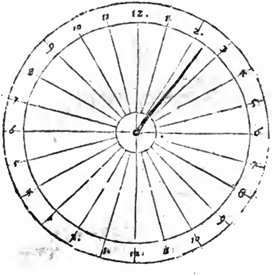
Axis est plano adversus, vel parallelus.

Si axis sit plano adversus; lineæ horariæ omnes ad radicem

t · axis,

axis, sive ad centrum Scioterici concurrunt. Cùm enim plana circulorum horariorum omnia ad axem concurrant: etiā sectiones illorum planorũ, à plano Scioterici factas, ad axem concurrere necesse est.

Axis autem plano adversus, est eidem rectus, vel obliquus. Si axis sit plano rectus, ut est in plano ad æquatorem parallelo, lineæ horariæ omnes æqualibus invicem angulis ad radicem axis concurrunt.

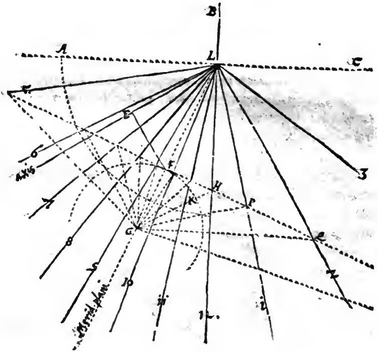


Descriptio igitur in tali plano circulo æquatoris, & eodem in 24. partes diviso, ac divisionibus ad centrum Scioterici ductis, lineæ horariæ ductæ erunt: ut factum vides in adjuncta figura.

Si axis sit plano obliquus: ut est in quovis plano ad Æquatorem obliquo: lineæ horariæ pleraq; inæqualibus ad axem angulis concurrunt. Reperiuntur autem facilimè hoc modo.

A puncto

A puncto quolibet axis tanquam à centro mundi, verbi gratia, in meridionali declinato dextro 30. grad. à puncto axis E, ducatur recta normalis tanquam radius quispiam Æquatoris EF, quæ recta ubi in meridianam plani inciderit, (sive ea sit eadem cum meridiana loci sive non) ibi per meridianam plani trajiciatur alia recta normalis FQ, quæ erit communis sectio æquatoris cum plano. Deinde radius Æquatoris FE, reponatur in meridianam plani, ut sit FG. Atque ex G, tanquam ex centro mundi describatur circulus Æquatoris quantuslibet FK. Ac rursus ducatur alius radius Æquatoris è centro G, ad intersectionem lineæ æquatoris cum meridia-

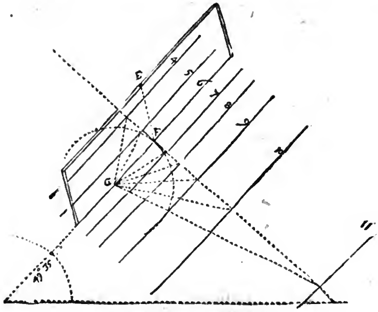


na loci, sive cum linea horæ duodecimæ. Qui radius ubi secuerit circulum Æquatoris (hic autem secat in puncto K) inde initio facto semicirculus Æquatoris, communi sectioni Æquatoris & plani oppositus dividatur in partes æquales 12, ac per singulas divisiones è centro G, ducantur rectæ deletiles, quales sunt GP, GQ, &c. quæ ubi communem sectionem Æquatoris & plani attigerint, ibi lineæ horariæ divisionibus illis respondentes necessariò transibunt. Et sic singularum horariarum ducendarum duo puncta habebuntur, unum in centro Scioterici L, ubi omnes concurrunt: alterum in communi sectione Æquatoris, & plani, sive in linea FQ, per quam omnes transeunt. Per quæ duo puncta si ducantur rectæ LQ, LP, &c. lineæ horariæ ductæ erunt.

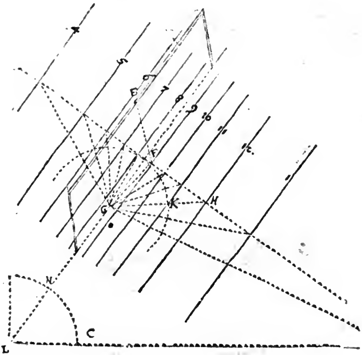
¶ *Si axis sit plano parallelus, ut est in plano quovis ad Æquatorem recto: (qualia plana nobis sunt è verticalibus orientalia & occidentalia, & ex inclinatis ea, quæ usque ad polum inclinantur) lineæ horariæ nusquam in plano concurrunt: quia totus earum concursus est ad axem, qui tale planum nusquam attingit: sed sunt invicem parallelæ: quia omnes sunt ad axem parallelæ: propter axem plano parallelum.*

Reperiuntur autem eodem ferè modo, quo illæ quæ ad axem concurrunt: nempe lineâ Æquatoris per circulum Æquatoris in suas horas divisâ. Tantum hoc interest, quod ibi per duo puncta oblique: hic per unicum punctum rectè ducuntur.

EXEM-



EXEMPLUM primum esto verticale orientale, in quo divisio circuli Æquatoris incipit ab horaria sexta: quæ eadem in tali plano, ut etiam in plano occidentali est meridiana plani. Nam meridiana loci in hujusmodi plana non incidit: quippe cum hujusmodi plana à meridiano loci non secentur, sed sint ipsi parallela.



EXEMPLUM alterum esto meridionale declinatum dextrum 29. grad. 59. min. sub verticali suo rectè inclinatum 23. grad. 3. min. at sub meridiano obliquè inclinatum 40. grad. 25. min. hoc est, usq; ad polum. In quo divisio circuli Æquatoris prorsus ut in obliqui stylaribus incipit à puncto K. Cætera fiunt, ut in planis orientalibus & occidentalibus.

B A R-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORVM

Libri Sex.

PRÆFATIO.

ASTRONOMIÆ partes (meo quidem judicio) sunt duæ: una de motu stellarum omnium communi: Altera de motu, tàm fixarum, quàm erraticarum proprio. Motus stellarum omnium communis rursum est duplex: unus revolutionis; alter trepidationis. Motus revolutionis stellarum omnium communis, est motus circularis perfectus & æqualis, circa axem mundi & super polis mundi, non in nona, vel decima aliqua Sphæra, sed in solo Dei jussu fixis: ab ortu in occasum tendens, & periodo sua definiens tempus, quod Græci νυχθήμερον, *q.d. noctidiurnum, latini diem civilem vocant. Motus trepidationis stellarum omniũ communis est motus circularis imperfectus & inæqualis circa axem coluri Solstitiorum: quo tota cælorum machina, tanquam axi zodiaci affixa, modo ad axem mundi accedit propius, modo ab eo recedit longius, & ita obliquitatem Zodiaci & Æquatoris, modo majorem facit, modo minorẽ: hinc inde à medio digrediens per scrupula prima duodecim, & ad idẽ extremum rediens, annis Ægyptiis 3434. Motus longitudinis, tàm fixarũ, quàm erraticarũ proprius omnis, est motus circularis perfectus, & quoad apparentiam inæqualis: ab occasu in ortum: fixarum & solis, circa*

axem

axem Zodiaci: reliquarum erraticarum circa proprios quosdam axes & inter sese & ab axe Zodiaci diversos: unde ipsis præter motum longitudinis, etiam motus latitudinis inesse dicitur. De motu igitur revolutionis stellarum omnium communi, erit Problematum nostrorum liber primus. De motu trepidationis itidem stellarum omnium communi, liber secundus. De motu fixarum proprio, liber tertius. De motu solis proprio, liber quartus. De motu lunæ proprio liber quintus. De calculo Eclipsium Solis & Lunæ liber sextus & postremus.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORUM

LIBER PRIMUS.

De motu revolutionis stellarum omnium communi,

Sive

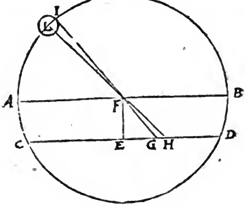
De motu cœli diurno.

PROBLEMA PRIMUM.

Altitudinem Solis supra horizontem quovis momento deprehendere. Ptol. lib. 2. c. 5. Cop. lib. 2. c. 6.

Altitudo Solis supra horizontem rectissimè capitur, per Quadrantem. At colligi tamen etiam potest ex umbris, sive rectis: sive versis: hoc modo. Sit planum horizontale CED, & in eo gnomon perpendiculariter erectus EF, extremitate sua F, centrum mundi referens, & in partes æquales quotlibet, verbi gratia, in partes æquales 100. divisus. Et sit observata umbra recta Solis EG, sparsa à summitate corporis Solaris 1.

u (Nam



(Nam umbra EH, ſparſa à centro Solis L, tota cerni nequit: propterea quod pars illius umbræ GH, à ſupremo gibbo Solis I, perpetuò illuminatur) Sit inquam obſervata umbra recta ſupremi gibbi ſolaris EG, 95. partium. Quæratur autem angulus EGF, æqualis angulo altitudinis AFI. Dico:

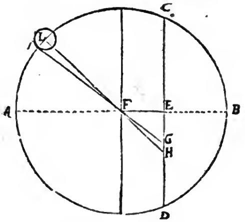
Ut EG, umbra recta, ad EF, gnomonem, ita EG, radius.

95.	100.	100000.

Ad EF, 105263. tangentem anguli EGF, ſive AFI, cujus menſura eſt arcus AI, 46. grad. 28. min. unde ſubtractus ſemidiameter Solis LI, 15. min. relinquit altitudinem centri Solis AL, 45. grad. 13. min.

Vel.

Sit planum verticale CED, & in eo gnomon normaliter fixus EF, extremitate ſua attingens centrum mundi F, & in partes æquales 100. diviſus. Et ſit obſervata umbra verſa Solis EG, $103\frac{372}{1000}$. partium, oſtendens altitudinem infimi gibbi Solis I. (Nam umbra centri EH, rurſus tota cerni nequit: quia pars HG, ab



HG, ab imo gibbo Solis I, illuminatur.) Quæratur autem angulus altitudinis EFG, sive IFA. Dico:

Ut FE, gnomon ad EG, umbram versam: ita FE, rad.

100.	$103\frac{432}{1000}$.	100000.

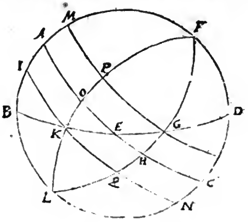
Ad EG, 103432. tangentem anguli EFG, vel IFA. hoc est, arcus IA, 45. gr. 58. m. cui si addas semidiametrum Solis IL, 15. min. efficitur altitudo centri Solis 46. gr. 13. min.

PROBLEMA SECUNDUM.

Ex altitudine Solis, in meridie utriusq; solstitii capta, distantiam tropicorum, & maximam declinationem Solis ac simul elevationem poli colligere. Ptolom. lib. 1. c. 2. & lib. 2. c. 5. Copern. lib. 2. c. 2.

Altitudinem minorē, verbi gratia BI, subduc à majore BM, quod restat IM est distantia tropicorum IK & MP, cujus distantiæ dimidiū IA, vel AM, est maxima declinatio Solis: quâ additâ ad BI, vel subtractâ de BM, ostēditur BA, elevatio Æquatoris AEC, supra horizontē BED, cui elevationi Æquatoris

 BA, ex



BA, ex opposito respondet depressio Æquatoris DC, cujus complementum est DF, elevatio poli F, supra horizontis punctum D.

EXEMPLUM. Sit observata Heidelbergæ altitudo Solis in bruma BI, 16. grad. 57. min. At in Solstitio æstivo BM, 63. grad. 53. min.

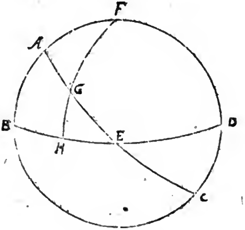
	Erunt
	BM, 63 53.
	BI, 16. 57.
Distantia tropicorum.	IM. 46 56.
Maxima declinatio.	IA, 23. 28.
Elevatio Æquatoris.	BA 40. 25.
Elevatio poli.	DF, 49. 35.

PROBLEMA TERTIUM.

Data maxima declinatione Solis, singularum signiferi partium declinationes invenire. Ptol. lib. 1. cap. 13. Cop. lib. 2. cap 3.

Sit

Sit colurus solstitiorum, idemq; Meridianus ABCD. Æquator BED. Signifer AEC, polus Æquatoris F, meridianus quispiam FGH, abscindens de signifero arcum EG, & notans punctum G, cujus quæratur declinatio GH. Sint autem data, arcus Signiferi EG, 30. grad. unà cum ipsius complemento GA, 60. grad. Item declinatio maxima AEB, vel



AB, 23. grad 28. min. unà cum ipsius complemento AF, *66.* grad. 32. m. Quia igitur circuli FAB, & FGH, per polum Æquatoris F, & signifer AEC, per polum coluri ABCD, transeunt: ideo anguli ad A, B, & H, sunt recti per 57. p. 1. Quia verò anguli ad A, B, & H, sunt recti; ideò, vel solvo Triangulum HEG, per axioma primum aut tertium; & dico:

Ut EA, ad BA, 23. grad. 28'. ita EG, 30. gra d.

100000. 39822. 50000.

Ad GH, 19911—11. grad. 29. min. vel quod multò est compendiosius solvo Triangulum AFG, per axioma quartum, hoc modo.

AG, 60. 0.	—	60. 0.	
AF, 66. 32.	—	23. 28.	
126. 32.		83. 28. —	99350.
Exc. 36. 32.	—	—	59529.
			39821.
			19910.

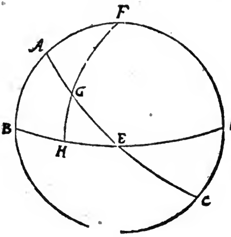
Sinus arcus FG, 11. grad. 29. min.

NB. *Hoc modo, nempe per axioma quartum, omnes & declinationes Solis & latitudines reliquorum planetarum absq; omni, vel multiplicatione, vel divisione, per solam additionem, & subtractionem reperire potes.*

PROBLEMA QUARTUM.

Data maxima declinatione Solis singularum Signiferi partium ascensiones rectas invenire. Ptolom. lib. 1. cap. 14. Cop. lib. 2. c. 3.

Ascensio recta alicujus partis Signiferi dicitur arcus Æquatoris, qui cum illa parte in Sphæra recta simul ascendit. Ut



partis

partis Signiferi GE, ascensio recta est HE, quia punctū H, eodem momento cum puncto G, attingit horizontem rectum FGH. Notum enim est è Sphæricis, quemvis circulum per polos mundi ductum esse horizontem in aliqua regione sub Sphæra recta (hoc est, sub æquatore) sita.

Sint igitur data, quæ pridem: nempe arcus Signiferi EG, 30. grad unà cum ipsius complemento GA. 60. grad. Et maxima declinatio Solis AB, 23. gr. 28. min. unà cum ipsius complemento AF, 66. grad. 32. min. Et deniq; anguli ad A, B & H, recti. Quæratur autem ascensio recta HE. Dico, in Triangulo BFH.

Ut AF, 66. grad. 32. m.	ad AG, 60. grad.	ita FB, 90. grad.
Sinus 91792.	tang 173205.	100000.

Ad BH, 18822. tangentem arcus 62. gr. 6. m. cujus complementum est HE, 27. gr. 54. m. ascensio recta quæsita, per ax. 2. & per compend. 1.

PROBLEMA QUINTUM.

Datis declinatione & ascensione recta unà cum elevatione poli, singularum Signiferi partium ascensiones obliquas invenire. Ptol. lib. 2 c. 7. Cop. lib 2. c. 3.

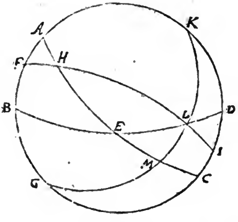
Ascensio obliqua alicujus partis Signiferi dicitur arcus Æquatoris, qui cum illa parte in Sphæra obliqua simul ascendit: ut ascensio obliqua partis Signiferi HL, est arcus Æquatoris HE, quia arcus ille HE simul ascendit supra horizontem obliquum BLD, in sphæra obliqua: in qua elevatio poli est DK.

CASUS

Casus Primus.

Si Sol sit in signo aliquo boreo, qualia signa sunt ♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍.

Sit meridianus ABCD, Æquator AEC, Signifer FLI, Horizon obliquus BED, elevatio poli DK. Arcus aliquis Signiferi HL, ejusq; declinatio LM, & ascensio recta HM. ascensio obliqua HE, differentia ascensionalis EM. Et in Triangulo ELM, sint data præter rectum ad M, compl. elevationis poli



LEM, sive DC, 40. grad. 25. min. & declinatio LM, 11. gr. 29. min. & denique ascensio recta HM, 27. grad. 54. min. Quæratur autem EM, differentia ascensionalis: quæ demta de ascensione recta HM, relinquat ascensionem obliquam HE. Dico:

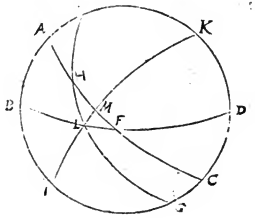
Ut DC, 40. gr. 25. min.	ad CE, rad.	ita LM, 11. grad. 29'.
T. 85157.	100000.	T. 20315.

Ad 23855. sinum arcus ME, 13. grad. 48. m. quo detracto de ascensione recta HM, 27. grad. 54. min. relinquitur ascensio obliqua HE, 14. grad. 6. min.

Casus

CASUS SECUNDUS.

Si Sol sit in signo aliquo australi, qualia signa sunt ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓.



Signifero existente FHI, cæteris, ut ante: Sit data portio Signiferi HL, nempe finis libræ, vel principium Scorpii 30. gr. ejusque declinatio LM, 11. grad. 29'. & ascensio recta HM, 27. grad. 54. min. unà cum declinatione maxima, LHM, 23. grad. 28'. Dico:

Ut BA, 40. grad. 25. min. ad AE, rad. ita LM, 11. 29.

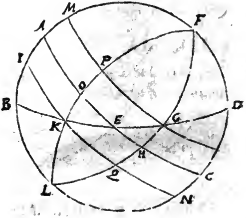
T. 85157. 100000. T. 20315.

Ad 23855. sinum arcus EM, 13. grad. 48. min. quo addito ad ascensionem rectam HM, 27. gr. 54. m. efficitur ascensio obliqua HE, 41. gr. 42. min.

CONSECTARIUM. Differentiæ ergo ascensionales in utroq; semicirculo Signiferi sunt eædem: sed in semicirculo boreali sunt ab ascensionibus rectis auferendæ: in semicirculo reliquo sunt ad ascensiones rectas addendæ.

PROBLEMA SEXTUM.

Data declinatione Solis, unà cum elevatione poli, singularum signiferi partium arcum semidiurnum, hoc est, quantitatem diei reperire. Copern. lib. 2. c. 7.



Differentia diei inæqualis ab æquali nihil aliud est, quàm differentia ascensionis rectæ ab obliqua: ut Copernicus monet lib. 2, c. 9. Et res ipsa docet. Sit enim principii Tauri G, data declinatio GH, 11. gr. 29. m. unà cum complemento elevationis poli GEH, 40. gr. 25. min. & angulo recto ad H. Quæratur autem arcus Æquatoris EH, qui additus ad quadrantem AE, ostendat quantitatem arcus semidiurni AH, vel in parallelo Solis MG. Ratiocinatio prorsus eadem erit, quæ in Problemate antecedente: nempe.

Ut CD, 40. gr. 25'.	ad CE, rad.	ita GH, 11 gr. 29'.
T, 85157.	100000.	T, 20315.

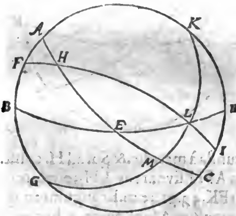
Ad

Ad 23855. ſinum arcus EG, 13. gr. 48'. cui arcui reſpondent, hora o. min. 41. Ergo, quando Sol eſt in principio tauri, dies eſt horarum 13. & 22. minutorum. Nam bis 41 m. ſunt 1. hora, 22. min. quæ addita ad 12. horas efficiunt 13. H, & 22. min.

CONSECTARIUM. Hinc cujuſcunque regionis, ſi data ſit elevatio poli, unà cum declinatione maxima: dabitur etiã dies maximus. Et contra: ſi datus ſit dies maximus, unà cum declinatione maxima, dabitur etiam elevatio poli.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Data declinatione Solis, unà cum elevatione poli, ſingularum ſigniferi partium, latitudinem ortivam invenire. Ptol. lib. 2. c. 2. Coper. lib. 2. cap. 7.



Latitudo ortiva dicitur arcus horizontis inter Æquatorem & orientem aliquem ſigniferi gradum interceptus, ut EL. Invenitur autem hoc modo.

Ut LEM, 40. gr. 15'. ad LM, 11. gr. 29'. ita EML, rad.

64834.	19908.	100000.

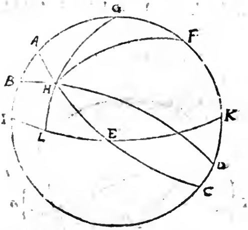
Ad 30706. ſinum arcus EG, 17. gr. 53'.

PROBLEMA OCTAVUM.

Datis loco & declinatione Solis unà cum elevatione poli, altitudinem ejus supra horizontem ad quamvis horam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si Sol sit in Æquatore, hoc est, in principio libræ, vel arietis.



Sit hora secunda à meridie; & Sol ad H, constitutus: adeoque sit angulus AFH, sive arcus AH, 30 gr. arcus AG, æqualis elevationi poli FK, 49. gr. 35. m. Et angulus ad A rectus per 57. p. 1. Solvo Triangulum AGH, per ax. 4. hoc modo.

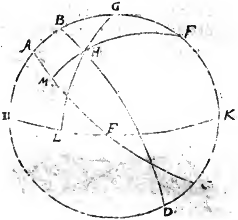
AH,	30. gr.	0'.	—	30. gr.	0'.		
AG,	49.	35.	—	40.	25.		
	79.	35.		70.	25.	—	94215.
	10.	25.					18080.
							112295.
							56147.

Sinus

Sinus arcus HL, altitudinis Solis supra horizontem 34. grad. 9'.

CASUS SECUNDUS.

Si Sol sit in aliquo signo boreo.



Sit rursus hora secunda à meridie, adeoq; sit angulus GFH 30. grad. sive arcus AM. Sol autem sit in 15. grad. Tauri, nempe ad punctum H, cujus puncti declinatio HM, est 16. gr. 21'. & quæratur ejus altitudo HL. Solvendum venit Triangulum obliquangulum FGH, cujus latera duo nota sunt, FG, complementum elevationis poli 40 grad. 25'. & FH, complementum declinationis Solis 73. 39. unà cum angulo GFH, 30. gr. Ita igitur procedo per axioma quartum.

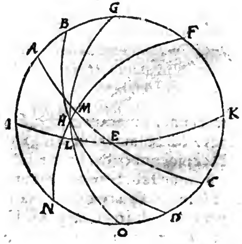
FG, 40. 25. —	40 25.	
FH, 73. 39. —	16. 21.	
114. 4.	56. 46. —	83644.
24. 4. —	—	40780.
GFH, 30. gr. 0′ —	100000.	124424.
60. 0′. —	86602.	62212.
	13398.	

Ut 100000. ad 62212, ita 13398.

Ad 8335. quo detracto de 83644. relinquitur 75309. sinus arcus HL, altitudinis solaris 48. gr. 51′½.

CASUS TERTIUS.

Si Sol sit in signo aliquo australi.



Sit etiam in hoc casu data hora secunda à meridie, hoc est, angulus GFH, etiam in hoc casu sit 30. gr. Sol autem in puncto H,

cto H, sit constitutus ad principium Scorpii: cujus declinatio HM, est 11.gr. 29'. Arcus igitur FH, est quadrante major: Ergo pro Triangulo GFH, nunc solvo Triangulum NHO, per axioma 4. hoc modo.

NO, 40.25.	— 40.25.		
NH, 78.31.	— 11.29.		
118.56.	51.54.	—	78693.
28.56.	—	—	48379.
30. 0.			127072.
HNO, 150. 0.	100000		63536.
60. 0.	86602.		
	186602.		

Ut 100000. ad 63536. ita 186602.

Ad 118559. de quo si subtrahas 78693. restabit 39866. sinus excessus tertii lateris, nempe sinus altitudinis solaris HL, 23. grad. 30'.

NOTA. Hæ supputationes altitudinum solarium congruunt cum tertio genere exemplorum quarti axiomatis triangulorum sphæricorũ: ubi parallelus Solis partim supra horizontem exstat, partim infra horizontem demergitur. Quod si verò supputare libeat altitudines Solis in parallelo aliquo semper exstante currentis, illa supputatio instituenda erit, vel per primum, vel per secundum genus exemplorũ ejusdem axiomatis. Per primum genus, si parallelus semper exstans, ab altera parte horizontem attingat. Per secundum genus, si parallelus semper exstans, nusquam horizontem attingat.

PROBLEMA NONUM.

Data altitudine Solis latitudinem ejus à meridiano supputare.

Latitudo Solis à meridiano est arcus horizontis inter meridianum & verticalem, qui per Solem transit, interceptus, ut in

ut in præcedentibus tribus Schematibus arcus IL, Qui arcus facilimè reperitur per axioma 3 hoc modo.

In primo casu præcedentis problematis. (gr.

Ut GH, cõpl. altitudinis 55. gr. 51'. ad GFH, 30. gr. ita FH, 90.

Sin. 82757. Sin. 50000. 100000.

Ad 60417. sinum anguli HGF, vel IGL, hoc est, arcus IL, 37. grad. 10. min.

In secundo casu:

Ut GH. 41. grad. 8½. ad GFH, 30. gr. ita FH, 73. grad. 39'.

65792. 50000. 95956.

Ad 72924. sinum anguli FGH, vel IGL, hoc est, arcus IL, 46. 49½.

In tertio casu:

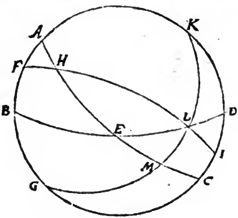
Ut GH, 66. 30. ad GFH, 30. grad. ita FH, 78. 31.

91706. 50000. 97998.

Ad 53430. sinum anguli FGH, vel IGL, hoc est, arcus IL, 32. grad. 18'.

PROBLEMA DECIMUM.

Et Solis & omnium omnino stellarum declinationes observare.



Per

Per Quadrantem observa altitudinem stellæ in circulo meridiano. Quæ altitudo si fuerit major altitudine Æquatoris, hanc ab illa subtrahe: sin minor, fac contrarium: & habebis declinationem stellæ quæsitam. Exempli gratia. Si Solis altitudo in circulo meridiano per Quadrantem observata sit BF,35. grad. 12. min. subtractis BF,35. grad. 12'. de altitudine Æquatoris BA, 40. gr. 25'. remanet declinatio Solis FA, 5. grad. 13. min.

PROBLEMA UNDECIMUM.

Ex observata declinatione Solis locum ejus in Ecliptica reperire.

Sit observata declinatio Solis FA, 5. gr. 13. m. Quæratur autem locus ejus in Ecliptica, hoc est, quæratur arcus FH. Quia igitur in Triangulo FAH, præter rectum ad A, notus est obliquus ad H, nempe declinatio maxima 23 gr. 28. min. & insuper etiam latus FA, declinatio nuper observata, dico per ax. 3.

Ut AHF, 23. gr. 28'. ad AF, 5. gr. 13. min. ita FAH, 90. gr.		
39821.	9092.	100000.

Ad 22831, sinum arcus FH, 13. gr. 12. m. quo arcu detracto de signo piscium 30 grad. apparet Solem esse in 16. grad. 48. min. piscium.

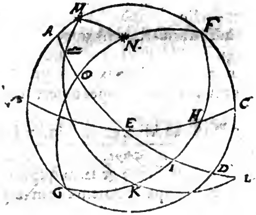
Videtur autem Sol 24. horarum spacio unum ferè gradum pertransire. Veniunt itaq; pro horaria portione scrup. $2\frac{1}{2}$. Unde ad quamlibet aliam horam constitutam facilè conjectabitur locus ejus, inquit Copernicus lib. 2. cap. 14.

PROBLEMA DUODECIMUM.

Ascensiones rectas fixarum invenire.

y Ascensio-

Ascensionem rectam primæ alicujus stellæ fixæ sic invenies. In meridie observa declinationem Solis, & inde collige ascensionem ejus rectam per problemata præcedentia. Deinde horologium quoddam automaton indubitatæ fidei exactè compone ad motum Solis. Porrò observa, quot horis à meridie stella fixa, cujus ascensionem rectam inquiris, ad meridianum pervenerit. Deniq; horas illas in gradus & scrupula Æquatoris conversas adde ad ascensionem rectam Solis, & habebis ascensionem rectam stellæ fixæ quæsitam. Exempli gratia. Primum in meridie sit observata ascensio recta Solis ad K, constituti, IL, 80. gr. Deinde horis novem à meridie elapsis



sit observatus transitus stellæ alicujus fixæ M, per meridianum BAM. Atqui horis novem ascenderunt IA, 135. grad. 22½. min. singulis enim horis ascendunt 15. gr. 2½. min. Additis ergo IA, 135. 22½. ad IL, 80. gr. manifestum sit, ascensionem rectam stellæ fixæ M hoc est, arcum Æquatoris AL, à principio Arietis L, esse 215. grad 22½.

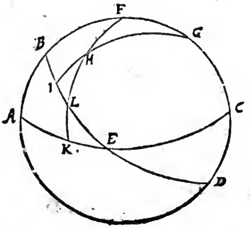
¶ In-

¶ Inventa autem ascensione recta unius alicujus stellæ fixæ, reliquarum fixarum omnium ascensiones rectas inde colliges hoc modo.

Sit prius inventa ascensio recta stellæ fixæ M, nempe arcus AL. Nunc autem quæratur ascensio recta stellæ fixæ N, hoc est, arcus OL, observatis declinationibus AM & ON, per problema 9. & notata distantia MN, vel per Quadrantem, vel per Sextantem. Quia in Triangulo MFN, nota sunt omnia tria latera: nempe MF, & NF, complementa declinationum & MN, distantia stellarum: inde per ax 4. investigabis angulum MFN, cujus mensura est arcus AO, quo detracto de ascensione recta stellæ M, nempe de arcu AL, remanebit arcus OL, ascensio recta stellæ N.

PROBLEMA DECIMUM TERTIUM.

Data declinatione, & ascensione recta alicujus stellæ fixæ, ejus longitudinem ab æquinoctio verno, & latitudinem ab Ecliptica supputare.



Sit meridianus ABG, Æquator AEC, Ecliptica BED, polus Æquatoris F, polus Eclipticæ G, & sit stellæ H, data declinatio HK, & ascensio recta KE: quæratur autem longitudo EI, & latitudo IH. Primum in Triangulo KEL, quia præter rectum ad K, notus est angulus maximæ declinationis Solis KEL, & insuper ascensio recta stellæ KE. Dico

I. Ut EA, rad. ad AB, tang. maximæ declinationis, ita EK, sinus ascensionis rectæ, ad tangentem arcus KL, quo detracto de declinatione stellæ KH, relinquitur arcus LH, per ax. 2.

II. Ut KL, ad KEL, ita KE, ad KLE, per ax. 3, cui æquatur ILH, per 13. p. 1.

III. Ut KEL, ad KL, ita LKE, ad LE, per ax. 3.

IV. Ut HIL, ad HL, ita ILH, ad IH, latitudinem stellæ per ax. 3.

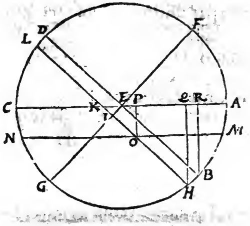
V. Ut tangens ILH, ad rad. ita tangens IH, ad sinum IL, per ax. 2. quo IL, addito ad LE, efficitur arcus IE, quo detracto de circulo toto relinquitur arcus EDBL. Longitudo stellæ ab Æquinoctio verno E.

PROBLEMA DECIMUM QUARTUM.

Data declinatione & latitudine stellæ longitudinem ejus invenire. Cop. lib. 3. c. 2.

Exempli gratia: Sit Spicæ virginis observata altitudo in meridiano 27. grad. ferè. Qualem observavit Copernicus Frueburgi Prussiæ, Anno 1525, ubi elevatio poli est 54. gr. 19'. Declinatio igitur austrina stellæ fuit 8. gr. 40. min. per problema 9. Et sit latitudo stellæ austrina data 2. gr. 0. m. Quæratur autem longitudo. Descripto circulo meridiano per Æquatoris & Eclipticæ polos incedente ABCD, sit sectio communis Æquatoris cum meridiano, adeoque dimetiens Æquatoris

ris AEC, sectio communis Eclipticæ cum meridiano, sive dimetiens Eclipticæ BED, poli Eclipticæ F & G, principium Cancri D, capricorni B. Declinatio austrina Spicæ sit CN vel AM, per cujus declinationis terminos N & M ducatur di-



metiens paralleli Æquatoris per Spicam transeuntis NOM. Latitudo austrina Spicæ sit DL, vel BH, per cujus latitudinis terminos L & H, ducatur dimetiens paralleli Eclipticæ per Spicam transeuntis LOH, quæ dimetiens, ubi secuerit dimetientem Æquatoris, nempe ad punctum O, ibi erit locus Spicæ, ac proinde sinus rectus longitudinis Spicæ à ♎, quippe versus Capricornum, in parallelo suo erit recta IO, quam quærimus.

In Triangulis autem æquiangulis EBR & KHQ, dantur. 1. Sinus arcus AB, maximæ declinationis Solis 23. grad. 28. min. nempe sinus RB. 39835.

2. Sinus arcus AH, 25. gr. 28½. compositi ex maxima declinatione Solis AB, 23. grad. 28½. & ex latitudine Spicæ austrina BH, 2. gr. nempe sinus RH, 43012.

 3. Si-

3. Sinus declinationis austrinæ AM, 8. gr. 40. m. nempe sinus OP, 15069.

4. Sinus latitudinis austrinæ BH, 2. gr. nempe sinus EI, 3489 & sinus complementi IL, vel IH, 99939.

Dico igitur per 46. p. 1.

I. Ut RB, 39835, ad BE, 100000, ita QH, 43012.
ad HK, 107975.

II. Ut RB, 39835, ad BE, 100000, ita PO, 15069.
ad OK, 37828.

Subtracta autem recta OK, 37828, de recta HK, 107975. restat recta OH, 70147, qua rursus subtracta de recta IH, 99939, restat recta IO. 29792. quâ notâ porrò dico:

III. Ut IH, 99939, est 100000, radius, ita IO. 29792.

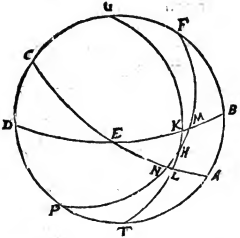
Est 29810, sinus distantiæ Spicæ à principio libræ, 17. grad. 20'. 40". Cui si addas semicirculum 180. gr. habebis longitudinem Spicæ ab Æquinoctio verno 197. gr. 20'. 40". ad tempus observationis Copernici.

PROBLEMA DECIMUM QUINTUM.

Data longitudine & latitudine stellæ, ejus declinationem & ascensionem rectam, simulq; medium cæli reperire. Copern. lib. 2. cap. 4.

Sit circulus per polos Æquatoris & Signiferi ductus, nempe colurus solstitiorum ABCD. Æquator AEC. Signifer BED poli Æquatoris F, & P. Poli Signiferi G & T, Stella quæpiam H, circulus per polos Æquatoris & centrum stellæ incedens FHP, adeoq; declinatio stellæ HN, ascensio recta EN. Circulus quispiam per polos Signiferi & centrum stellæ incedens GHT, adeoque latitudo stellæ HK, longitudo EK, medium cœli, (hoc est, gradus Eclipticæ, cum quo stella H, meridianū attingit) EM, Et sint data.

BA, ma-



BA, maxima declinatio Solis 23.gr.28'.
EK, longitudo stellæ H, nempe oculi ♉, ab æquinoctio verno, 63 gr. 58'. ad an. NC,1588.
HK, latitudo ejusdem stellæ perpetua, versus austrum 5. gr. 10'.

Quærantur autem
HN, declinatio
EN, ascensio recta &
EM, medium cœli, ejusdem stellæ.

Inquisitio.

In Triangulo PTH, tria nota sunt.

1. Latus PT, æquale lateri AB, 23. gr. 28'.
2. Latus TH, complementum latitudinis stellæ 84. gr. 50'.
3. Angulus HTP, complementum anguli KTB, qui angulus est complementum longitudinis stellæ 26. gr. 2. m. Unde angulus HTP, est 153. gr. 58'.

Et nota

Et nota duo latera notum angulum includunt.
Inquiro igitur latus tertium PH, per ax. 4. hoc modo.

PT, 23. gr. 28'.		—	23. gr. 28'.		
TH, 84.	50.	—	5.	10.	
108.	18.		28.	38. —	47920.
18.	18.	—		—	31399.
					79319.
					39659. med. rectæ.

HTP, 153. 58.
90. 100000.

63. 58.--89854.
189854. Sinus versus.

Ut 100000, ad 39659, ita 189854.

Ad 75294, unde detractus sinus 47920, relinquit 27374, sinum rectum excessus tertii lateris, nempe declinationis stellæ HN, 15. gr. 53'. cui si addas quadrantem PN, simul innotescit totum tertium latus PH, 105. grad. 53'. ejusque compl. ad semicirculum, hoc est, complementum declinationis stellæ HF, 74. gr. 7'.

Quibus omnibus notis, porrò dico per ax. 3.

74. 7. . 26. 2.

Ut PH, 105. 53. ad PTH, 153. 58. ita TH, 84. gr. 50'.

96180. 43889. 99594.

Ad 45446. sinum anguli HPT, cujus mensura est arcus NA, 27. gr. 2'. cujus compl. EN, 62. grad. 58'. est ascensio recta stellæ quæsita. At Raijmarus scribit, ejusdem stellæ ascensionem rectam Casellis eodem anno observatam & inventam esse 63 gr. 10'. Quæ observatio, si rectè à Raijmaro annotata est,

est, longitudo & latitudo oculi tauri, tàm apud Ptolomeum, quàm apud Copernicum est mendosa.

Denique pro inveniendo medio cœli EM,
dico per ax. 2.

Ut FA, 90. gr. ad	AN, 27. gr. 2'. ita	FB, 66. 32. compl. AB.
100000.	tang. 51026.	Sin. 91729.

Ad 46805, tangentem arcus MB, 25. grad. 5'. cujus complementũ EM, est medium cœli stellæ H quæsitum 64. gr. 55'.

PROBLEMA DECIMUM SEXTUM.

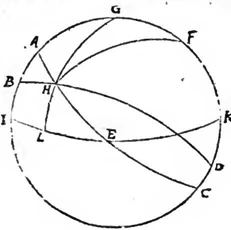
Observata altitudine Solis, quovis diei tempore, horam invenire: si modo de elevatione poli, & de loco ac declinatione Solis prius constiterit.

Hoc Problema in priore editione omisi: quod ex Problemate octavo sponte consequi, & satis perspicuè in eo contineri videretur. Nunc addo: quia addendum fuisse, amici quidam censuerunt. Habet autem tres casus, ut Problema octavum: cujus est inversio.

CASUS PRIMUS.

Si Sol sit in Æquatore, hoc est, in principio arietis, vel libræ.

Sit Sol in principio libræ, ad punctum H. Et sit observata ejus altitudo supra horizontem HL, 34. grad. 9'. 27". Quæratur autem, quota sit hora diei, hoc est, quotus sit arcus AH, vel angulus AFH, quo arcu vel angulo Sol tunc distat à meridie. Quia nota præsupponitur elevatio poli FK, 49. gr. 35'. ideo nota etiam est altitudo Æquatoris supra horizontem IA: æqualis complemento elevationis poli FG, 40. gr. 25. Atq; adeo in triangulo Sphærico HEL, tria nota sunt, nempe rectus ad L,



per 57. p.1. & acutus ad E, cujus mensura est arcus IA: complementum elevationis poli: & denique latus HL, altitudo Solis. Dico igitur, vel per ax.1. Sphæricorum.

Ut IA, 40. grad. 25'. ad AE, 90. gr. ita HL, 34. grad. 9'. 27''.

Sin. 64834. Rad. 100000. Sin. 56148.

Ad 86602, sinum arcus HE, 60. gr. cujus complementum est arcus AH, 30. gr. qui ostendit solem duabus horis distare à meridie: hoc est, esse, vel decimam antemeridianam, si altitudo solis crescat: vel secundam pomeridianam: si altitudo Solis decrescat. vel, per axioma 3. Sphær.

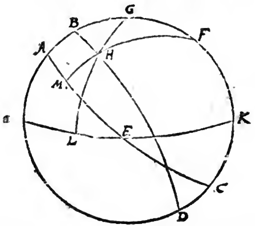
Ut HEL, 64834, ad HL, 56148, ita HLE, 100000, ad HE, 86602, &c.

CASUS SECUNDUS.

Si Sol sit in aliquo signo boreo.

Sit Sol in 15. gr. Tauri: ad punctum H. Et sit observata ejus altitudo supra horizontem, HL, 48. gr. 41'. 33''. Quæratur autem quota sit hora diei, hoc est, quotus sit arcus AM, vel angulus AFM, quo arcu, vel angulo Sol tunc à meridie distat.

Quia



Quia nota præsupponitur elevatio poli FK, 49. gr. 35'. notum etiam est complementum elevationis poli FG, 40. gr. 25'. Quia item nota præsupponitur declinatio Solis HM, 16. gr. 21'. notum etiam est complementum declinationis Solis HF, 73. gr. 39'. Quia denique observata est altitudo Solis HL, 48. gr. 41'. 33''. notum etiam est altitudinis illius complementum GH, 41. gr. 18'. 27''. Atq; adeo in triangulo obliquangulo GHF omnia tria latera nota sunt. Inquiro igitur angulum desideratum GFH, per ax. 4. Sphær. & per tertium Schema illius axiomatis, hoc modo.

GF, in 3. Schem. 4. ax. AB, 40. gr. 25'. GN, 40. gr. 25'.
FH, in 3. Sch. 4. ax. BC, vel BF, 73. 39. GD, 16. 21.

AF, 114. 4. DN, 56. 46. DP, 83644.
Exc. QF, 24. 4. — VF, vel PR, 40780.

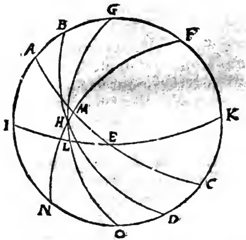
DK, 124424
DT, 62212.
GH, in 3. Sch. 4. ax. AC, DP 83644.
Compl. CS, 48. 41. 33. LP, 75309.

DL, 8335.

Ut DT, 61212, ad DE, 100000, ita DL, 8335, ad DC, 13398, sinum versum distantiæ Solis à meridie: qui detractus de radio DE, 100000, relinquit sinum rectum complementi distantiæ Solis à meridie, CE, 86602, cui sinui competit arcus, vel angulus 60.gr. Ergo distantia Solis à meridie est 30.gr.

CASUS TERTIUS.

Si Sol sit in signo aliquo australi.



Sit Sol in principio Scorpii: ad punctum H. Et sit observata ejus altitudo supra horizontem, HL, 23.gr.30'.45". Quæratur autem, quota sit hora diei, hoc est, quotus sit arcus AM, sive angulus AFM, quo arcu, vel angulo Sol tunc à meridie distat.

Quia nota præsupponitur elevatio poli FK, 49. gr. 35'. notum etiam est ejus complementum FG, vel NO. 40. grad. 25'. Quia item nota præsupponitur declinatio Solis HM, 11. grad. 29'. no-

29'. notum etiam est ejus complementum HN, 78 gr. 31'. vel arcus HF, ex declinatione Solis HM & quadrante FM, compositus 101.gr.29'. Quia deniq; nota est ex observatione, altitudo Solis HL, 23. gr. 30'. 45". notum etiam est ejus complementum, HG, 66. gr. 29'. 15". vel arcus HO, ex altitudine Solis HL, & quadrante LO, compositus, 113. gr. 30'. 45". Atque adeo, tàm in triangulo obliquangulo FGH, quàm in triangulo obliquangulo HNO, omnia tria latera nota sunt. Quaeritur autem, vel angulus GFH, in triangulo FGH vel angulus ANM, complementum anguli HNO, in triangulo HNO, sive, quod idem est, arcus AM, qui tàm angulum ANM, quàm angulum AFM, metitur.

Porrò, triangulum FGH, ad 4. axioma triãgulorum Sphæricorum (secundum nostram quidem restrictionem) non cõgruit: quia latus alterum ex iis, quæ angulum quæsitum includunt, nempe latus FH, est quadrante majus.

Solvo igitur triangulum HNO, utq; solutio illa congruat ad tertium schema 4. axiomatis, inverto hoc præsens schema & fingo Zenith esse ad punctum O, atq; ita procedo.

NO, in 3. Sch. 4. ax. AB, — *40. gr. 25'*. GN, *40. gr. 25'*.
HN, in 3. Sch. 4. ax. BC, vel BF, *78. 31*. GD, *11. 29*.

AF, — *118. 56*. DN, *51. 54*. DP, *78693*.
Exc. QF, *28. 56*. VF, vel PR, *48379*.

DR, *127072*.
DT, *63536*.

HO, in 3. Sch. 4. axiomatis Aq. Cujus excessus supra quadrantem, hìc HL, ibi Sq 23. gr. 30'. 45". Sin. Pg. *39866*.

Dp. 78693.
Dg. 118559.

Ut DT, 63536, ad DE, 100000, ita Dg, 118559, ad Dh, 186601, ſinum verſum anguli obtuſi, in præſente ſchemate per literas HNO, notati: de quo ſinu verſo Dh, 186601, detractus radius DE, 100000, relinquit ſinum rectum exceſſus ſupra quadrantem, Eh, 86601, cui ſinui reſpondet arcus, vel angulus 60. grad. Ergo obtuſus HNO, eſt major recto, 60. gradibus: & per conſequens, acutus HNI, reliquus ad duos rectos juxta punctum N, eſt 30. grad. atque adeo diſtantia Solis à meridie eſt duarum horarum. Quod oſtendendum erat.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORVM

LIBER SECUNDUS.

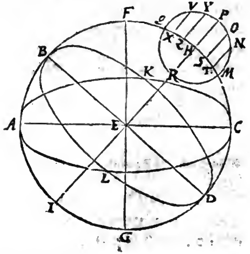
De motu trepidationis itidem stellarum omnium communi,

Sive

De diversitate obliquitatis Signiferi.

PROTHEORIA.

Sit colurus solstitiorum ABCD,& in eo poli Æquatoris F, & G,poli Signiferi H,& I,Signifer ipse BKDL. Æquator AKCI,Axis Signiferi HEI,axis Æquatoris FEG.Deinde in coluro solstitiorum assumatur arcus MHQ,tantus,quanta est differentia inter maximam obliquitatem Signiferi FM, & inter minimam FQ, per huncarcum MHQ, axis Signiferi & cum eo tota cœlorum machina hinc inde movetur ab M, per H, in Q, & rursus à Q, per H,in M, idque motu admodum inæquali: nempe circa maximam & minimam Signi-



Signiferi obliquitatem tardissimo, circa mediam, velocissimo: ut multorum seculorum observationes ostendunt. Iam motus inæqualis, nisi mediante aliquo motu æquali ad calculum revocari non potest. Polo igitur mediæ obliquitatis Signiferi H, intervallo dimidiæ differentiæ HQ, vel HM, describatur in superficie globi epicyclus MNOP. Et in eo anomalia, sive diversitas obliquitatis Signiferi æqualiter moveri intelligatur ab M, in N, &c. quo facto, manifestum est, motui fictitio æquali per circumferentiam epicycli MNOP, respondere motum verum per diametrum MHQ, admodum inæqualem: & quidem omnino talem, qualem observationes requirunt: nempe circa M, & Q, tardissimum, circa H, vel ocissimum. Sint enim æquales arcus MN, OP, PY, & VQ, nempe singuli 5. graduum. Manifestum est portiones diametri MHQ, illis arcubus respondentes nempe rectas, vel quasi rectas MT, SH, HZ, & XQ, admodum esse inæquales, MT, enim XQ, sunt sinus versi: SH, verò & HZ, sunt sinus recti, eorundem arcuum. Iam sinus versus 5. graduum non est nisi

381. sinus

381. sinus verò rectus est 8715. Atqui 381. in 8715. plusquam vicies continetur. Ergo motus circa extremitates M & Q. (hoc est, circa maximam & minimam obliquitatem Signiferi) plusquam vigecuplo tardior est motu circa H. Quod ante omnia ostendendum erat.

PROBLEMA PRIMUM.

Æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ad quodvis datum tempus colligere.

Ad omnem æqualem motum colligendum, etiam tempus datum æquale sit oportet. Inæquales autem sunt anni Iuliani: quippe alii dierum 365. alii dierum 366. Inæquales etiam sunt menses Iuliani: quippe alii dierum 30. alii dierum 31 alii dierum 28, vel 29. Inæquales denique sunt etiam dies civiles: propter duas causas. Primùm, quia motus Solis in Signifero est inæqualis. Deinde, quia etiam cum æqualibus arcubus Signiferi, inæquales arcus æquatoris ascendunt. Dies autem civilis est revolutio totius Æquatoris, & insuper particulæ tantæ, quanta cum eo arcu Signiferi, quem interim Sol proprio & contrario motu emensus est, ascendit. Sed inæqualitas quidem dierum civilium nisi in motu Lunæ, nihil habet momenti: nec nisi absoluto calculo motus Solis intelligi potest. Ergo ejus correctio sub finem problematum de motu Solis differatur. Inæqualitas autem annorum Iulianorum corrigitur, reductione eorum ad annos Ægyptios, qui perpetuo sunt æquales: quippe singuli dierum 365. Cæterum, anni Iuliani ad annos Ægyptios reducuntur, si per 4. dividantur. Sic enim quarti cujusque anni dies intercalaris separatur: & in unoquoque anno non nisi 365. dies relinquuntur. Mensium autem Iulianorum inæqualitas evitatur, dum pro mensibus datis, dies

illorum mensium ad calculum assumuntur. Exempli causa, sit quærendus aliquis motus æqualis ad horam secundam pomeridianam diei 30. Iunii, anni à N.C. 1600.

Primum annos Iulianos completos 1599. reduco ad annos Ægyptios hoc modo:

333. — anoi tres, post bissextilem reliqui.
1599.
444. (399. dies intercalares.
365. (1. annus Ægyptius, ad 1599. addendus.
34. --- dies residui.

Deinde numero dies mensium dati anni currentis 1600. & sunt, dies Ianuarii — 31.

sunt, dies Ianuarii —	31.
Februarii —	29.
Martii —	31.
Aprilis —	30.
Maii — —	31.
Iunii, dies completi	29.
Dies antea residui	34.
Summa dierum.	215.

Quia annus Iulianus 1600. est bissextilis: quippe cum annus 1599. fuerit tertius post bissextilem: idq; ideo, quia annus N C. fuit bissextilis. Ergo & quartus quisq; ab illo est bissextilis.

Deniq; horis duabus pomeridianis addo horas 12. à media nocte elapsas, ut fiant horæ 14 idq; propterea, quia Copernicus æram Christi orditur, non à meridie Calendarum Ianuarii: sed à media nocte Calendas Ianuarias antecedente: idq; respectu meridiani Cracoviensis, cujus longitudo secundum Copernicum est 45. graduum 30. minutorum.

His ita factis, tempus calculo Astronomico aptum est
annorum Ægyptiorum. 1600.
Dierum. — — 215.
Et horarum. — — 14.

Quos annos & dies compendiosioris calculi causa redigo in Sexagenas annorum & dierum: horás verò converto in scrupula, sive in sexagesimas partes dierum: hoc modo.

44
1860
660 (26. Sexagenæ annorum, & 40. anni.
6
3
215
60 (3. Sexagenæ dierum, & 35. dies.

24. horæ dant 60. ſcrupula dierum, quot ſcrupula dierum dant 14. horæ?

℞. 35. Nam

Ut 24. ad 60, ita 14.

2. 5. 7.

1. ad 35.

¶ Præter temporis correctionem in omni motu æquali colligendo hæc duo præſcire oportet.

Primum, quanto tempore abſolvatur ille motus.

Alterum, conſtituto certo aliquo temporis principio, quouſq; tunc & unde progreſſus fuerit ille motus. Verbi gratia: quouſq; & unde progreſſus fuerit motus anomaliæ obliquitatis Signiferi, tempore nativitatis Chriſti.

Ad primam quæſtionem hoc loco reſpondet Copernicus, motum anomaliæ obliquitatis Signiferi (ipſe vocat motum anomaliæ ſimplicis Æquinoctiorum) abſolvi annis Ægyptiis 3434. Idq; probabiliter colligit ex obſervationibus antiquis ac novis, lib. 3. cap. 6.

Motus igitur annuus eſt — 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ferè

Motus diurnus — 0′. 1″. 2‴. 2⁗. Nam

I. Ut 3434. anni ad 360. grad. ita 1. annus ad 0. grad. 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ferè.

II. Ut 365. dies ad 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ita 1. dies ad 0′. 1″. 2‴. 2⁗.

Quia verò motus unius anni eſt 6'.17''.24'''.9''''. ideo motus Sexaginta annorum, ſive unius Sexagenæ annorum eſt 6. gr. 17'.24''.9'''. Nam ut anni per 60. creſcunt: ita motus.

Stifelius eandem artem expoſuit lib. 1. Arithmet. lat. cap. 10. fol. 83. facie 6. & ſeqq.

Eodemq; modo: quia unius diei motus eſt 1''. 2'''. 2''''. ideo ſexaginta dierum, ſive unius ſexagenæ dierum motus eſt 1'. 2''. 2'''. Quod obſervare operæprecium eſt: quia calculum præbet admodum facilem ijs: qui practicam Italicam norunt: quam Studioſus mathematum ignorare nemo debet. Diſcere autem poterit, qui volet, ex Arithmetica Germanica Petri Apiani: vel ex aliis id genus libellis: qui vulgò proſtant, & in omnium ferè mercatorum manibus verſantur.

Ad ſecundam quæſtionem reſpondet, & rurſus ex obſervationibus antiquis atq; novis probabiliter colligit Copernicus, motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ab M, verſus N, hoc eſt, à maxima obliquitate verſus minimam tempore nativitatis Chriſti, progreſſum eſſe gradibus 6, min. 45.

Quibus ita poſitis: æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ita colligo, ut ſequitur.

Sex. annorum.					Sexag. anni.
1.	—	6. gr. 17'. 24''. 9'''.		—	26. 40.
2.		5. 48. 3. 0.			20. 20.
		31. 27. 0. 45.			5. 20.
		4. 11. 36. 6.			1.
2.		47. 44. 4. 0.			

Sex.

Sex dierum.		Sex. dies. scr.
1.	— 1'.2".2"'. —	3.35.35.
		. 7.11.10.
		7.11.10.
Motus dierum	—	3'. 42".53"',21"'',10"'''.
Motus annorum	2. Sex.'47. gr.	44. 4.
Radix.	— 0. 6.	45.
Summa.	— 2'. 54. grad. 32'.46".53"',21"'',10"'''.	

Hoc est

174. grad. 32'. ferè.

Nam duæ sexagenæ graduum sunt 120. gr. quibus si addas 54. gr. efficiuntur 174. gr. &c.

PROBLEMA SECUNDUM.

Prosthaphæreses obliquitatis Signiferi supputare.

Prosthaphæreses obliquitatis Signiferi sunt portiones diametri MHQ, inæquales, arcubus anomaliæ MNOP æqualibus respondentes: & ideo sic dicuntur, quia modo addendæ sunt ad obliquitatem Signiferi mediam, modo ab eadem auferendæ: prout citra, vel ultra mediam obliquitatem Signiferi H, consistunt.

Supputantur autem adminiculo sinuum, si prius constet quantitas diametri MHQ, nempe differentia inter maximã & minimam obliquitatem Signiferi, quam differentiam Copernicus dicit & probat esse 24. scr. primorum, lib. 3. cap. 10. Tempore enim Ptolemæi, cum motus esset tardissimus, & ferè imperceptibilis, erat obliquitas Signiferi 23. grad. 52'. ferè. Nunc quando motus iterum est tardissimus, & ferè imperce-

 ptibilis,

ptibilis, obliquitas Signiferi per observationes deprehenditur non multò major, quam 23. gr. 28'. Unde liquet istos duos esse summæ tarditatis limites. Subtractis autem FQ, 23. gr. 28'. de FM, 23. gr. 52'. relinquuntur QM, 24. scrupula prima. Quibus datis, quia ad datum tempus motus anomaliæ MV, 174. gr. 33'. excessit quadrantem MP; arcu PV, 84. gr. 33'. cujus arcus sinus HX, est 99547. ideo dico:

Ut HQ, 100000, ad HX, 99547, ita QH, 12'. ad HX, 11'. 56''. quibus subtractis de media obliquitate Signiferi FH, 23. gr. 40'. restat obliquitas quæsita FX, 23. gr. 28'. 4''.

	12
	199094
	99547
11	94564
	60
56	73840

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORUM

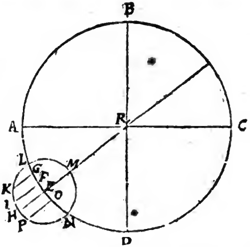
Liber Tertius.

De motu fixarum proprio,
Sive
De motu præcessionis Æquinoctiorum.

PROTHEORIA.

ÆQuinoctia ad primam Arietis stellam fixa esse veteres crediderunt. At inde dimoveri & quotannis nonnihil anticipare tempus docuit. Unde verisimile est, fixas secundum signorum ordinem ab occasu in ortum circa axem Signiferi in morem planetarum circumagi. Quia verò perinde est, sive prima stella Arietis unà cum tota stellarum fixarum sphæra à puncto æquinoctii verni antrorsum: (hoc est, secundum signorum ordinem) sive punctum æquinoctii verni à prima stella Arietis retrorsum (hoc est, contra signorum ordinem) moveatur: Copernicus autem omnes motus à prima stella Arietis deducit: etiam nos punctum æquinoctii verni

verni à prima ſtella Arietis tanquam fixa & immobili retro per Signiferum moveri nunc fingemus. Qua fictione aſſumta, ſit Signifer ABCD, prima ſtella Arietis, & quondam punctum æquinoctii verni A, atque tunc punctum ſolſtitii æſtivi, ſive principium Cancri B, Ab illo puncto A; ſive à prima ſtella arietis ibi fixa, punctum æquinoctii verni ſubinde magis magiſque retrocedit: & quidem motu inæquali. Qui motus inæqualis, ut ad calculum revocari poſſit, fingatur motus qui-



dam præceſſionis Æquinoctiorum medius & æqualis, ab A, in E, deinde polo E, in ſuperficie globi, ad Signiferum ABCD aſcribatur epicyclus HIKL, diametro tanta, quanta eſt maxima differentia inter fictitium æqualem, & apparentem inæqualem præceſſionis Æquinoctiorum motum. In cujus epicycli circumferentia HIK, motus anomaliæ circumcurrat: proſthaphæreſ; autem, à motu æquali E, in primo ſemicirculo HLM, auferendæ: in poſteriore ſemicirculo HLM, auferendæ: in poſteriore ſemicirculo MNH, ad eundem motum

tum æqualem addendæ in diametro NEL, æstimentur: ut supra in obliquitate Signiferi factum fuit. His ita positis jam tria quæruntur. 1. quantus sit motus æqualis præcessionis æquinoctiorum, sive quantum processerit punctum E à puncto A, unoquoq; tempore 2. quantus sit motus æqualis anomaliæ præcessionis Æquinoctiorum, sive quantum processerit punctum H, versus I, unoquoque tempore. 3. quæ prosthaphæresis in diametro epicyli NEL, respondeat motui anomaliæ per circumferentiam epicycli HIK.

PROBLEMA PRIMUM.

Æqualem motum præcessionis Æquinoctiorum ad quodvis datum tempus colligere.

Supra diximus, ad quemvis motum æqualem pro tempore dato colligendum duo præsciri oportere.

1. Quanto tempore absolvatur ille motus: atque adeo, quantus sit motus annuus ac diurnus.

2. Quousq; & unde progressus fuerit ille motus certo quodam tempore, verbi gratia, tempore Nativitatis Christi.

De primo, hic respondet Copernicus, æqualem motum præcessionis Æquinoctiorum absolvi annis Ægyptiis 25816, idque per diversorum temporum observationes probat, lib. 3. cap. 6.

Unde liquet, motum annuum esse. 50″. 12‴. 5⁗.
diurnum. 0″. 8‴. 15⁗.

Nam, ut 25816. anni ad 360. grad. ita 1. annus ad 0. gr. 0′. 50″. 12‴. 5⁗. Et

Ut 365. dies ad 50″. 12‴. 5⁗. ita 1. dies ad 0″. 8‴. 15⁗.

bb De se-

Ergo, si æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi, supra inventum, duplices, habebis æqualem motum anomaliæ præcessionis æquinoctiorũ, ad tempus datum: hoc modo:

174. gr. 33'. Anom. obl. Signiferi.
2.

---

349. 6. Anom. præcel. Æq.

Initium autem sumit motus anomaliæ præcessionis Æquinoctiorum, à linea medii motus, nempe à puncto H, & tendit in partem medio motui contrariam, nempe versus I & K.

Quo posito, ad tempus datum anomalia præcessionis æquinoctiorum progressa erit ab H, per L, M & N, usque ad P, & restabit de toto circulo tantum arcus PH.

PROBLEMA TERTIUM.

Prosthaphæreses præcessionis Æquinoctiorum supputare.

Hîc ante omnia sciendum est, quanta sit maxima prosthaphæresis, sive quanta sit maxima differentia inter æqualem & apparentem motum præcessionis Æquinoctiorum, hoc est, quanta sit semidimetiens epicycli HIK, per quem circumit anomaliæ motus. Copernicus dicit, & ex observationibus probat, esse septuaginta scrupulorum primorum, lib. 3. c. 7.

Quo posito & concesso, reliquæ differentiæ sive prosthaphæreses ad quemvis datum anomaliæ motum æqualẽ prorsus eodem modo, quo prosthaphæreses obliquitatis Signiferi colliguntur.

EXEMPLI GRATIA. Ad datum anomaliæ motum æqualem 349. gr. 6'. cujus motus complementum ad integrum circulum est PH, 10. gr. 54'. prosthaphæresis ita colligitur:

Ut EN, radius ad EO, sinum rectum 10. gr. 54'. ita EN.

100000.	18909.	70. scr. prima.
	70.	
	13 | 23630.	
	60."	
	14 | 17800.	
	ad EO, | 13'. 14".	

Jam EO. consistit ultra medium, sive æqualẽ motum præcessionis Æquinoctiorum, nempe ultra lineam RE. Ergo prosthaphæresis est ad medium motum AE, addenda, hoc modo:

AE, 27. gr. 51', 12". Medius motus.
EO. 0. 13. 14. Prostaphæresis.

28. gr. 4. 26. Vera præcessio Æq.

PROBLEMA QUARTUM.

Motum fixarum, sive præcessionem Æquinoctiorum ex observationibus deprehendere.

Fit hoc per problema 14. libri primi. Exemplum vide apud Copernicum lib. 3, c. 2.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

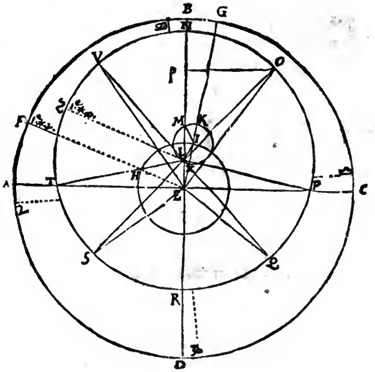
PROBLEMATUM
ASTRONOMICORUM

Liber Quartus.

De motu Solis proprio.

PROTHEORIA.

SOL proprio motu ſub Ecliptica fertur ab occaſu in ortum, & annuo ſpacio ſemel circumvolvitur. Sed diutius immoratur in ſignis boreis, quàm in auſtrinis. Quod argumento eſt, centrum revolutionis ejus eſſe à centro mundi diverſum. Sed & apogeum Solis ſecundum ordinem ſignorum quotannis nonnihil progreditur. Quod indicio eſt, etiam centrum eccentrici Solis eodem modo circa terram circumire. Nam centrum eccentrici & apogeum ſemper & neceſſariò ſunt in eadem linea: unde moto apogeo, etiam centrum eccentrici movetur, & contra. Verùm, nec apogei motus eſt æqualis: ſed aliquando tardior, aliquãdo velocior. Unde colligere promtum eſt, etiam centrum eccentrici Solis ferri in eccentrico, vel certe in concentrepicyclo. Quæ opinio etiam inde confirmatur, quia eccentricitas Solis inæqualiter jam diu decrevit: quomodo omnino decreſceret, ſi centrum eccentrici in



epicyclo quodam ad terram modo propius advolveretur, modo longius ab ea retrocederet. Sit ergo Ecliptica ABCD, descripta ex centro mundi E, & sint in ea quatuor cardines suis signis notati ♈, ♋, ♎, ♑. Prima autem stella Arietis sit ad F. Unde hoc nostro tempore punctum æquinoctij verni retrocesserit usque ad ♈, ut præcessio æquinoctiorũ sit F, ♈. Apogeum verò medium hoc nostro tempore processerit ab F, in G, similiterq; centrum eccentrici medium I, ab H, in I, centrum autem eccentrici verum post tres integras revolutiones interim contrario motu pervenerit à K, per M, in L,

quo

quo L, centro deſcribatur eccentricus Solis NOP, & per duo centra E & L, ducatur recta BLED, qua ducta erit apogeum Solis verum in B, differens ab apogeo medio G, angulo BEG, qui angulus, quia citra lineam apogei medii GIE, ſubſiſtit, ideo eſt à motu apogei medii auferendus. Si autem ultra lineam medii motus GIE, conſiſteret (ut futurum eſt, quando centrum eccentrici decurret in ſemicirculo epicycli poſteriore) eſſet ad eundem medium motum addendus. Angulus igitur BEG, vel LEI, eſt proſthaphæreſis centri eccentrici. Eccentricitas autem eſt LE, nunc ferè minima: quæ tempore Ptolemæi erat ferè maxima, quaſi ME. Porrò, Sol ab apogeo N, verſus perigeum R, progreſſus ſit motu æquali uſque ad O, hoc eſt, diſtet ab apogeo ſuo, angulo NLO: ſpectetur autem ex centro mundi E, manifeſtum eſt angulum apparentiæ NEO, angulo medii motus NLO, longè eſſe minorem. Nam in Triangulo LEO, angulus exterior NLO, ſolus tantus eſt, quanti ſunt ambo interiores oppoſiti LEO & EOL, ſimul ſumti: per 48.p.1. Et per eandem, angulus EOL, ſubtractus ab angulo LNO, relinquit angulum NEO. Angulus igitur EOL, eſt proſthaphæreſis Solis ad O, conſiſtentis; eodemq; modo anguli LPE, LQE, LRE, LSE, LTE, LVE, ſunt proſthaphæreſes Solis ad P, vel Q, vel R, &c. conſiſtentis. Quæ proſthaphæreſes in priore ſemicirculo, nempe ab apogeo ad perigeum ſemper ſunt à medio, ſive æquali motu Solis auferendæ: in poſteriore ſemicirculo, nempe à perigeo ad apogeum, ſemper ſunt addendæ. Nam in priore ſemicirculo, nempe in ſemicirculo NPR, angulus apparentiæ angulo medii motus ſemper eſt minor, ut angulus NEO, eſt minor angulo NLO: angulus NEP, eſt minor angulo NLP, angulus NEQ, eſt minor angulo NLQ. In poſteriore verò ſemicirculo, nempe in ſemicirculo RTN, angulus apparentiæ angulo medii motus ſemper eſt major: ut angulus RES, eſt major an-

jor angulo RLS: angulus RET, est major angulo RLT: angulus REV, est major angulo RLV. Maximæ autem prosthaphæreses utrinq; sunt in media apparentia inter apogeum & perigeũ, nempe ad P, & T: minimæ, circa apogeum & perigeum; nullæ in ipso apogeo, vel perigeo. Et motus quidem circa apogeum apparet tardissimus: circa perigeum velocissimus, eandem ob causam: quia nempe angulus apparentiæ hinc inde ab apogeo semper est justo minor, at hinc inde à perigeo semper est justo major. Hinc morale illud: Sol quando est altissimus, lentissimo & quasi modestissimo gradu incedit: ita homines decet. Hac theoria præmissa, jam facilè erit sequentia problemata intelligere.

PROBLEMA PRIMUM.

Æqualem, sive medium motum Solis à prima stella Arietis ad quodcunq; datum tempus invenire. Coper. lib. 3. cap 14.

Æqualis motus Solis in eccentrico ZVN, à prima stella Arietis Z, (Nam anguli FEB, & ZLN, sunt iidem) vicissim ad eandem absolvitur secundum Copernicum diebus 365. scrupulis $15'.24''.10'''$.

Hinc patet motus Solis annuus: $5^s.\ 59.\ gr.\ 44'.\ 49''.\ 7'''.\ 4''''$.
ac diurnus 0. 0. 59. 8. 11. 22.

Nam, ut 365. dies $15'.\ 24''.\ 10'''$. ad 360. grad. ita 365. dies ad 359. gr. $44'.\ 49''.\ 7'''.\ 4''''$.
Sive quod idem est,
ad $5^s.59.gr.44'.49''.7'''.4''''$. Et
Ut 365. dies ad $5^s.\ 59.gr.\ 44'.\ 49''.\ 7'''.\ 4''''$. ita 1. dies ad 0. Sex. 0. gr. $59'.\ 8''.\ 11'''.\ 22''''$.

(Tycho Brahe motum Solis diurnum statuit esse 0. gr. $59'.\ 8''.\ 19'''.\ 43''''\frac{1}{3}$. Progym. pag. 13.

Notis

Notis autem motibus unius anni ac diei, nota etiam sunt motus 60. annorum, vel dierum: nempe

Motus ſexagenæ annorum $5^{s}.59^{s}.44.gr.49'.7''.4'''$.

Motus ſexagenæ dierum. 0. 0. 59. gr. $8'.11''.22'''$.

Hæc periodus eſt motus Solaris. Locus autem illius motus, ſive progreſſio Solis à Z, verſus N, tempore NC, fuit 4 gr. $32'.30''$.

Quibus duobus ita poſitis, ad tempus ſupra datum medius motus Solis per compendiũ practæ Italicæ colligitur modo:

		Sex. an.		Sex. anni.
	1. —	$5^{s}.59^{s}.44.gr.49'.7''.4'''$.	—	26.40.
	1.	59. 54. 56. 22.21.20.		20.20.
Rejectis inte-	29.	58.44. 5.35.20.		5.20.
gris circulis	3.	59.49. 52.44.43.		1.
Summa eſt		5. 15. 9.48.26.		

		Sex. d.		Sex. dies. ſcr.
1. —		59. gr. $8'.11''.22'''$.	—	3.35.35.
	2.	57. 24.34. 6.		30.30.
		29. 34. 5.41.		5. 5.
		4. 55.40.56.50.		
		29.34. 5.41.		
		4.55.40.56.50.		

3.32.28.50.30.27.50.	Motus dierum.
5.15. 9.48.26.	Motus annorum.
4.32.30.	Radix.
1. Sex. 20. gr. $8'.38''.56'''.27''''.50'''''$.	Motus

æqualis Solis à prima ſtella Arietis: quem Copernicus vocat motum Solis æqualem ſimplicem: cui ſi

cc addide-

addideris præcessionem Æquinoctiorum æqualem, 27. gr. 51'. 11''. 40'''. 47''''. habebis motum Solis æqualẽ compositum, ad tempus supra datum:

1. Sex. 47. gr. 59'. 50''. 37'''. 14''''. 50'''''.

PROBLEMA SECUNDUM.

Æqualem motum apogei, sive centri eccentrici Solis ad quodvis datum tempus intelligere, Cop. lib. 3. c. 22.

Annuus motus apogei Solis secundum
Copernicum est — 24''. 20'''. 14''''.
Motus diurnus — 0''. 4'''. 0''''.

Locus autem medii motus apogei Solis, à prima stella Arietis tempore N. C. fuit 61. gr. 18'. 46''. 15'''. 24''''.

Hinc ad tempus supra datum medius motus apogei sive centri eccentrici Solis colligitur hoc modo.

Sex. anni.			Sex. anni.
1.	— —	24'. 20''. 14'''.	— 26. 40.
	8.	6. 44 40.	20. 20.
	2.	1. 41. 20.	5. 20.
	0.	16. 13. 29. 20.	1.

10. grad. 48'. 59''. 33'''. 20''''.

Sex. d.		Sex. dies. fer.
2. — —	4''.	— 3. 35. 35.
	12.	30. 30.
	2. 20.	5. 5.
	2. 20.	

14''. 22'''. 20''''. Motus dierum.

10. gr.

10.gr.48'.59".33'''.20''''.	Motus annorum.
61. 18.46.15.24.	Radix.
72.gr.8'.0.11.4.	Summa. Medius motus apogei Solis ad tempus ſupra datum.

PROBLEMA TERTIUM.

Æqualem motum anomaliæ apogei Solis ad quodcunq; datum tempus indagare.

Æqualis motus anomaliæ apogei eſt æqualis motus centri eccentrici Solis in epicyclo KML, tendens à K, verſus M.

Statuit autem Copernicus motum illum per omnia convenire cum æquali motu anomaliæ obliquitatis Signiferi. Iam, æqualis motus anomaliæ obliquitatis Signiferi ad tempus ſupra datum erat 174.gr.33'.

Ergo etiam æqualis motus centri eccentrici ad tempus ſupra datum eſt, 174 grad.33'. Atque adeo ad illud tempus centrum eccentrici Solis progreſſum erit in epicyclo ſuo à K per M, uſque ad L.

PROBLEMA QUARTUM.

Proſthaphæreſes apogei, ſive proſthaphæreſes centri eccentrici Solis ſupputare.

Proſthaphæreſis apogei, ſive centri eccentrici Solis hîc, verbi gratia, eſt angulus LEI, ad quem inveniendum præter datum angulum LIE, (qui angulus eſt anomaliæ KL, ſive anguli KIL, 174.gr.33'. complementum ad ſemicirculum 5 gr. 27'.) duo requiruntur. 1. notitia mediæ eccentricitatis EI,

2, notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem IK, sive IL.

Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Solis EK, esse 417. minimam EI, 323. talium partium, qualium, quæ ex centro eccentrici esset 10000. Hinc latera EI & IL, colliguntur hoc modo:

EK,	417.
EX,	323.
XK,	94.
IX, vel IL,	47.
EI,	370.

Qua collectione facta, quia jam in Triangulo EIL, tria nota sunt nempe angulus LIE, & duo latera includentia angulum notum LI, & EI. Item summa angulorum duorum ignotorum, hoc est, complementum anguli dati ad duos rectos, par angulo LIK, dato 174 33. ejusq; dimidium 87. 16½. Et denique summa laterum datorū 417. & differentia eorundem 323. Dico per axioma 3. planorum.

Deinceps omnia exempla supputata sunt ad radium 10000000.

Ut summa laterum datorum ad differ. eorundem.

417. 323.

ita tangens 87. gr. 16½.

21010183.

Ad 16274084 4. tangentem anguli 86. gr. 29'. 1"½. qui detractus de angulo 87. 16½. relinquit angulum minimum LEI, vel BEG, 47. 28"½. quem angulum si auferas ab angulo medii motus apogei FEG, 72. gr. 8'. relinquitur verus motus apogei Solis, ad tempus supra datum FEB, 7 . gr. 20'. 31"½.

PRO-

PROBLEMA QUINTUM.

Eccentricitatem eccentrici Solis invenire.

Eccentricitas eccentrici Solis ad ſupra datum tempus erit recta EL.

Noti autem ſunt in triangulo EIL, per problema præcedens omnes anguli, & inſuper etiam duo latera EI, & IL. Dico igitur per 2. planorum.

Ut IEL, o. grad. 47″. 28‴$\frac{1}{2}$. ad IL, ita EIL, 5. grad. 27′.

Sin. 138095. 47. Sin. 949771.

Ad EL, 323$\frac{34552}{138095}$.

Ergo eccentricitas Solis ad datum ſupra tempus erit 323$\frac{34552}{138095}$. reſpectu radii 10000. vel, quod perinde eſt, 3232 50. reſpectu radii 10000000.

PROBLEMA SEXTUM.

Proſthaphæreſes eccentrici Solis ſupputare.

Proſthaphæreſes eccentrici Solis (Copernicus vocat proſthaphæreſes orbis) ut in protheoria diximus, ſunt exempli gratia, anguli LOE, LPE, &c. Quos angulos, ut reperias, duo requiruntur.

1. Notitia diſtantiæ Solis ab apogeo.
2. Notitia eccentricitatis.

Diſtantia Solis ab apogeo repetitur ſubtractione veri motus apogei à medio motu Solis: vel hujus ab illo prout quiſq; illorum motuum eſt major, vel minor. Verbi gratia.

Ad datum supra tempus erant

Medius motus Solis. 80. gr. 8'. quasi ZO,

Verus motus apogei 71. 20. quasi ZN.

Ergo distantia Solis ab apogeo N, hoc est, arcus NO, sive angulus NLO, erit 8. 48.

Eccentricitas autem EL, per problema antecedens reperta est 323250. partium, qualium LO, est 10000000.

Hinc jam in Triangulo LEO, tria nota sunt:

1. Latus LO, 10000000.
2. Latus EL, 323250 eorumque.

Summa 10323250.

& differentia 9676750.

3. Anguli ELO, complementum NLO, hoc est, summa duorum angulorum E & O, 8. gr. 48'. ejusque summæ dimidium 4. gr. 24'.

Dico igitur per axioma tert. planorum:

Ut summa laterum EL & LO, ad differentiam.

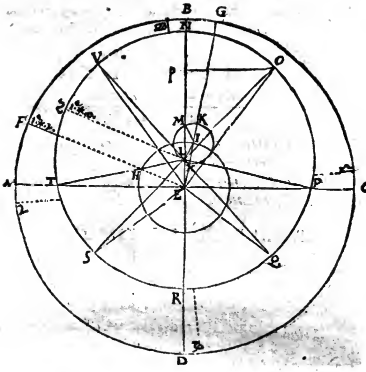
10323250. 9676750.

ita tangens 4. gr. 24'.

769458.

Ad 721270. tangentem anguli 4. gr. 7'. 31''½. qui demtus de dimidia summa angulorum ad E & O, 4. gr. 24'. relinquit angulum minimum, sive prosthaphæresin quæsitam LOE, 0. gr. 16'. 28''½. quæ prosthaphæresis ablata de medio motu Solis 80. gr. 8'. 39''. relinquit verum motum ☉, à prima stella Arietis 79. gr. 52'. 11''½. Cui si addas veram præcessionem æquinoctiorũ, habebis verum motum Solis ab æquinoctio verno, ad tempus supra datum, hoc modo:

Medius



Medius motus ☉.	80. 8'.39".
Prosthaphæ.	0. 16.28½.

Verus motus à prima. 70.52'.11½.

Præcessio æquinoctiorum. 28. 4. 26.

Verus locus ☉, ab æq. verno 107.56.37½. hoc est, 17. gr. 56'. 57"½. Cancri. Ergo ad tempus supra datum, nempe Anno 1600. die 30. Iunii antiqui: horâ secunda pomeridianâ, verus locus ☉, ab æquinoctio verno erit 17. gr. 56'. 37'½. Cancri.

An autem calculus iste cœlo respondeat, observare poteris, per 12. problema libri primi problematum Astronomicorum.

NOTA.

NOTA. Eadem prosthaphæreses etiam per primum axioma supputari possunt, hoc modo.

NLO, 8.gr.48'.	— *Sinus OP,*	*1529858.*
	Sinus complementi, pL	*9882284.*
	Latus EL.	*323250.*
	Ep.	*10205534.*

Vt Ep, 10205534. ad Op, 1529858. ita Ep, 10000000. ad Op, tangentem anguli OEp. 1499047.— 8. grad. 13'. 31''½. Qui angulus subtractus de angulo pLO, 8. gr. 48'. relinquit angulum prosthaphæreticum EOL, 0. gr. 16'. 28''½. ut ante.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Tempus æquinoctii (& similiter ingressum Solis in quodcunque punctum Signiferi) observare.

Duobus circa æquinoctium diebus, observa altitudinem Solis meridianam, & ex ea collige locum solis in Zodiaco per problemata 11. & 12. lib. 1.

Tum tempus inter duas istiusmodi observationes interjectum partire proportionaliter, sicut majori distantiæ à puncto æquinoctiali longius tempus conveniat: minori brevius: & habebis verum æquinoctii tempus.

EXEMPLUM. Anno 1590. observavit quidam altitudinem Solis meridianam 11. & 12. diebus Martii: & inde per problemata modo citata collegit locum distantiæ Solis à puncto Æquinoctiali: ad diem 11. Martii, citra Arietem 0.gr. 7'. ad diem 12. Martii, ultra Arietem 0. gr. 52'. Iam horæ inter istas duas observationes interjectæ erant 24. Motus autem istis 24. horis conveniens erat in summa, 59. min.

Dico

Dico igitur.

59. min. dant 24. horas: quot horas dant 7. min.

```
   7.
 168.       R.
  59. (2. H. 50'.
 118.
  50.
  60.
3000.
  59. (50'.
 295.
  50.
```

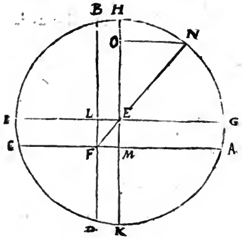
Ergo ingreſſus Solis in Arietē fuit 11. Martii, 2. H. 50'. P. M. Sed hoc exemplum eſt fictum: & ſcrupula ſecunda neglecta. In ſeriis autem obſervationibus Æquinoctiorum, quia ſunt maximi momenti, etiam ſcrupula ſecunda, tertia & quarta, videntur adhibenda.

PROBLEMA OCTAVUM.

Apogei locum, & eccentricitatis quantitatem obſervare.

Hoc problema nobiliſſimum explicabo per quatuor exempla itidem nobiliſſima: quorum unum eſt Ptolemæi, alterum Copernici: tertium Tychonis Brahe: quartum Iuſti Byrgii: & ſingula tres, ad minimum, obſervationes ſolares præſupponunt.

EXEMPLUM PRIMUM. Ptolemæus invenit ab æquinoctio verno ad ſolſtitium elapſos eſſe dies $94\frac{1}{2}$. à ſolſtitio ad æquinoctium autumnale dies $92\frac{1}{2}$. per problema autem primū,



diebus 94½. competit æqualis motus Solis 93.gr.9.ferè. Diebus 92½.-- 91.gr.11'. ferè. Sit ergo circulus Solis annuus ABCD & centrum ejus E, Æquinoctium vernum A, autumnale C, solstitium B, bruma D. Per primum igitur interstitium temporis, datus est motus Solis ab A, in B, sive arcus AB, 93. gr. 9. ferè minutorum: per secundum interstitium temporis datus est motus Solis à B in C, sive arcus BC, 91 gr. 11'. Connexis ergo punctis æquinoctialibus C & A, per rectam CFA, & solstitialibus per rectam BFD, quæ rectę sese rectè intersecent in puncto F, quia circumferentia ABC, est semicirculo major, quippe composita ex arcubus AB, 93. gr. 9'. & BC, 91. gr. 11'. qui duo arcus simul sumti faciunt 184. gr. 20'. & quia etiam major est AB, quàm BC, ideo necesse est centrum circuli ABCD, inter BF, & FA, lineas, & apogeum inter æquinoctium vernum A & tropen æstivam B, contineri. Nam centrum eccentrici & apogeum semper sunt in eadem linea. Ducatur jam per centrum E, recta IEG, rectæ AFC, parallela. Quo facto, constituetur parallelogrammum rectangulum LEMF, cujus dimetiens

tiens FE producta in N, ostendet locum apogei Solis ad N, & eccentricitatem EF. Quæ duo hoc loco quæruntur. Quia igitur circumferentia ABC, nota est: quippe 184. gr. 20'. notum etiam est ejus dimidium AH, vel HC, 92. grad. 10'. & AG excessus arcus AH, supra quadrantem 2. grad. 10'. ejusque sinus rectus EM, 378064. respectu radii 10000000. (Copernicus sumit tantum 378. respectu radii 10000.) Item BH, excessus arcus AB, 93 gr. 9'. supra arcum AH, 92. 10. nempe 59'. ejusq; sinus rectus FM, 171616.

Quia verò in Triangulo plano FEM, nota sunt duo latera includentia rectum FM, & EM, facilè deinceps & latus reliquum & anguli reliqui innotescent.

Nam

I. Ut FM, 171615. ad EM, 378064 ita FM, 10000000.

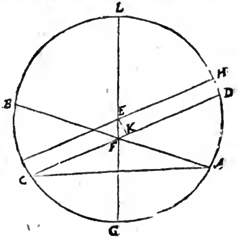
Ad 2202965. tangentem anguli EFM, 65. grad. 35'. 6". cujus anguli complementum est angulus BFN, æqualis angulo HEN, 24. gr. 24'. 54". per 2. axioma planorum: quo angulo tunc apogeum Solis N, apparuit ante Solstitium æstivum B.

II. Ut EM, sinus EFM, 65. gr. 35'. 6". ad FE, radium: ita EM.

9105754. 10000090. 378064.

Ad FE, 415192, quæ tunc fuit eccentricitas Solis per 1. ax. planorum.

Exemplum Secundum. Copernicus anno N. C. 1515. observavit hæc tria puncta. 1. Æquinoctium autumnale. 2. medium Scorpii. 3. æquinoctium vernum: & invenit ab æquinoctio autumnali usque ad medium scorpii dies 45. scr. 16. Item invenit ab æquinoctio autumnali usq; ad æquinoctium vernum dies 178. scr. 53½. Per problema autem primum diebus 45. scrupulis 16. competit æqualis motus 44. gr. 37'. ferè. Diebus 178. scrupulis 53½. competit æqualis motus 176. gr. 19'.



Quibus ita sese habentibus repetatur circulus Solis annuus ABCD, & sit rursus æquinoctium vernum A, autumnale B. Medium autem Scorpii sit C. Et conjungantur puncta A&B, item C & D, rectis A & B, secantibus sese mutuo in centro mundi F, & circumferentiæ AGC subtendatur recta AC. Quoniam igitur data est circumferentia BC,44.gr.37′. Item BGA,176 gr.19′. Item per subtractionem arcus BC,44.37.ab arcu BGA,176.19.arcus CGA,131.gr.42′. Item angulus BAC, ad circumferentiam BC,subduplus 22.gr.18½.per 53.p.1.Trig. Item angulus apparentis motus BFC,45.gr.(quippe tota libra 30.& dimidium scorpii 15.) & ejus complementum ad duos rectos CFA,135.gr.Et duorū CFA,& FAC,complementū ad duos rectos FCA,22.41½.atq; illi ex opposito respōdens circū-ferentia dupla DA,45.gr.22′.quæ cōposita cum circumferentia AC,131.42.efficit DAC,177.gr.5′. Et quoniam ex his datis liquet utrumq; segmentum circuli, ACB, & CAD, esse semicirculo minus,ideo manifestum est,centrum in reliquo BLD segmento contineri. Sit ergo centrum illud E, per quod agatur dimetiens LEFG, ut sit apogeum L,perigeum G. Atque à cen-

centro E, in rectam CD, ducatur perpendicularis EK. Quibus ita præstructis hæc duo quæruntur.

1. Angulus apparentis distantiæ apogei Solis ab æquinoctio verno: nempe angulus AFL.

2. Eccentricitas Solis FE.

Iam datarum circumferentiarum etiam subtensæ datæ sunt: quippe dimidiarum circumferentiarum sinus dupli per 7. p. 2. Trig. Nempe AC, partium 18249550: CD, 19993522, quarum semidiameter ponitur 10000000. Primum igitur in Triangulo CKA, quia omnes anguli dati sunt, unà cum latere AC, inquiro inde latus CF, per 2. planorum hoc modo:

Ut CA, sinus anguli CFA, 45. gr. ad CF, sinũ anguli CAF, 22 gr. (18½.
7071068 3795907.
Ita CA, subtensa, ad CF, subtensam
18249550. 9796765.

Deinde CF, 9796765. subtraho à dimidia CD, nempe à recta CK, 9996761. & restat FK, 199996.

Postea circumferentiæ CAD, 177. 5. complementum ad semicirculum 2. gr. 55'. colloco ex parte dimidia ad D, ex parte altera ad C, ut sit DH, 1. 27½. Quo facto EK, erit sinus arcus DH, 254500. Et sic in Triangulo EFK, nota erunt præter rectum ad K, latera duo includentia rectum FK & EK. Ex illis igitur porrò inquiro angulum EFK, sive LFD, per axioma primum planorum, hoc modo.

Ut FK, 199996. ad EK, 254500. ita radius FK, 10000000. ad EK, 12725254. tangentem anguli EFK, sive LFD, 51. gr. 50'. 18''. quo addito ad angulum DFA, 45. gr. (nam angulus DFA, æquatur angulo BFC) efficitur angulus LFA, 96 grad. 50'. 18''. quo angulo, tempore Copernici apogeum Solis, quoad apparentiam, distabat ab æquinoctio verno. Unde subtractus

 qua-

quadrans 90. gr. relinquit distantiam apogei Solis à solstitio æstivo 6. gr. 50'. 18". adeoque ostendit locum apogei Solis in 6. gr. 50'. 18". Cancri. Copernicus suo calculo invenit tantum 6⅔. gr. hoc est, 6. gr. 40. min.

Denique, quia in Triangulo EFK, præter duo latera FK & EK, jam etiam omnes anguli noti sunt, nempe EFK, 51. gr. 50'. 18". & ejus complementum FEK, 38. gr. 9'. 42". & rectus ad K, pro invenienda eccentricitate EF, dico per axioma 1. Triangulorum planorum.

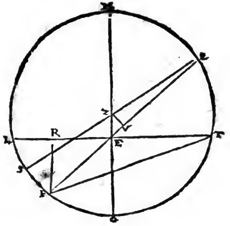
Ut FK,	sinus FEK, 38. gr. 9'. 42".	ad EF,	radium.
	617882½.		1000000.
ita FK,	199996.	ad EF,	323680.

Ergo eccentricitas Solis tempore Copernici fuit 323080. Copernicus rejectis ultimis tribus notis, retinet tantum 323.

EXEMPLUM TERTIUM. Tycho Brahe An. N. C. 1588. observavit hæc quatuor puncta. 1. Æquinoctium vernum. 2. medium tauri. 3. medium Leonis. 4 Æquinoctium autumnale. Et invenit ab æquinoctio verno, usq; ad autumnale, fluxisse dies 186. horas 18½. A puncto autem vernali usque ad medium tauri, D. 46. H. 2. M. 55. Deniq; à medio Leonis usq; ad æquinoctium autumnale D. 40 H. 9. M. 40.

Per problema autem primum diebus 46. H 2. M. 55. secundum calculum Tychonis, competit æqualis motus Solis 45. gr. 27'. 34". Diebus 186. H. 18½. competit æqualis motus. 84. gr 5'. 24".

Quibus ita se habentibus, describatur circulus Solis eccentricus THLO. Et sit æquinoctium vernum T, autumnale L, Medium tauri Q. Erit ergo æqualis motus ab æquinoctio verno in æquinoctium autumnale arcus THL, ejusque complementum ad integrum circulum arcus LOT. Æqualis motus ab



tus ab æquinoctio verno uſque ad medium tauri TQ. Conjungantur deinde puncta T & L, per rectam TL. Et à Q, per E, centrum univerſi, ducatur recta QEP. Item à Q, ducatur per centrum eccentrici Z, recta QZS. Et à Z, in EQ, perpendicularis ZV. Item à P, in LE, perpendicularis PR. Erit ergo angulus HEQ, diſtantia apogei H, à medio tauri Q: recta vero ZE, erit eccentricitas. Quæ duo hîc quæruntur.

Quia igitur notus eſt æqualis motus ab æquinoctio verno ad autumnale: ideò notus eſt arcus THL, 184. gr. 5'. 24". ejuſq; complementum ad integrum circulum LOT, 175. gr. 54'. 36".

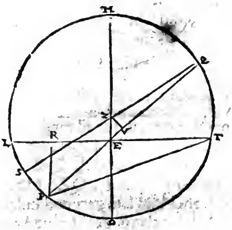
Quia item notus eſt motus æqualis ab ęquinoctio verno in medium Tauri: ideo notus eſt arcus QT, motum illum repræſentans 45. gr. 27'. 34".

Quia deniq; notus eſt motus apparens ab æquinoctio verno in medium Tauri: ideò notus eſt angulus QET, motum illum repræſentans 45. gr.

Porrò,

Porrò, quia notus est angulus QET, 45. gr. notum etjam est ejus complementum ad duos rectos PET, 135. gr.

Item, quia notus est arcus QT, 45. gr. 27'. 34". notus est etjam angulus illi oppositus QPT, ad arcum QT, subduplus, 22. gr. 43'. 47". per 53. p. 1. Trigonometriæ nostræ. Qui angulus QET, additus ad angulum PET, efficit 157. grad. 43'. 47". Cujus complementum ad duos rectos est PTE, 22. gr. 16'. 13".



Cujus duplum, 44. gr. 32'. 26". est arcus illi oppositus LP, rursus per 53. p. 1. Trigonometriæ nostræ. Qui arcus LP, 44 grad. 32'. 26". subtractus ab arcu LOT, 175. gr. 54'. 36". relinquit arcum POT, 131. grad. 22'. 10". Cujus arcus subtensa est 18225868. duplus nempe sinus 9112934. arcus POT, dimidii. 65. gr. 41'. 5".

Quod si ad arcum POT, 131. gr. 22'. 10". addas arcũ TQ, 45. gr. 27'. 34". etiam innotescit arcus POQ, 176. gr. 49'. 44". Cujus dimidium est arcus 88. grad. 24'. 52". cujus arcus sinus est 9996171. Cujus duplum 19992342. est subtensa arcus POQ, nempe recta PQ. Iam

Iam, in Triangulo PRT, rectangulo ad R, quia notus est acutus ad T, 22. gr. 16'. 13". ideo data est ratio laterum tripliciter. Et quia præterea notum est latus TP, *19992342.* dabitur etiam latus PR, triplici; facilimè autem, hac proportione:

Ut PT, radius	—	*10000000.*
Ad PR, sinum anguli PTR		*3789761.*
Ita PT, subtensa	—	*18225868.*
Ad PR, in iisdem partibus		*6907168.*

Per primum axioma planorũ.

Porrò in Triangulo PER, quia notus est angulus PER, æqualis angulo QET, 45. gr. Et latus PR, *6907168.* facilimè etjam dabitur latus PE, hac proportione:

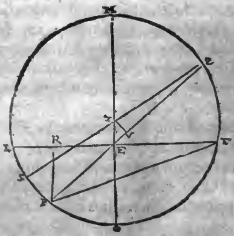
Ut PR, radius	—	—	*10000000.*
Ad PE, secantem anguli RPE			*14142136.*
Ita PR,	—	—	*6907168.*
Ad PE, in iisdem partibus	—		*9768210.*

Rursus per primum axioma planorum.

Hoc verò segmentum PE, *9768210.* si auferatur ab integra subtensa PQ, *19992342.* relinquitur segmentum EQ, *10224131.* A quo si rursus auferatur dimidia subtensa PQ, nempe VQ, *9996170.* relinquitur EV, *227961.*

Sed & angulus SQP, notus est: dimidium nempe arcus SP, qui arcus est arcus QOP, complementum ad semicirculum. Quia igitur arcus QOP, est *176.* gr. *49'.44".* ideo arcus SP, est *3.* gr. *10'.16".* Angulus vero SQP, *1.* gr. *35'. 8".* Cujus anguli sinus sine controversia est recta ZV. Ergo recta ZV, est *276696.* (Pro quo numero Tycho perperam habet *276591:* quia non arcum SP: ut debebat: sed sinum illius arcus dimidiavit.)

Quia igitur in Triangulo ZVE, jam nota sunt duo latera circa rectum, ZV, *276696.* & EV, *227961.* facile etiam innotescet angulus ZEV, & latus ZE. Nam:



I, Ut EV, 227961. ad VZ, 276696. ita EV, radius 10000000. ad VZ, tangentem anguli VEZ, 12137866. Cui tangenti respondet angulus VEZ, vel HEQ, 50. grad. 30'. 57". Cui si addas angulum QET, 45. gr. efficitur angulus HET, 95. grad. 30'. 57". Cecidit igitur tunc apogeum Solis in 5. grad. 30'. 57". Cancri. Non in 5. grad. 30'. ut habet Tycho, ex causa nuper indicata.

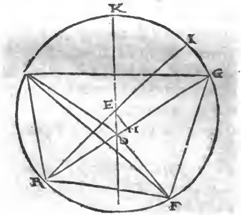
II. Ut EV, radius 10000000. ad EZ, secantem anguli ZEV 15726609. ita EV, 227961. ad EZ, 358505. Quæ fuit eccentricitas illius temporis. Pro qua Tycho perperam habet 358416. ex causa jam bis tacta.

EXEMPLUM QUARTUM. Justus Byrgius, Mechanicus Cassellanus, & Mathematicus ingeniosissimus, observavit an. 1591. Solem his tribus diebus: nempe 13. Ianuar. 22. April. & 7. Augusti. Et in prima quidem observatione invenit locum Solis 3. grad. 7'. aquarij. In secunda: 11. grad. 26'. Tauri. In tertia:

tertia: 23. grad. 42. Leonis. Tempus inter primam & ſecundam obſervationem fuit dierum 99. Tempus inter ſecundam & tertiam obſervationem fuit dierum 107. Medius motus diebus 99. cõveniens eſt 97. gr. 34′. 44″. Medius motus 107. dieb' conveniens eſt 105. grad. 27′. 51″. Verus motus diebus 99. peractus fuit 98. grad. 19′. Verus motus diebus 107. peractus fuit 102. grad. 16′.

Deſcripto itaq; circulo Solis eccentrico FGIK. Sit prima obſervatio ad F, ſecunda ad G, terria ad H.

Per æqualem motum à prima obſervatione ad ſecundam, notus eſt arcus FG, 97. gr. 34′. 44″. ejuſq; de Canone ſubtenſa, partium 15045870. qualium radius EI, ſit 10000000.



Per æqualem motum inter ſecundam & tertiam obſervationem notus eſt arcus GH, 105. grad. 27′. 51″. ejuſq; de Canone ſubtenſa 15859698.

Per apparentem motum à prima obſervatione ad ſecundam, notus eſt angulus GDF, 98. gr. 19′.

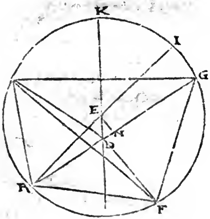
 Per

Per apparentem motum inter secundam & tertiam observationem notus est angulus GDH, 102. gr. 16'.

Per aggregationem verò arcuum FG & GH, manifestus fit arcus FGH, 203. gr. 2'. 35''. ejusque complementum HRF, 156. gr. 57'. 25''.

Per arcum FG notum notus est angulus GRF, ad arcum FG, subduplus 48. gr. 47'. 22''. in Triangulo GRF.

Item, per angulum FDG, notum 98. gr. 19'. notus est etiam angulus complementi RDF, 81. gr. 41'. Et per aggregatum horum duorum angulorum RDF, & DRF, quod aggregatum est 130. gr. 28'. 22''. notus est etiam angulus tertius in Triangulo RDF, nempe RFD, 49. gr. 31'. 38''.



Sic in triangulo HDR, notus est angulus HRD, subduplus ad arcum oppositum HG, 52. grad. 43'. 55''½. Item angulus HDR, residuum anguli FDH, si inde auferatur angulus FDR, qui erat 8. gr. 41'. Angulus autem FDH, erat 159. gr. 25. comple-

complementum ſcilicet angulorum FDG, & GDH, per apparentes motus datorum. Ergo angulus HDR, eſt 77. gr. 44'. Qui junctus angulo HRD, 52. gr. 43'. 55''½. efficit 130. grad. 27'. 55''½. cujus complementum ad duos rectos eſt angulus RHD, 49. gr. 32'. 4''½.

Quia igitur in triangulo HRD, noti ſunt omnes anguli, nota ſunt etiam latera in partibus, quarum dimetiens circuli triangulo HRD, circumſcripti ſit 10000000, nempe ſic.

Anguli HRD, 52. gr. 43'. 55''½. Sinus 7929849. HD.
Anguli HDR, 77. gr. 44'. 0''. Sinus 9771693. HR.
Anguli RHD, 49. gr. 32'. 4''½. Sinus 7607978. RD.

Item, quia in triangulo RDF, noti ſunt omnes anguli, nota ſunt etiam latera in partibus, quarum dimetiens circuli triangulo RDF, circumſcripti ſit 10000000, nempe ſic.

Anguli RDF, 81. gr. 41'. 0''. Sinus 9894837. RF.
Anguli DRF, 48. gr. 47'. 22''. Sinus 7522935. DF.
Anguli DFR, 49. gr. 31'. 38''. Sinus 7607144. DR.

Porrò, in triangulo RHD, cupio latus HR, habere in partibus, quarum RD, eſt 7607144. & RF, 9894837. Dico igitur per ſecundum axioma planorum:

Ut RD, 7607978. ad RH, 9771693.
Ita RD, 7607144. ad RH, 9770622.

Iam igitur in triangulo FRH habeo duo latera FR, & RH, in iiſdem partibus, nempe FR, 9894837. & RH, 9770622.

In eodem triangulo FRH, habeo angulum FRH, ſubduplum ad circumferentiam oppoſitam FGH, quæ circumferentia ſupra inventa eſt, 203. gr. 2'. 35''. Ergo angulus FRH, eſt 101. gr. 31'. 17''½.

Inquiro igitur reliquos duos angulos per tertium axioma planorum, hoc modo:

Latus FR,	9894837.	
Latus RH,	9770622.	
Summa.	19665459.	
Differentia,	124215.	
Angulus FRH,		101. grad. 31'. 17''½.
Summa reliquorum duorum		78. grad 28'. 42½.
Dimidium.	39. gr. 14. 21½. Tang. 8167209.	

Dico igitur:

Ut 19665459. ad 124215. ita 8167209. ad 51587. tangentem anguli 0. gr. 17'. 44''. Qui additus ad dimidium angulorum quæsitorum 39. gr. 14. 21. efficit angulum FHR, ex duobus quæsitis maximũ 39. gr. 32'. 5''. Demtus verò idem angulus 0. gr. 17'. 44''. ab eodem angulo 39. gr. 14'. 21'', relinquit angulum è quæsitis minimum HFR, 38. gr. 56'. 37''.

Noto autem angulo HFR, notus est etiam arcus HR, duplum nempe anguli HFR, 77. gr. 53'. 14''. Quo arcu HR, 77. gr. 53'. 14''. demto de arcu HRF, 156. gr. 57'. 25''. relinquitur arcus RF, 79. gr. 4'. 11''. Qui additus ad arcum FG, 97. gr. 34'. 44''. efficit arcum RFG, 176. gr. 38'. 55''. Cujus complementum ad semicirculum est arcus GI, 3. gr. 21'. 5''. cujus dimidium est angulus oppositus GRI, 1. grad. 40'. 32''½. Cujus sinus est recta EN, 292421. Quâ notâ, recta DN, porrò inquiritur hoc modo.

In Triangulo FRD, nota est ratio laterum: è superioribus. Atqui jam etiam latus RF, notum est, in partibus quarum semidiameter circuli eccentrici sit 10000000: atq; adeo in partibus quarum EN, sit 292421. Nam arcus FR, notus est, 79. gr. 4'. 11''. Nota igitur est etiam subtensa illius arcus, nempe duplus sinus arcus dimidii, 39. gr. 32'. 5''½. Qui sinus est 6365475. Ergo subtensa FR, est 12730950. Itaque per secundum planorum, dico:

Ut

Ut RF, ſinus anguli RDF.	9894837.
Ad RD, ſinum anguli RFD.	7607144.
Ita RF, ſubtenſa	12730950.
Ad RD, in iiſdem partibus.	9787544.

Cæterùm, antea datus eſt arcus RFG, 176. gr. 38'. 55''. Cujus dimidiũ eſt 88. gr. 19'. 27''½. Cujus ſinus eſt RN, vel NG, 9995818. Unde ſi ſubtrahas rectam RD, 9787544, relinquitur recta DN 208274. Quâ notâ porrò dico:

Ut DN, 208274. ad EN, 292421. ita DN, radius. 10000000. ad EN, tangentem anguli EDN, 14040206. cui tangenti competunt 54. grad. 32'. 28''. Ergo angulus KDG, eſt 54. grad. 32'. 28''. Punctum autem G, erat 11. gr. 26', tauri, hoc eſt, 41. grad. 26'. ab ariete. Adde ergo:

41. gr. 26'.
54. gr. 32'. 28''. Et invenies.
95. gr. 58'. 28''.

Ergo apogeum illo tempore fuit in 5. gr. 58'. 28''. Cancri.

Denique, notis in triangulo plano rectangulo DEN, duobus lateribus & omnibus angulis, ad inveniendam eccentricitatem DE, porrò dico:

Ut DN, radius. 10000000. ad DE, ſecantem anguli EDN, 17237852. ita DN, in partibus quarũ EI, ſit 10000000, —208274, ad DE, in iiſdem partibus 359019.

Ergo eccentricitas Solis illo tempore fuit 359019. partium, qualium radius eccentrici ſit 10000000.

PROBLEMA NONUM.

Dierum civilium inæqualitatem corrigere. Cop. lib. 3. cap. 26.

Dies

Dies civiles (quos Copernicus vocat dies naturales.) inæquales esse, ad primum problema libri secundi diximus. Corrigitur autem ista inæqualitas hoc modo.

Primum; sint in promptu medius motus Solis compositus, hoc est, medius motus ☉, ab æquinoctio verno medio: & ascēsio recta veri loci Solis ab æquinoctio verno apparēte: tùm ad tempus datum, tùm ad radicem temporis dati.

Deinde, medium motum minorem subduc à majore: similiterque ascensionem rectam minorem ab ascensione recta majore.

Quo facto, si differentiæ mediorum motuum & ascensionum rectarum fuerint æquales, tempus quoq; est æquale.

Sin autem: excessus quidem differentiæ ascensionum rectarum est ad tempus datum addendus: excessus verò mediorum motuum est ab eodem tempore dato auferendus.

Causa est in promtu. Quia differentiæ illæ mediorum motuum & ascensionum rectarum nihil aliud sunt, quàm ostensio, utrum medius, an verus motus Solis terminum dati temporis, (si motus uterq; in æquatore, ab ♈, versus ♋, censeatur.) prætercurrerit. Quod si ergò verus motus, sive ascensio ejus recta prætercurrerit: tempori dato excessus necessariò est addendus: & contra.

Exemplum.

Tempore N. C. medius motus ☉, ab æq. m. fuit *278. 2'.*

Verus locus ☉, ab æq. vero. *279. 17.*

ejusque ascensio R, *280. 6.*

Tempore supra dato medius motus ☉, ab æq. m. erit *107. 59.*

Verus locus ☉, ab æq vero *107. 55.*

Ejusq; ascensio recta. — *109. 25.*

Calcu-

Calculus talis erit.

Medius motus N. C.	278. gr.	2'.	AR. veri motus. 280.	gr. 6.	
Medius motus noster	107.	59.	AR. veri motus. 109.	25.	
Differentia	170.	3.	Differentia 170.	41.	
	—	—	170.	3.	

Excessus differentiæ ascensionum R. o. 38.

Hic excessus est addendus ad horas duas supra datas.

Conveniunt autem singulis gradibus Æquatoris 4. scrupula prima unius horæ. Nam

Ut 15. gr. ad 60. scri hor. ita 1. gr.
Ad 4. scr. hor.

Ergo 38. primis conveniunt 2'. 32". scrupula horaria.
Nam

Ut 1. grad. ad 4. ita o. gr. 38.

2'. 24". 30"'.
8. 6.
ad 2'. 32". 2.

Ergo tempus supra datum, & per hoc problema correctum, sive æquatum, est

Annuus 1600. dies 30. Iunii, hora P.M. 2'. 32".

Quantum igitur Sol proprio motu interim emensus est, dum 2'. 32". unius horæ ascenderunt, tantum ipsius motui, per problema sextum reperto, est addendum. Conficit autem Sol singulis horis duo scrupula prima, & 28. ferè tertia. Nam

Ut 24. horæ ad motum diurnum. 59'. 8". 11"'. 22"". ita 1.

6. 14. 47. 2. 50.
3. 7. 23. 31. 25.
1. Ad — 2". 27. 50. 28.

Ergo hora nulla, scrupulis 2'. 32". conficit 6"'. 14"".

f f Nam

Nam.

Ut 1. hor. ad 2''. 28'''. 0''''. ita 0. hor. 2'. 32''.

4. 56.	30.
1. 14.	2.
4.	
ad 6'''. 14''''.	

Nihil autem in motu Solis habent momenti 6'''. 14''''.
Ergo ista additio hic tutò negligi potest.

PROBLEMA DECIMUM.

Data differentia meridianorum, differentiam horarum intelligere, & contra.

REGULA. Si locus sit orientalior, adde differentiam longitudinis, in tempus conversam, ad horas datas: si sit occidentalior, subtrahe.

Orientalior autem est locus, cujus longitudo est major: & contra.

EXEMPLUM Longitudo meridiani Cracoviensis, ad quẽ nostrum quoq; exemplum ex sententia Copernici hactenus supputavimus, est 45. gr. 30. minutorum.

At longitudo meridiani Heidelbergensis est tantum 30. grad. 45'.

Ergo Heidelberga est occidentalior.

	45. gr. 30'.
Differentia autem	30. 45.
Longitudinis est	14. gr. 45'.

Quibus gradibus & scrupulis respondent H. 0. scr. 59'.

Nam

Nam

Ut 1. gr. ad 4'. ita 14. gr. 45'.

56.

3.

ad 59.

Ergo quæ Cracoviæ est hora usualis 2. P. M. ea Heidelbergæ est hora 1. gr. 1'. P. M.

Nam si de 2. h. o'.
Subtrahas o. h. 59'.
Relinquuntur 1. h. 1'.

Sic ex diversis meridianis, diversas apparentiarum cœlestium horas: & contra, ex diversis apparentiarum cœlestium horis diversos diversorum locorum meridianos indagare poteris. Atque hoc fundamentum est observandarum longitudinum, præcipuorum in terra locorum. Si nempe observetur, quota hora eadem Eclipsis Lunaris, aut alius quispiam insignis motus apparuerit in hoc, vel illo loco.

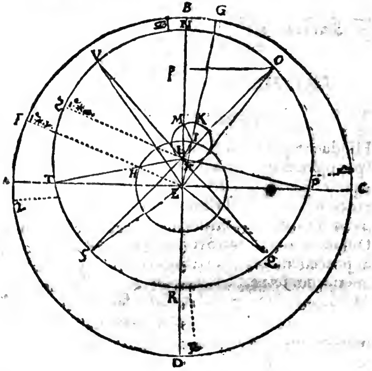
PROBLEMA UNDECIMUM.

Distantiam Solis à centro terræ supputare.

Distantia Solis à centro terræ maxima EN, per Eclipses reperta est semidiametrorum terræ 1179.

Hinc reliquæ distantiæ Solis à centro terræ ita supputantur.

Si Sol sit in perigeo, adeoque distantia ejus à centro terræ minima ER. Quia ER, est talium partium 9676750. qualium EN, est 10323250. per problema sextum. Ideo dico:



Ut EN, 10323250. ad ſemidi. 1179, ita ER, 9676750. ad ſemid. 1105. 9'. 51".

Si Sol neque in apogeo, neque in perigeo ſit: Verbi-gratia, ſi ad O, conſiſtat:

Primum colligo, ut ſemper in promtu habeam ſemidiametros radii eccentrici LO, hoc modo:

Ut EN, 10323250. ad ſemid. 1179. ita LN, vel LO, 10000000. ad ſemid. 1142. 4'. 56".

Deinde, pro invenienda diſtantia Solis à centro terræ EO, dico per axioma ſecundum.

Ut

Ut LEO, 8. 31½. ad LO, semid. ita ELO, 8. gr. 48'.

Sinus 1482400. 1142. Sin. 1529858.

ad 178½. semid. terræ.

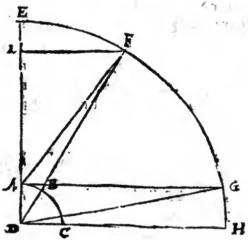
PROBLEMA DUODECIMUM.

Parallaxes Solis supputare.

Hîc duo requiruntur. 1. distantia Solis à vertice, in circulo, qui per polos horizontis. 2. distantia Solis à centro terræ, in linea recta à centro terræ ad Solem ducta. Distantia Solis à vertice, si non sit in ipso horizonte, reperitur per problema octavum libri primi. Et erit ad tempus supra datum 29. gr. 51'.

Distantia Solis à centro terræ reperitur per problema proximè præcedens. Et erit ad tempus modo dictum 1178½. semidiametrorum terræ.

His duobus datis, parallaxis Solis facilè supputatur maxima quidem, quæ circa horizontem contingit, per axioma 1. planorum, hoc modo:



Ut GD, 1178½. semid. terræ ad DA, 1. semid. terræ. ita GD. radius 10000000.

Ad DA, 8485. sinum anguli DGA, 2'. 55½".

Cæteræ verò, vel per axioma 3, hoc modo.

Latus DF, 1178½. semidiametri terræ.

Latus AD. — 1. semidiameter terræ.

Summa 1179½.

Differentia 1177½.

Angulus ADF, 29. gr. 51'.

Compl. ad 2. rectos 150. 9.

Dimidium — 75. gr. 4'. 30". Tangens 37516877.

Ergo:

Ut 1179½. ad 1177½. ita 37516877.

Ad 37453262. tangentem anguli 75. grad. 3'. 2". qui sublatus de angulo 75. grad. 4'. 30". relinquit parallaxin Solis AFD, o. grad. 1'. 28".

Vel per axioma primum, hoc modo.

ADF, 29. gr. 51'. Sinus LF, 4977310.

Sinus complementi LD, 8673314.

Sinus maximæ parallaxeos AD, 8485. Subtr.

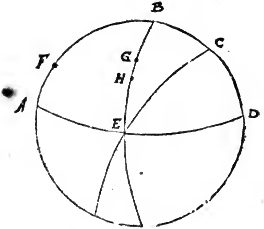
AL, 8664829.

Ut AL, 8664829, ad LF, 4977310. ita AL, 10000000. ad LF, 5744268. tangentem anguli LAF, 29. gr. 52'. 28". A quo demtus angulus LDF, 29. grad. 51'. relinquit angulum AFD, o. gr. 1'. 28". ut ante.

PROBLEMA DECIMUM TERTIUM.

Quomodo parallaxis Solis, longitudinem, vel latitudinem eius mutet, ostendere. Cop. lib. 4. cap. 26.

Si ver-

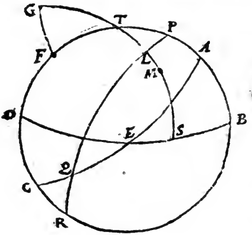


Si verticalis per Solem transiens sit ipse Signifer, tota parallaxis in longitudinem transit: eamq; minuit in quadrante Signiferi occidentali, auget in quadrante orientali. Sit enim Meridianus, idemq; colurus solstitiorum ABCD. Horizontis semicirculus occidentalis AED. Æquator CE. Signifer, idemq; circulus verticalis BE, polus Æquatoris F, polus Signiferi A, Locus Solis ad G, parallaxis GH, longitudo Solis EG.

Manifestum est longitudinem Solis EG, per parallaxin GH, quoad visum minui arcu GH Nunquam autem hoc cōtingere potest, nisi elevatio poli par sit maximæ declinationi Solis, & solstitium polo proximum in medio cœli existat.

¶ Si verticalis per Solem transiens sit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem transit: atque adeò latitudinem aliquam austrinam Soli conciliat.

Sit enim Meridianus ABCD, Horizontis semicirculus occidentalis BED. Æquator AEC, Signifer PQR, polus Æquatoris F, polus Signiferi G. polus Horizontis T, Sol ad L parallaxis



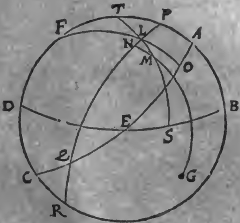
parallaxis Solis LM, verticalis per Solem transiens TLS. Signifero rectus ad L. Quia igitur verticalis TLS, est Signifero rectus, ideo per polos ejus transit: per 57. p. 1. Trig. Quia autem verticalis TLS, per polos Signiferi transit, ideo est unus è circulis latitudinum; per principia sphærica: ac proinde tota parallaxis LM, est quasi latitudo Solis austrina.

¶ Si verticalis per Solem transiens sit Signifero obliquus, parallaxis Solis partim longitudinem ejus mutat, partim latitudinem aliquam austrinam ipsi conciliat.

Sint enim cætera, ut ante, sed verticalis TLS, per Solem transiens jam sit Signifero obliquus. Et sit parallaxis LM, ac per locum Solis visum M, transeat circulus latitudinis GMN, angulis ad N rectis, per principia sphærica. Manifestum est, longitudinem Solis QL, hoc modo diminui arcu NL, & Solem videri in latitudine austrina NM.

¶ An autem angulus sectionis verticalis & signiferi, nempe angulus TLP, sit rectus an obliquus, id ita cognosces.

NOTA



NOTA est aut esse potest per antecedentia problemata ascensio recta Solis QO, quæ composita cum arcu horario dato OA, constituit arcum QA, cujus complementum ad semicirculum est arcus QC. Quo noto, quia in Triangulo QCR, præterea etiam angulus maximæ declinationis ♋ QR notus est, & angulus ad C, rectus: ideo dico:

I. Ut radius ad tangentem CQR, ita sinus QC, ad tangentem arcus CR, cui ex opposito æquatur arcus PA, quo demto de arcu AT, (qui arcus par est elevationi poli DF.) relinquitur arcus TP, per ax. 2. sphær.

II. Notis in Triangulo QCK, lateribus QC, & CR, includentibus rectum QCR, inquiro latus tertium QR, per axioma quartum. Idq; compono cum longitudine Solis data QL. Unde innotescit complementum ad semicirculum LP.

III. In eodem Triangulo QCR, dico:

Ut QR, sinus ad QCR, radium, ita QC, sinus ad QRC, sinum per ax. 3. cui angulo QRC, ex opposito æquatur angulus LPT, per 59. p. 1.

IV. Ut LT, ad LPT, ita TP, ad TLP, per ax. 3. sphær.

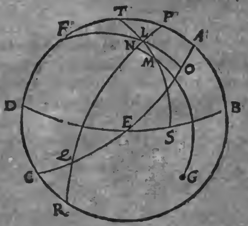
EXEMPLUM. Ad tempus supra datum longitudo Solis QL, erit 107.56'.37''½. declinatio LO, 22. gr. 15'. 44''. ascensio recta QO, 109. gr. 26'. 40''. angulus horarius LFT, sive arcus OA, respectu Meridiani Heidelbergensis 15. gr. 15'. Quæ duo simul sumta efficiunt arcum QA, 124. gr. 41'. 40''. cujus complementum ad semicirculum QC, est 55. gr. 18'. 20''. Angulus autem maximæ declinationis CQR, est 23. gr. 28'.

Dico igitur:

I. Ut radius ad tãg. CQR, 23. gr. 28' ita sinus CQ, 55. gr. 18'. 20''.

10000000. 4341208. 8221992.

Ad 3569337: tangentem arcus CR, 19. gr. 38'. 35''. per ax. 2: subtracto autem CR, hoc est, AP, de elevatione poli AT, 49. gr. 35'. relinquitur arcus TP, 29. gr. 56'. 25''.



II. CR

II. CR, 19.gr.38'.35". — 19.gr.38'.35".
QC, 55. 18.20. — 34. 41.40.

74.	56.	55.	54.	20.	15.	8124653.
15.	3.	5.	—	—		2596853.
						110721506.
						55360753.

Sinus arcus 32. gr. 25'. cujus complementum 57. gr. 35'. est arcus QR. Qui arcus compositus cum longitudine Solis QL, efficit arcum RL, 165. gr. 31'.37"½. cujus complem. ad semicirculum est arcus LP, 14. grad. 28'. 22"½. per axiom. 4. sphæric.

III. Ut QR, 57.gr.35'. ad CQR, rad. ita QC, 55.gr.18'.20".

8441720.	10000000.	8221992.

Ad QRC, sive LPT, 97402. sinum anguli 76.gr.53'.55". per axiom. 3.

IV. Ut LT, 29.gr.51'. ad LPT, 76.gr.54'.40". ita PT, 29.gr.56'22".

4977310.	9740199.	4990844.

Ad 9766684. sinum anguli TLP, 77. grad. 35'. 55". per axiom. 3.

Ergo angulus TLP, sectionis verticalis cum Signifero in hoc exemplo non est rectus: ac proinde parallaxis LM, partim longitudinem, partim latitudinem Solis mutat. Longitudinem minuit arcu NL, latitudinem austrinam Soli conciliat, arcum NM, qui duo arcus porrò facilè reperiuntur, hoc modo.

In Triangulo NLM.

I. Ut LNM, rect⁹ ad LM, parallaxin 1'.28". ita NLM, 77.gr.35'.55".

10000000.	Sin. 4264.	9766684.

Ad 4164, sinum arcus NM, 1'.26". quæ erit visa latitudo Solis austrina ad tempus supra datum.

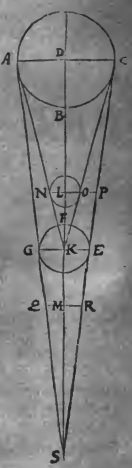
II. Ut Tāg. NLM, 77. gr. 35'. 55". ad rad.

454826. 10000000.

Ita tangens MN, 1'. 26".

4164.

Ad 916. ſinum arcus NL 18'. qui arcus ſubtractus à vera longitudine Solis 107. gr. 56'. 37½. relinquit viſam longitudinē Solis 107. gr. 56'. 19"½. per ax. 2.



PROBLEMA XIV.

Data vera diametro Solis, unà cum diſtātia Solis à centro terræ, apparentem diametrū Solis per numeros invenire.

Vera ſemidiameter Solis ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 5. gr. 27'. ferè.

Diſtantia autem Solis à centro terræ ad tempus nuper conſtitutum erit 1178½. ſemidiametrorum terrę per problem. 12. Dico igitur:

Ut KD, 1178½. ad DC, 5. gr. 27'.

70710. ſcr. 327. ſcr.

Ita KD, radius 10000000,

Ad DC, 46245. tangentem anguli DKC, 15'. 54". Ergo apparens diameter Solis tum erit 31'. 48".

F I N I S.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

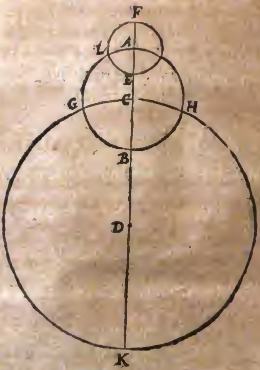
PROBLEMATUM ASTRONOMICORVM

LIBER QUINTUS.

De motu Lunæ proprio.

PROTHEORIA.

SOL unicum habet motum, nempe longitudinis. Semper enim versatur sub Ecliptica. Reliqui planetæ duplicem habent motum, unum longitudinis, alterum latitudinis. Nã ut via Solis ad Æquatorem est obliqua: ita viæ reliquorum planetarum ad viam Solis sunt obliquæ. Igitur Lunæ & longitudinis & latitudinis motus seorsim est explicandus. Motus longitudinis Lunæ est ab occasu in ortum, ut omnis omnium stellarum motus proprius. Etsi autem per se proculdubio est æqualis: nobis tamen apparet inæqualis. Causam inæqualitatis alii aliam excogitarunt. Copernicus affingit motui longitudinis Lunæ duos epicyclos. Iuxta cujus sententiam, sit circulus mundo concentricus, at Eclipticæ pro latitudine Lunæ obliquus GCHK, centrum ejus & simul centrum terræ D. Dimetiens FEDK, epicyclus primus AB, secundus EF. Et centrum quidem epicycli primi C, moveatur secundum or-



dinem ſignorum à C, in H, ſic ut tempore menſtruo totum circulum CHKG, obeat. Centrum verò epicycli ſecundi A, in circumferentia epicycli primi moveatur motu contrario ab A, in G, paulò celerius, quam centrum epicycli primi. Luna denique ipſa, moveatur in circumferentia epicycli ſecundi ab E, in L, motu ad motum circuli CH, duplo: ſic, ut quando linea FED, eſt cum loco Solis medio (hoc eſt, in conjunctionibus & oppoſitionibus Solis & Lunæ.) Luna ſit centro C proxima, hoc eſt, in E, conſtituta: in quadraturis autem remotiſſima, hoc eſt, in F, conſtituta. His ita

poſi tis,

positis, motus longitudinis Lunæ declarari, & ratio apparentis circa motum illum inæqualitatis reddi poterit. Motus latitudinis Lunæ nihil aliud est, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ: quos nodos vulgò vocant caput & caudam Draconis. Moventur autem illi nodi contra signorum ordinem, prorsus, ut nodi Eclipticæ & Æquatoris. Itaq; hic nulla nova theoria est opus.

PROBLEMA PRIMUM.

Medium sive æqualem motum longitudinis Lunæ à Sole (hoc est, motum puncti C in H, &c.) ad quodvis datum tempus colligere. Cop. lib. 4. cap. 41.

Motus longitudinis Lunæ, ut & reliquorum 5. planetarum, primum deducitur à Sole. Deinde collatione facta cum motu Solis, facilè ejus locus, vel à prima stella Arietis, vel ab æquinoctio verno reperitur.

Est autem periodus cursus Lunæ à Sole dierum 29. scrupulorum $31'.50''.7'''.52''''.57'''''$.

Unde conficitur

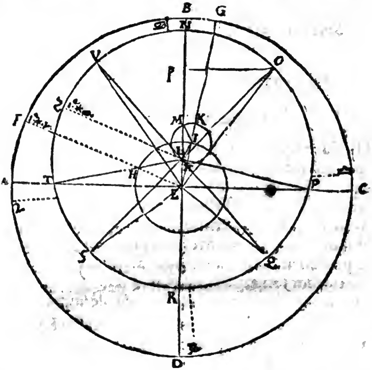
Motus ejus annuus		$1^{ss}.14^{s}.9.gr.37'.22''.30'''.25''''$.
Motus diurnus	—	12. 11. 26. 41. 31.
Motus horarius	—	30. 28. 36. 44.

Et fuit tempore N.C. motus Lunæ à Sole 3^{s}. 29. gr. 58′.

Ex quibus ita sumtis, æqualem motum Lunæ ad tempus supra datum colligo hoc modo.

II. Sex. an.		Sex. anni.
1. — $1^{ss}.14^{s}.9^{s}.37.gr.22'.36''.25'''$.	—	26. 40.
24. 43. 12. 27. 32. 8. 20.		20. 20.
6. 10. 48. 6. 53. 2. 5.		5. 20.
49. 26. 24. 55. 4. 10.		1.
36. 42. 51. 6.		

II. Sex.



Ut EN, 10323250. ad ſemidi. 1170, ita ER, 9676750. ad ſemid. 1105. 9'. 51".

Si Sol neque in apogeo, neque in perigeo ſit: Verbigratia, ſi ad O, conſiſtat:

Primum colligo, ut ſemper in promtu habeam ſemidiametros radii eccentrici LO, hoc modo:

Ut EN, 10323250. ad ſemid. 1170: ita LN, vel LO, 10000000, ad ſemid. 1142. 4'. 56".

Deinde, pro invenienda diſtantia Solis à centro terræ EO, dico per axioma ſecundum.

Ut

Ut LEO, 8. 31½. ad LO, femid. ita ELO, 8. gr. 48'.

Sinus 1482400. 1142. Sin. 1529858.
ad 1178½. femid. terræ.

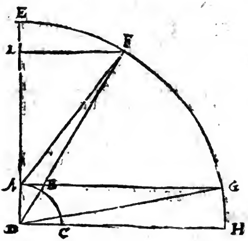
PROBLEMA DUODECIMUM.

Parallaxes Solis fupputare.

Hîc duo requiruntur. 1. diftantia Solis à vertice, in circulo, qui per polos horizontis. 2. diftantia Solis à centro terræ, in linea recta à centro terræ ad Solem ducta. Diftantia Solis à vertice, fi non fit in ipfo horizonte, reperitur per problema octavum libri primi. Et erit ad tempus fupra datum 29. gr. 51'.

Diftantia Solis à centro terræ reperitur per problema proximè præcedens. Et erit ad tempus modo dictum 1178½. femidiametrorum terræ.

His duobus datis, parallaxis Solis facilè fupputatur maxima quidem, quæ circa horizontem contingit, per axioma 1. planorum, hoc modo:



Ut GD, 1178½. semid. terræ ad DA, 1. semid. terræ. ita GD. radius 10000000.

Ad DA, 8485. sinum anguli DGA, 2'. 55½''.

Cæteræ verò, vel per axioma 3. hoc modo.

Latus DF, 1178½. semidiametri terræ.
Latus AD. — 1. semidiameter terræ.

Summa 1179½.
Differentia 1177½.
Angulus ADF, 29. gr. 51'.
Compl. ad 2. rectos 150. 9.
Dimidium — 75. gr. 4'. 30''. Tangens 37516877.
Ergo:

Ut 1179½. ad 1177½. ita 37516877.

Ad 37453262. tangentem anguli 75. grad. 3'. 2''. qui sublatus de angulo 75. grad. 4'. 30''. relinquit parallaxin Solis AFD, 0. grad. 1'. 28''.

Vel per axioma primum, hoc modo.

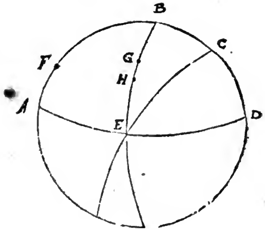
ADF, 29. gr. 51'. Sinus LF, 4977310.
Sinus complementi LD, 8673314.
Sinus maximæ parallaxeos AD, 8485. Subtr.
AL, 8664829.

Ut AL, 8664829, ad LF, 4977310. ita AL, 10000000. ad LF, 5744268. tangentem anguli LAF, 29. gr. 52'. 28''. A quo demtus angulus LDF, 29. grad. 51'. relinquit angulum AFD, 0. gr. 1'. 28''. ut ante.

PROBLEMA DECIMUM TERTIUM.

Quomodo parallaxis Solis, longitudinem, vel latitudinem eius mutet, ostendere. Cop. lib. 4. cap. 26.

Si ver-

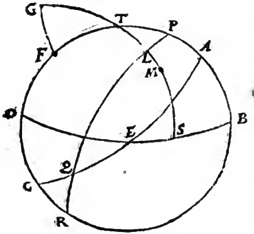


Si verticalis per Solem transiens sit ipse Signifer, tota parallaxis in longitudinem transit: eamq; minuit in quadrante Signiferi occidentali, auget in quadrante orientali. Sit enim Meridianus, idemq; colurus solstitiorum ABCD. Horizontis semicirculus occidentalis AED. Æquator CE. Signifer, idemq; circulus verticalis BE, polus Æquatoris F, polus Signiferi A, Locus Solis ad G, parallaxis GH, longitudo Solis EG.

Manifestum est longitudinem Solis EG, per parallaxin GH, quoad visum minui arcu GH Nunquam autem hoc cõtingere potest, nisi elevatio poli par sit maximæ declinationi Solis, & solstitium polo proximum in medio cœli existat.

¶ Si verticalis per Solem transiens sit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem transit: atque adeò latitudinem aliquam austrinam Soli conciliat.

Sit enim Meridianus ABCD, Horizontis semicirculus occidentalis BED. Æquator AEC, Signifer PQR, polus Æquatoris F, polus Signiferi G. polus Horizontis T, Sol ad L parallaxis



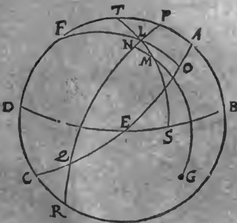
parallaxis Solis LM, verticalis per Solem transiens TLS. Signifero rectus ad L. Quia igitur verticalis TLS, est Signifero rectus, ideo per polos ejus transit: per 57. p. 1. Trig. Quia autem verticalis TLS, per polos Signiferi transit, ideo est unus è circulis latitudinum; per principia sphærica: ac proinde tota parallaxis LM, est quasi latitudo Solis austrina.

¶ Si verticalis per Solem transiens sit Signifero obliquus, parallaxis Solis partim longitudinem ejus mutat, partim latitudinem aliquam austrinam ipsi conciliat.

Sint enim cætera, ut ante, sed verticalis TLS, per Solem transiens jam sit Signifero obliquus. Et sit parallaxis LM, ac per locum Solis visum M, transeat circulus latitudinis GMN, angulis ad N rectis, per principia sphærica. Manifestum est, longitudinem Solis QL, hoc modo diminui arcu NL, & Solem videri in latitudine austrina NM.

¶ An autem angulus sectionis verticalis & signiferi, nempe angulus TLP, sit rectus an obliquus, id ita cognosces.

NOTA



NOTA est aut esse potest per antecedentia problemata ascensio recta Solis QO, quæ composita cum arcu horario dato OA, constituit arcum QA, cujus complementum ad semicirculum est arcus QC. Quo noto, quia in Triangulo QCR, præterea etiam angulus maximæ declinationis C QR notus est, & angulus ad C, rectus: ideo dico:

I. Ut radius ad tangentem CQR, ita sinus QC, ad tangentem arcus CR, cui ex opposito æquatur arcus PA, quo demto de arcu AT, (qui arcus par est elevationi poli DF.) relinquitur arcus TP, per ax. 2. sphær.

II. Notis in Triangulo QCK, lateribus QC, & CR, includentibus rectum QCR, inquiro latus tertium QR, per axioma quartum. Idq; compono cum longitudine Solis data QL. Unde innotescit complementum ad semicirculum LP.

III. In eodem Triangulo QCR, dico:

Ut QR, sinus ad QCR, radium, ita QC, sinus ad QRC, sinum per ax. 3. cui angulo QRC, ex opposito æquatur angulus LPT, per 59. p. 1.

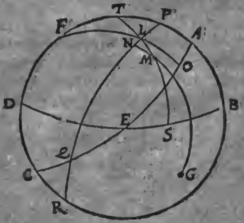
IV. Ut LT, ad LPT, ita TP, ad TLP, per ax. 3. sphær.

EXEMPLUM. Ad tempus supra datum longitudo Solis QL, erit 107.56'.37"½. declinatio LO, 22. gr. 15'. 44". ascensio recta QO, 109. gr. 26'. 40". angulus horarius LFT, sive arcus OA, respectu Meridiani Heidelbergensis 15. gr. 15'. Quæ duo simul sumta efficiunt arcum QA, 124. gr. 41'. 40". cujus complementum ad semicirculum QC, est 55. gr. 18'. 20". Angulus autem maximæ declinationis CQR, est 23. gr. 28'.

Dico igitur:

I. Ut radius ad tāg. CQR, 23. gr. 28'	ita sinus CQ, 55. gr. 18'. 20".	
10000000.	4341208.	8221992.

Ad 3569337. tangentem arcus CR, 19. gr. 38'. 35". per ax. 2: subtracto autem CR, hoc est, AP, de elevatione poli AT, 49. gr. 35'. relinquitur arcus TP, 29. gr. 56'. 25".



II. CR.

II. CR, 19. gr. 38′ 35″.		—	19. gr. 38′ 35″.			
QC, 55.	18. 20.	—	34.	41. 40.		
74.	56. 55.		54.	20. 15.	8124653.	
15.	3. 5.	—	—		2596853.	
					110721506.	
					55360753.	

Sinus arcus 32. gr. 25′. cujus complementum 57. gr. 35′. est arcus QR. Qui arcus compositus cum longitudine Solis QL, efficit arcum RL, 165. gr. 31′. 37″½. cujus complem. ad semicirculum est arcus LP, 14. grad. 28′. 22″½. per axiom. 4. sphæric.

III. Ut QR, 57. gr. 35′. ad CQR, rad. ita QC, 55. gr. 18′. 20″.

8441720.	10000000.	8221992.

Ad QRC, sive LPT, 97402. sinum anguli 76. gr. 53′. 55″. per axiom. 3.

IV. Ut LT, 29. gr. 51′. ad LPT, 76. gr. 54′. 40″. ita PT, 29. gr. 56′ 22″.

4977310.	9740199.	4990844.

Ad 9766684. sinum anguli TLP, 77. grad. 35′. 55″. per axiom. 3.

Ergo angulus TLP, sectionis verticalis cum Signifero in hoc exemplo non est rectus: ac proinde parallaxis LM, partim longitudinem, partim latitudinem Solis mutat. Longitudinem minuit arcu NL, latitudinem austrinam Soli conciliat, arcum NM, qui duo arcus porrò facilè reperiuntur, hoc modo.

In Triangulo NLM.

I. Ut LNM, rect⁹ ad LM, parallaxin 1′. 28″. ita NLM, 77. gr. 35′. 55″.

10000000.	Sin. 4264.	9766684.

Ad 4164, sinum arcus NM, 1′. 26″. quæ erit visa latitudo Solis austrina ad tempus supra datum.

II. Ut Tāg. NLM, 77. gr. 35'. 55". ad rad.

454826. 10000000.

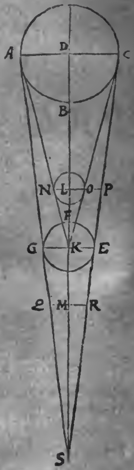
Ita tangens MN, 1'. 26".

4164.

Ad 916. ſinum arcus NL 18'. qui arcus ſubtractus à vera longitudine Solis 107. gr. 56'. 37½. relinquit viſam longitudinē Solis 107. gr. 56'. 19"½. per ax. 2.

PROBLEMA XIV.

Data vera diametro Solis, unà cum diſtātia Solis à centro terræ, apparentem diametrū Solis per numeros invenire.



Vera ſemidiameter Solis ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 5. gr. 27'. ferè.

Diſtantia autem Solis à centro terræ ad tempus nuper conſtitutum erit 1178½. ſemidiametrorum terrę per problem. 12. Dico igitur:

Ut KD, 1178½. ad DC, 5. gr. 27'.

70710. ſcr. 327. ſcr.

Ita KD, radius 10000000.

Ad DC, 46245. tangentem anguli DKC, 15'. 54". Ergo apparens diameter Solis tum erit 31'. 48".

FINIS.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM
ASTRONOMICORVM

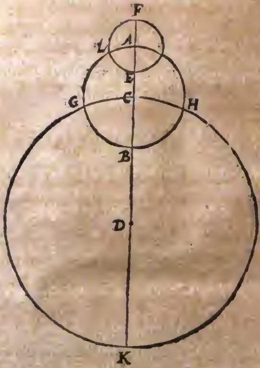
Liber Quintus.

De motu Lunæ proprio.

PROTHEORIA.

SOL unicum habet motum, nempe longitudinis. Semper enim versatur sub Ecliptica. Reliqui planetæ duplicem habent motum, unum longitudinis, alterum latitudinis. Nā ut via Solis ad Æquatorem est obliqua: ita viæ reliquorum planetarum ad viam Solis sunt obliquæ. Igitur Lunæ & longitudinis & latitudinis motus seorsim est explicandus. Motus longitudinis Lunæ est ab occasu in ortum, ut omnis omnium stellarum motus proprius. Etsi autem per se proculdubio est æqualis: nobis tamen apparet inæqualis. Causam inæqualitatis alii aliam excogitarunt. Copernicus affingit motui longitudinis Lunæ duos epicyclos. Iuxta cujus sententiam, sit circulus mundo concentricus, at Eclipticæ pro latitudine Lunæ obliquus GCHK, centrum ejus & simul centrum terræ D. Dimetiens FEDK, epicyclus primus AB, secundus EF. Et centrum quidem epicycli primi C, moveatur secundum or-

 dinem



dinem ſignorum à C, in H, ſic ut tempore menſtruo totum circulum CHKG, obeat. Centrum verò epicycli ſecundi A, in circumferentia epicycli primi moveatur motu contrario ab A, in G, paulò celerius, quam centrum epicycli primi. Luna denique ipſa, moveatur in circumferentia epicycli ſecundi ab E, in L, motu ad motum circuli CH, duplo: ſic, ut quando linea FED, eſt cum loco Solis medio (hoc eſt, in conjunctionibus & oppoſitionibus Solis & Lunæ.) Luna ſit centro C proxima, hoc eſt, in E, conſtituta: in quadraturis autem remotiſſima, hoc eſt, in F, conſtituta. His ita

poſitis,

positis, motus longitudinis Lunæ declarari, & ratio apparentis circa motum illum inæqualitatis reddi poterit. Motus latitudinis Lunæ nihil aliud est, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ: quos nodos vulgò vocant caput & caudam Draconis. Moventur autem illi nodi contra signorum ordinem, prorsus, ut nodi Eclipticæ & Æquatoris. Itaq; hic nulla nova theoria est opus.

PROBLEMA PRIMUM.

Medium sive æqualem motum longitudinis Lunæ à Sole (hoc est, motum puncti C in H, &c.) ad quodvis datum tempus colligere. Cop. lib. 4. cap. 41.

Motus longitudinis Lunæ, ut & reliquorum 5. planetarum, primum deducitur à Sole. Deinde collatione facta cum motu Solis, facilè ejus locus, vel à prima stella Arietis, vel ab æquinoctio verno reperitur.

Est autem periodus cursus Lunæ à Sole dierum 29. scrupulorum 31′. 50″. 7‴. 52⁗. 57′′′′′.

Unde conficitur

Motus ejus annuus	1ˢ. 14ˢ. 9. gr. 37′. 22″. 30‴. 25⁗.
Motus diurnus	— 12. 11. 26. 41. 31.
Motus horarius	— 30. 28. 36. 44.

Et fuit tempore N. C. motus Lunæ à Sole 3ˢ. 29. gr. 58′.

Ex quibus ita sumtis, æqualem motum Lunæ ad tempus supra datum colligo hoc modo.

II. Sex. an.		Sex. anni.
1. —	1ˢ. 14ˢ. 9ˢ. 37. gr. 22′. 30″. 25‴.	— 26. 40.
	24. 43. 12. 27. 32. 8. 20.	20. 20.
	6. 10. 48. 6. 53. 2. 5.	5. 20.
	49. 26. 24. 55. 4. 16.	1.
	36. 42. 51. 6.	

II. Sex.

II. Sex. d. — Sex. d. scr.

1. — 12`. 11. gr. 26′. 41″. 31‴. — 3. 35. 35′. 6″. 20‴.

36. 34. 20. 4. 33. — 30. 30.
6. 5. 43. 20. 45. 30. — 5. 5.
1. 0. 57. 13. 27. 35. Nota 6″. 20‴. scrupula die-
6. 5. 43. 20. 45. erum sunt 2′. 32″. scrupula
1. 0. 57. 13. 27. horaria per correctionẽ
1. 13. 8. 40. inæqualitatis dierum civi-
4. 3. 48. lium li. 4. probl. 9. reperta.

1. 48. 8. 36. 32. 45. Motus dierum.
0. 36. 42. 51. 6. 0. Motus annorum.
3. 29. 58. Radix.
5`. 54. gr. 49′. 27″. 38‴. 45⁗. Summa. Motus æqualis Lunæ à Sole, ad tempus supra datum.

PROBLEMA SECUNDUM.

Æqualem motum anomaliæ lunaris, sive æqualem motum epicycli primi, nempe puncti A, in G, &c. ad quodvis datum tempus invenire. Copern. lib. 4. cap. 4.

Æqualis motus anomaliæ Lunaris, sive Epicycli primi annuus est — 1`. 19`. 28. gr. 43′. 9″. 7‴. 15⁗.
diurnus — 13. 3. 53. 57. 1.
horarius — — 32. 39. 44. 52.

Et fuit tempore N. C. 3`. 27. gr. 7′.

Hinc pro tempore dato motus æqualis anomaliæ lunaris colligitur hoc modo:

I. Sex.

I. Sex. an.

1. — 1ˢ. 10ˢ. 28ˢ. 43.gr. 9'. 7''. 15'''. — 26.40.

26. 29. 34. 23. 2.25. 0. 20.20.
6. 37. 23. 35. 45.36.15. 5.20.
26. 29. 34. 23.2.25. 1.
26. 29. 34. 23. 2.25.

1. 50. 43.13.20.

II. Sex. d. Sex. d.

1. — 13ˢ. 3.gr.53'.57''. 1'''. — 3.35.35'.6''. 20'''.

39.11. 41 51. 3.
6.31. 56.58.30.30.
1. 5. 19 29.45. 5.
6. 31.56 58 30.
1. 5.19.29.45.
1.18.23 23.
6 31.56.

4ˢ.56.gr.37'. 0''.42'''.9''''. Motus dierum.
1.50. 43.13.20. 0. Motus annorum.
3.27. 7. Radix.

4ˢ.14.gr.27'.14''.2'''.0''''. Motus æqualis anomaliæ lunaris ad tempus ſupra datum.

PROBLEMA TERTIUM.

Æqualem motum epicycli ſecundi, nempe puncti E, verſus L. reperire.

Æqualis motus epicycli ſecundi, ut in Protheoria dixim⁹, eſt ad æqualem motum Lunæ duplus. Atqui æqualis motus Lunæ ad tempus ſupra datum erat.

5ˢ.54.gr. 49'.27''.38'''. 45''''.

hh Ergo

Ergo æqualis motus epicycli ſecundi, ab E in L, ad tempus ſupra datum, abjectis integris circulis, eſt.

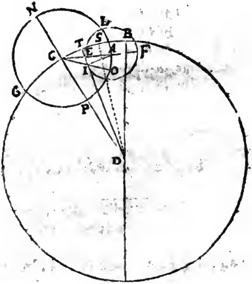
5ˢ.49.gr.38′.55″.17‴.30⁗.

Id eſt:

349.gr.38′.55″.

PROBLEMA QUARTUM.

Proſthaphæreſes epicycli ſecundi ſupputare. Copern. lib. 4. cap. 11.



Proſthaphæreſis epicycli ſecundi, exempli gratia, eſt angulus ACI vel ACO, ad quem inveniendum præter æqualem motum puncti E, unde innoteſcit angulus EAI, prorſus ut in Sole, hæc duo requiruntur.

1. Notitia mediæ eccentricitatis Lunæ, ſive notitia radii epicycli primi CA.

2. Noti-

2. Notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem Lunæ, sive notitia radii epicycli secundi AF, vel AE, vel AI.

Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Lunæ, sive rectam CF, esse partium 1334. qualium DC, sit 10000. Minimam verò eccentricitatem, sive rectam CE, esse partium earundem 860. Est ergo media eccentricitas CA, partium 1097. differentia inter maximam & mediam eccentricitatem AF, vel AE, vel AI. partium 237.

Quibus ita hoc loco sumtis (demonstrationes enim Copernici huc transcribere nimis prolixum foret) in Triangulo CAI, nota sunt duo latera CA, & AI, includentia angulum notum CAI. Solvo igitur Triangulum CAI, per axioma 3. planorum hoc modo.

CA,	1097.	Motus ELFI, 349. gr. 39'. per probl. 3.
AI,	237.	Compl. IE, vel IAE, 10. 21.
Summa	1334.	Summa angulorum A, & C, 169. 39.
Differentia	860.	Dimidium summæ 84. 49. 30".

Ut summa laterum CA, & AI, ad differentiam eorundem.

1334. 860.

Ita tangens 84. gr. 49'. 30".

110415249.

Ad 7118$\,$2244. tangentem anguli 82. gr. 0'. 11". quo sublato de angulo 84. gr. 49'. 30". relinquitur angulus, quæsitus ALI, 2. gr. 49'. 19". qui angulus quia consistit citra medium motum epicycli primi, sive puncti A, idcirco est ab eodem medio motu auferendus: & hîc, & in toto semicirculo posteriore FIE. At in semicirculo priore ELF, esset ad medium motum addendus.

Atqui medius motus epicycli primi supra inventus.

hh 2 NGA,

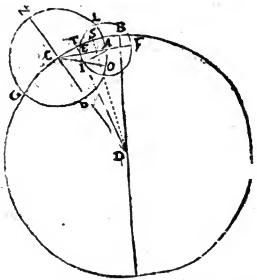
NGA, erat — 254. 27'.14".
Ergo si inde auferas ECI, sive OA, 2.gr.49.19.

Relinquitur verus motus
epicycli primi NGO. 25. 37.55".
Ejusque complementum ad integrum circulum ON, 108. gr. 22'. 5".
Et hujus complementum ad semicirculum OP, 71.37.55".

PROBLEMA QUINTUM.

Eccentricitatem Lunæ, sive quantitatem radii epicycli primi ad datum tempus invenire.

Eccentricitas Lunæ ad datum supra tempus erit recta CI.



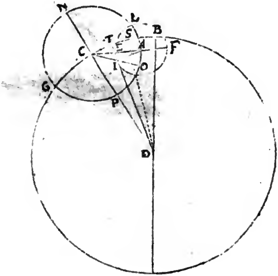
Iam in Triangulo CAI, per problema præcedens noti sunt omnes anguli, & præterea latera duo CA, & AI. Igitur inde

inde colligo latus tertium: per 2. axioma Triangulorum planorum hoc modo.

Ut ACI, 2. grad. 45'. 19''. ad AI, ita CAI, 10. 21.
492323. 237. 1796607,
Ad CI, 865. ferè.

PROBLEMA SEXTUM.

Prosthaphæreses epicycli primi supputare.



Prosthaphæresis epicycli primi, verbi gratia, est angulus CDI, qui angulus & ipse reperitur per axioma 3. hoc modo.

In Triangulo CDI, nota sunt:

1. Latus CD, 10000.

2. Latus CI, 865. per problema 5.

eorumq; summa 10865.

Et differentia 9135.

3. Angulus DCI, 71. grad. 37'. 55". ferè per problem. 4.

Et reliquorum duorum summa 108. 22. 5".

ejusque summæ dimidium 54. 11. 2½.

Dico igitur:

Ut summa CD,&CI,	ad differentiam:	ita tangens 45.gr.11'.2"½.
10865.	9135.	13857198.

Ad 11650759. tangentem anguli 49. gr. 21'. 36". quo sublato de angulo 54. gr. 11'. 2"½. relinquitur angulus CDI, 4. gr. 49'. 26"½. qui angulus, quoniam ultra lineam medii motus Lunæ CD consistit, ideo est ad medium illum Lunæ motum addendus: ut semper in semicirculo posteriore PLN. Auferendus autem esset, in semicirculo priore NGP, quia tunc citra lineam medii motus Lunæ CD, consisteret.

Medius motus Lunæ. 354.gr. 49'. 27"½. per probl. 1.

Prosthaphæresis addenda. 4. 49. 26½.

Summa 359. 38. 54. Verus motus Lunæ à medio loco Solis, ad tempus supra datum.

Cui si adjeceris medium motum Solis ab æquinoctio verno 107. grad. 56'. 37"½. & de summa integrum circulum, nempe 360. gr. abjeceris, habebis verum locum Lunæ ab æquinoctio verno 107. gr. 35'. 31"½.

PRO-

PROBLEMA SEPTIMUM.

Motum latitudinis Lunæ ad quodcunq; datum tempus invenire. Copern. lib. 4. cap. 4.

Motus latitudinis Lunæ revera nihil aliud eſt, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ, contra ordinem ſignorum: prorſus, ut motus præceſſionis Æquinoctiorum. Sed Copernicus pro motu nodorum contra ordinem Signorum, ad calculum aſſumit diſtantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis ſecundum ordinem ſignorum, & iſtam diſtantiam vocat motum latitudinis Lunæ. Quæ diſtantia, quia nihil aliud eſt, quam arcus ex motu nodorum & medio motu longitudinis Lunæ compoſitus, ideo illi perinde ut medio motui longitudinis Lunæ, proſthaphæreſis longitudinis Lunæ, ſive proſthaphæreſis epicycli primi Lunæ eſt vel addenda, vel demenda.

Cæterùm, motus nodorum contra ordinem ſignorum annuus eſt, 19. gr. 5′. 22″. 41‴. Motus autem longitudinis Lunæ annuus eſt. 2ˢ. 9. gr. 37′. 22″. 36‴.

Hinc componitur motus latitudinis Lunæ annuus 2ˢ. 28. gr. 42′. 45″. 17‴. 2⁗. & inde

elicitur motus diurnus	0. 13.	13.	45.	39.	29.
& motus horarius		33.	4.	24.	8.

Radix autem illius motus tempore Nativitatis Chriſti fuit 2ˢ. 9. gr. 45′.

Ad tempus igitur ſupra datum motus medius latitudinis Lunæ colligitur hoc modo, & talis invenitur, ut ſequitur.

1. Sex.

1. Sex. — 2.28.42 gr. 45′.17″.21‴. — 26. Sex. 40. Anni.

	49. 34. 15.	5.47. 0.	20.	20.
	12. 23. 33.	46.26.45.	5.	20.
	49.34.	15. 5.47.		
	49. 34.	15. 5.47.		
Sex.	5.40.	7.42.40.	Sex. D.	

1. — 13.13. gr. 45′.30″.29‴. — 3.35.35′.6″.20‴.

39.41.	16 58. 27.	30.30.	
6 36.	52.49 44 30.	5. 5.	
1. 6.	8.48.17.25.		
6.	36 52.49.44.		
1.	6. 8.48.17.		
	1. 19.22.33.		
	4 24.34.		
5.32. gr. 3′.	1″.54‴.3⁗.	Motus dierum.	
5.40.	7.42.40. 0.	Motus annorum.	
2. 9.	45.	Radix.	
1.21.	55.44″.34.3.	Summa.	

Æqualis motus latitudinis Lunæ, ſive, media diſtantia Lunæ, à limite boreo maximæ latitudinis, ſecundum ordinem ſignorum. Cui motui ſi addideris proſthaphæreſin longitudinis Lunæ 4. gr. 49′. 26″ $\frac{1}{2}$. habebis veram diſtantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis, ad tempus ſupra datum 86. gr. 45′. 11″. Ex qua diſtantia liquet, Lunam adhuc eſſe in latitudine borea: & diſtare à cauda Draconis, gradib⁹ 3. ſcrupulis 14′. 49″.

PROBLEMA OCTAVUM.

Ipſam latitudinem Lunæ ſupputare.

Fit hæc ſupputatio prorſus, ut ſupputatio declinationum Solis, compendioſiſſimè per axioma quartum, hoc modo:

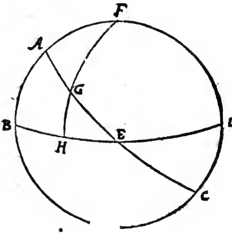
Compl.

Compl.maximæ latitud. 85.gr. 0'. 0". 85. 0. 0".
Motus latitudinis 86. 45'.11". 3.14.49".

171. 45.11".88.14.49.—9995320.
Exc.81. 45.11'. — — 9896590.
98730.
49365.

Sinus arcus 0. gr. 16'. 58". qui arcus eſt ipſa latitudo Lunæ, ad tempus ſupradictum.

Quod ſi quis axiomate quarto uti nolit, utatur primo, vel tertio hoc modo.



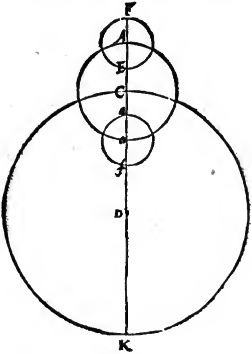
Ut EA, quadrans ad AB, maximam latitudinem Lunæ 5. gr. ita EG. diſtantia à cauda Draconis, ſive complementum motus latitudinis, ad GH. latitudinem, per ax. 1. vel

Ut GHE, ad GE, ita GHE, ad GH, &c. per axiom. 3.

PROBLEMA NONUM.

Diſtantiam Lunæ à centro terræ ſupputare. Cop. lib. 4. cap. 17.

 Diſtan-



Diſtantia Lunæ à centro terræ media DC, ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 6o.ſcr.18. Hinc cæteræ diſtantiæ Lunæ à centro terræ, ita ſupputantur.

Si Luna ſit in linea medii motus Solis, ſive circa punctum C, ſive circa punctum K, & primùm, ſi conſiſtat ad F. Dico:

Ut DC, 10000. ad DC, 60. 18′. ſemid. ita CF, 1334. per probl. 4.

Ad CF, 8. 2′. ſemid. terræ: quibus additis ad DC, 60. 18. efficitur DF, 68. 20′.

Deinde, ſi conſiſtat ad E. Dico:

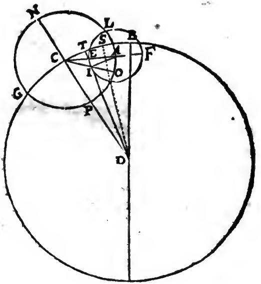
Ut DC,

Ut DC, 10000. ad DC, 60. 18'. ſemid. ita CE, 860. per probl. 4. 15. 3.

Ad CE, 5.11'. ſemid.terræ, quibus additis ad DC, 60.18'. efficitur DE, 65.gr.29'. ſemid. terræ.

Porrò, ſi conſiſtat ad E.

Ablata recta EC, quæ eſt æqualis rectæ CE. 5. 11'. ſemid. de recta DC, 60.18'. relinquit rectam DE, 55.gr. 7'. ſemid. Deniq; ſi conſiſtat ad F.



Ablata recta CF, quæ eſt æqualis rectæ CF, 8.gr.2'. ſemid. de recta DC, 60.gr.18'. relinquit rectam DF, 52.gr.16'. ſemid. Si vero Luna non ſit in linea medii motus Solis, diſtantia ejus à centro terræ ita ſupputatur.

EXEMPLI gratia: ad tempus ſupra datum, in Triangulo CDI, angulus ICD, 71. gr. 37'. 55". per probl. 4. CDI, 4. gr. 49'. 26"½. per probl. 6. Ii 2 Sum-

Summa utriusq; anguli 76.gr.27'.21"½. Et illius summæ cõplementum ad duos rectos CID, 103. gr. 32'. 38"½. Sed cujus idem est sinus, qui complementi sui 76.gr.27'.21"½. per 7.p.2.

Dico igitur:

Ut CID, 76.gr.27'.21"½. ad CD, semi.terræ, ita ICD, 71.gr.37'.55".

Sin. 9721896.	60.18.	Sin. 9490519.
	15.	
	3.	

Ad ID, 58. gr. 52'. semid. terræ: quæ tum erit distantia Lunæ à centro terræ.

PROBLEMA DECIMUM.

Parallaxes Lunæ supputare.

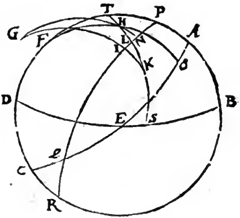
Hic prorsus, ut in parallaxibus Solis supputandis, duo præcognoscenda sunt:

1. Distantia Lunæ à vertice.
2. Distantia Lunæ à centro terræ.

Distantia Lunæ à vertice, si non sit in ipso horizonte, sic reperitur.

Primum recolligo longitudinem Lunæ: quæ tempore supra dato erit 107. gr. 35'. 31"½. Et latitudinem: quæ tum erit 0. gr 16'.58".

Deinde ex his inquiro declinationem & ascensionem rectam Lunæ, per probl.15. lib 1. & invenio declinationem Lunæ 22. gr. 35'. 10". & ascensionem rectam 109. grad. 9'. 55". Postea ascensionem rectam, 109. gr. 6'. 32". nempe in adjuncto Schemate arcum QO, compono cum arcu CQ. noto ex problemate 13. libri præcedentis 55. gr. 18'. 20". Et fit arcus CO, 164. gr. 24'. 52". cujus complementum ad semicirculum est arcus OA, 15. gr. 35'. 8". Qui arcus est mensura anguli TFH. Quo noto, quia etiam latera ipsum includentia FT, (complementum eleva-



levationis poli) & FH, (complementum declinationis Lunæ) nota sunt, inquiro complementum altitudinis Lunæ, sive distantiam Lunæ à vertice TH, per ax. 4. hoc modo.

FT, 40.25.	—	40.25.		
FH. 67.24'.40".	—	22.35.20".		
107.49.40.		65.0.20.	—	8910505.
Exc. 17.49.40.	— — — —			3061569.
				11972074.
TFH, 15. gr. 35'. 8".		1000000.		5986037.
74. 24.52.		9632303.		
		367697.		

Ut 10000000. ad 5986037. ita 367697. ad 220104. quo detracto de 8910505. relinquitur 8690401. sinus altitudinis Lunæ HS, 60. gr. 20'. 50". cujus compl. TH, 29. gr. 39'. 10". est distantia Lunæ à vertice.

Distantia Lunæ à centro terræ ad tempus supra datum erit 85. gr. 52'. semidiametrorum terræ: per problema præcedens.

His duobus ita præcognitis parallaxes Lunæ non aliter

 quàm

NGA, erat — 254. 27'.14".

Ergo si inde auferas ECI, sive OA, 2.gr.49.19.

Relinquitur verus motus epicycli primi NGO. 25. 37.55".

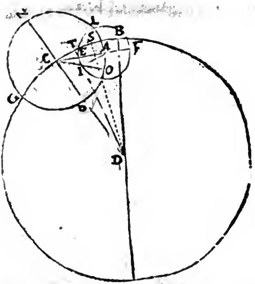
Ejusque complementum ad integrum circulum ON, 108. gr. 22'. 5".

Et hujus complementum ad semicirculum OP, 71.37.55".

PROBLEMA QUINTUM.

Eccentricitatem Lunæ, sive quantitatem radii epicycli primi ad datum tempus invenire.

Eccentricitas Lunæ ad datum supra tempus erit recta CI.



Iam in Triangulo CAI, per problema præcedens noti sunt omnes anguli, & præterea latera duo CA, & AI. Igitur inde

inde colligo latus tertium: per 2. axioma Triangulorum planorum hoc modo.

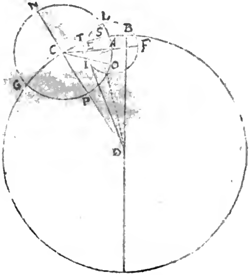
Ut ACI, 2. grad. 40'. 19". ad AI, ita CAI, 10. 21.

4923?3. 237. 1796607,

Ad CI, 865. ferè.

PROBLEMA SEXTUM.

Prosthaphæreses epicycli primi supputare.



Prosthaphæresis epicycli primi, verbi gratia, est angulus CDI, qui angulus & ipse reperitur per axioma 3. hoc modo.

In Triangulo CDI, nota sunt:

1. Latus CD, 10000.

2. Latus CI, 865. per problema 5.

eorumq; summa 10865.

Et differentia 9135.

3. Angulus DCI, 71. grad. 37'. 55". ferè per problem. 4.

Et reliquorum duorum summa 108. 22. 5".

ejusque summæ dimidium 54. 11. 2½.

Dico igitur:

Ut summa CD, & CI, ad differentiam: ita tangens 45. gr. 11'. 2"½.

10865.	9135.	13857198.

Ad 11650759. tangentem anguli 49. gr. 21'. 36". quo sublato de angulo 54. gr. 11'. 2"½. relinquitur angulus CDI, 4. gr. 49'. 26"½. qui angulus, quoniam ultra lineam medii motus Lunæ CD consistit, ideo est ad medium illum Lunæ motum addendus: ut semper in semicirculo posteriore PLN. Auferendus autem esset, in semicirculo priore NGP, quia tunc citra lineam medii motus Lunæ CD, consisteret.

Medius motus Lunæ. 354. gr. 49'. 27"½. per probl. 1.
Prosthaphæresis addenda. 4. 49. 26. ½.

Summa 359. 38. 54. Verus motus Lunæ à medio loco Solis, ad tempus supra datum.

Cui si adjeceris medium motum Solis ab æquinoctio verno 107. grad. 56'. 37"½. & de summa integrum circulum, nempe 360. gr. abjeceris, habebis verum locum Lunæ ab æquinoctio verno 107. gr. 35'. 31"½.

PRO-

PROBLEMA SEPTIMUM.

Motum latitudinis Lunæ ad quodcunq; datum tempus invenire. Copern. lib. 4. cap. 4.

Motus latitudinis Lunæ revera nihil aliud est, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ, contra ordinem signorum: prorsus, ut motus præcessionis Æquinoctiorum. Sed Copernicus pro motu nodorum contra ordinem Signorum, ad calculum assumit distantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis secundum ordinem signorum, & istam distantiam vocat motum latitudinis Lunæ. Quæ distantia, quia nihil aliud est, quam arcus ex motu nodorum & medio motu longitudinis Lunæ compositus, ideo illi perinde ut medio motui longitudinis Lunæ, prosthaphæresis longitudinis Lunæ, sive prosthaphæresis epicycli primi Lunæ est vel addenda, vel demenda.

Cæterùm, motus nodorum contra ordinem signorum annuus est, 19. gr. 5′. 22″. 41‴. Motus autem longitudinis Lunæ annuus est. 2^s. 9. gr. 37′. 22″. 36‴.

Hinc componitur motus latitudinis Lunæ annuus 2^s. 28. gr. 42′. 45″. 17‴. 2⁗. & inde

elicitur motus diurnus	0, 13.	13.	45.	39.	29.
& motus horarius		33.	4.	24.	8.

Radix autem illius motus tempore Nativitatis Christi fuit 2^s. 9. gr. 45′.

Ad tempus igitur supra datum motus medius latitudinis Lunæ colligitur hoc modo, & talis invenitur, ut sequitur.

1. Sex.

1. Sex. — 2ˢ. 28'. 42 gr. 45'. 17''. 21'''. — 26. Sex. 40. Anni.

49. 34. 15.	5. 47. 0.		20.	20.
12. 23. 33.	46. 26. 45.		5.	20.
49. 34.	15. 5. 47.			
49. 34.	15. 5. 47.			
Sex.	5. 40.	7. 42. 40.	Sex. D.	
1. — 13ˢ. 13. gr. 45'. 39''. 29'''.		—	3. 35. 35'. 6''. 20'''.	
39. 41.	16 58. 27.		30. 30.	
6 36.	52. 49 44 30.		5. 5.	
1. 6.	8. 48. 17. 25.			
6.	36 52. 49. 44.			
1.	6. 8. 48. 17.			
	1. 19. 22. 33.			
	4 24. 34.			
5ˢ. 32. gr. 3'. 1''. 54'''. 3''''.		Motus dierum.		
5. 40.	7. 42. 40. 0.	Motus annorum.		
2. 9.	45.	Radix.		
1. 21.	55. 44''. 34. 3.	Summa.		

Æqualis motus latitudinis Lunæ, siue, media distantia Lunæ, à limite boreo maximæ latitudinis, secundum ordinem signorum. Cui motui si addideris prosthaphæresin longitudinis Lunæ 4. gr. 49'. 26''½. habebis veram distantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis, ad tempus supra datum 86. gr. 45'. 11''. Ex qua distantia liquet, Lunam adhuc esse in latitudine borea: & distare à cauda Draconis, gradib⁹ 3. scrupulis 14'. 49''.

PROBLEMA OCTAVUM.

Ipsam latitudinem Lunæ supputare.

Fit hæc supputatio prorsus, ut supputatio declinationum Solis, compendiosissimè per axioma quartum, hoc modo:

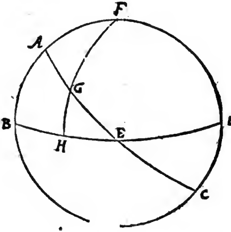
Compl.

Compl. maximæ latitud. 85. gr. 0'. 0". 85. 0. 0".
Motus latitudinis 86. 45'. 11". 3. 14. 49".

171. 45. 11". 88. 14. 49. — 9995320.
Exc. 81. 45. 11'. — — 9896590.
98730.
49365.

Sinus arcus 0. gr. 16'. 58". qui arcus eſt ipſa latitudo Lunæ, ad tempus ſupra dictum.

Quod ſi quis axiomate quarto uti nolit, utatur primo, vel tertio hoc modo.

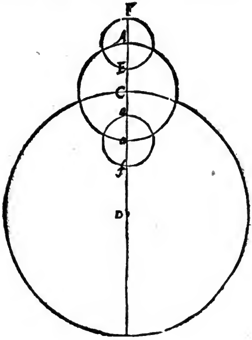


Ut EA, quadrans ad AB, maximam latitudinem Lunæ 5. gr. ita EG. diſtantia à cauda Draconis, ſive complementum motus latitudinis, ad GH. latitudinem, per ax. 1. vel
Ut GHE, ad GE, ita GHE, ad GH, &c. per axiom. 3.

PROBLEMA NONUM.

Diſtantiam Lunæ à centro terræ ſupputare. Cop. lib. 4. cap. 17.

ii Diſtan-



Diſtantia Lunæ à centro terræ media DC, ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 60.ſcr.18. Hinc cæteræ diſtantiæ Lunæ à centro terræ, ita ſupputantur.

Si Luna ſit in linea medii motus Solis, ſive circa punctum C, ſive circa punctum K, & primùm, ſi conſiſtat ad F. Dico:

Ut DC, 10000. ad DC, 60. 18'. ſemid. ita CF, 1334. per probl. 4.

Ad CF, 8. 2'. ſemid. terræ: quibus additis ad DC, 60. 18. efficitur DF, 68. 20'.

Deinde, ſi conſiſtat ad E. Dico:

Ut DC,

Ut DC, 10000. ad DC, *60.* 18'. ſemid. ita CE, *860.* per probl. *4.*

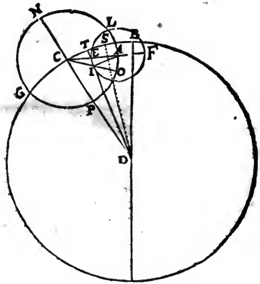
15.

3.

Ad CE, 5.11'. ſemid. terræ, quibus additis ad DC, *60.18'*. efficitur DE, *65*. gr. *29*'. ſemid. terræ.

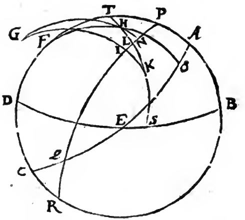
Porrò, ſi conſiſtat ad E.

Ablata recta EC, quæ eſt æqualis rectæ CE. *5*. 11'. ſemid. de recta DC, *60*. 18'. relinquit rectam DE, *55*. gr. 7'. ſemid. Deniq; ſi conſiſtat ad F.



Ablata recta CF, quæ eſt æqualis rectæ CF, *8*. gr. *2*'. ſemid. de recta DC, *60*. gr. *18*'. relinquit rectam DF, *52*. gr. *16*'. ſemid. Si vero Luna non ſit in linea medii motus Solis, diſtantia ejus à centro terræ ita ſupputatur.

EXEMPLI gratia: ad tempus ſupra datum, in Triangulo CDI, angulus ICD, *71*. gr. *37'*. *55"*. per probl. *4*. CDI, *4*. gr. 49'. *26"½*. per probl. *6*.



levationis poli) & FH, (complementum declinationis Lunæ) nota ſunt, inquiro complementum altitudinis Lunæ, ſive diſtantiam Lunæ à vertice TH, per ax. 4. hoc modo.

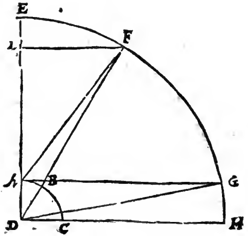
FT, 40.25.	— 40.25.		
FH.67.24'.40".	— 22.35.20".		
107.49.40.	65.0.20.	—	8910505.
Exc.17.49.40.	— — — —		3061569.
			11972074.
TFH, 15.gr.35'.8".	1000000.		5986037.
74. 24.52.	9632303.		
	367697.		

Ut 10000000. ad 5986037. ita 367697. ad 220104. quo detracto de 8910505. relinquitur 8690401. ſinus altitudinis Lunæ HS, 60. gr. 20'.50". cujus compl. TH, 29. gr. 39'.10". eſt diſtantia Lunæ à vertice.

Diſtantia Lunæ à centro terræ ad tempus ſupra datum erit 85. gr. 52'. ſemidiametrorum terræ: per problema præcedens.

His duobus ita præcognitis parallaxes Lunæ non aliter

quàm parallaxes Solis ſupputantur, nempe maxima quidem parallaxis per axioma 1. hoc modo.



Ut GD, 58. 52. ſem. terræ, ad DA, 1. ſem. ita GD, rad. 10000000.

3532. ſcr. 60. ſcr.

Ad DA, 169875. ſinum anguli AGD, 58'. 24".

Cæteræ verò, vel per axioma 3. hoc modo.

AD, 1. ſemid. EDF, 20. gr. 39'. 10".

DF, 58. gr. 52'. ſemid. A & E, 150. 20. 50".

Summa 59. 52. ſemid. Dimid. 75. 10. 25".

Diffe. 57. 52. ſemid. Tangens — 377861.

Ergo:

Ut 59. gr. 52'. ſemid. ad 57. gr. 52'. ſemid. ita tang. 37778020.

3592. ſcr. 3472.

Ad 36515948. tangentem anguli 74. gr. 41'. 5"½. quo detracto de angulo 75. gr. 10'. 25". relinquitur angulus AFD, 0. gr. 29'. 19"½. parallaxis Lunæ ad tempus ſupra datum.

Vel

Vel per axioma primum: hoc modo:

EDF, 29. gr. 39'. 10". Sinus LF, 4947426.

Sinus complementi LD, 8690396.

Sinus maximæ parallaxeos AD, 169875. Subtrahe.

AL, 8520521.

Ut AL, 8520521. ad LF, 4947426. ita AL, 10000000. ad LF, 5806483. Tangentem anguli LAF, 30. gr. 8'. 29"½. De quo detractus angulus EDF, 29. gr. 39'. 10". relinquit angulum parallacticum AFD. 0. gr. 29'. 19"½.

PROBLEMA UNDECIMUM.

Quomodo parallaxis Lunæ longitudinem, vel latitudinem ejus mutet, ostendere. Cop. lib. 4. cap. 26.

¶ Si verticalis per Lunam transiens sit ipse Signifer, tota parallaxis ut Solis, ita etiam Lunæ, in longitudinem transit: eamq; minuit in quadrante occidentali, auget in quadrante orientali.

¶ Si verticalis per Lunam transiens sit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem transit, & latitudinem quidem austrinam facit majorem, boream vero minorem.

¶ Si verticalis per Lunam transiens sit Signifero obliquus, parallaxis Lunæ partim longitudinem, partim latitudinem ejus mutat. Causa patet ex ijs, quæ de parallaxibus Solis diximus.

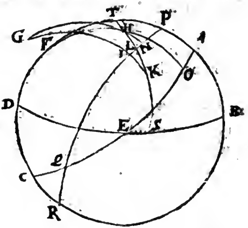
¶ An autem verticalis per Lunam transiens sit Signifero rectus, vel obliquus, facilè sciri potest. Nam per 13. probl. præcedentis, & per 10 problema hujus jam nota sunt.

1. Omnia latera Trianguli TFH, & præterea angulus TFH.

2. Totum Triangulum QCR.

3. In Triangulo TLP, latus TP, & angulus LPT.

Diço



Dico igitur in Triangulo TFH.

I. Ut TH. 29. gr. 39'. 10". ad TFH, 15. gr. 35'. 8". ita FH, 67. gr. 24'. 40".

4947426.	2686769.	9232847.

Ad 5014027. sinum anguli FTH, qui idem est sinus anguli LTP, 30. gr. 5'. 34".

II. In Triangulo LTP, inquiro angulum TLP, per axioma quartum, hoc modo:

LTP,	30. gr.	5'. 34".	— 30. 5'. 34".		
TPL,	76.	53'. 55".	— 13. 6. 5".		
	106.	50'. 29".	— 43. 11. 39.	—	6844729.
Exc.	16.	59. 29.	—	—	2912280.
					9767009.
					4883504.

TP,	29.	56'. 22".	
Compl. 150.	3.	38.	10000000.
Exc. 60.	3.	38.	8665533.

Sinus versus. 18665533. Vel enim angulus LPT, vel angulus TLP, est maximus. Alioqui Triangulum LTP, haberet tres duobus

duobus rectis minores, quod est impossibile, per 47. p. 1. Si angulus TLP, est maximus pro latere TP, maximo est assumendum ipsius complementum ad semicirculum, per 61. p. 1. Si angulus LPT, est maximus pro angulo LPT, est assumendum ejus compl. ad semicirculum, per eandem. Quo facto, habetur Triangulum unius lateris quadrante majoris. Pro quo si solvas Triangulum illi adjacens, quod habeat utrumq; latus quadrante minus, pro latere TP, quadrante minore, dabitur tibi angulus quadrante major. Qua de re vide Trig. pag. 143.

Ergo:

Ut *10000000.* ad 4883504. ita *18665533.*

Ad *9115320.* unde subtractus sinus *6844729.* relinquit *2260591.* sinum arcus 13 gr. *3'. 54''.* qui est excessus tertii lateris supra quadrantem: cujus excessus complementum ad quadrantem *76.* grad. *56'. 6''.* est mensura anguli TLP, quæsiti. Unde liquet, verticalem TL, in hoc exemplo Signifero PL, non esse rectũ.

Quia igitur verticalis TL, Signifero PL, nõ est rectus, ideo parallaxis Lunæ partim longitudinem, partim latitudinem ejus mutat. Longitudinem Lunæ minuit arcu IN, latitudinem ex borea HN, facit austrinam IK. Qui duo arcus IN, & IK, porro reperiuntur hoc modo.

I. Ut HLN, *76* gr. *56'. 6''.* ad HN, latitud. *16'. 55''.* ita HNL.

9741142. *49353.* *10000000.*

Ad 50664. sinum arcus HL, *17'. 25''.* qui arcus demtus de parallaxi HK, 28'. 53''. relinquit arcum KL *11' 54''* ½. per ax. *3.*

II. Ut LIK rad. ad LK, *11'. 54''* ½. ita ILK, *76* gr *56' 6''.*

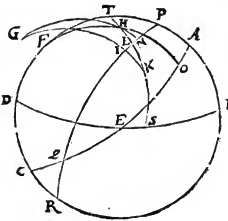
10000000. *34640.* *9741142.*

Ad *33743.* sinum arcus IK, *11'. 32''* ½. quæ erit latitudo Lunæ visa austrina, tempore supra dato per ax. *3.*

III. Ut KLI, *76.* gr. *56'. 6''.* ad rad. ita KI, *11'. 6''.*

Tang. *43091672.* *10000000.* tang. *33743.*

Ad 7830. sinum arcus IL, *2'. 41''* ½. per ax. *2.*



IV. Ut HLN, 76.gr.56'.6''. ad radium.

Tang. 43091672. 10000000.

Ita HN, 16'.58''.

Tang 49354.

Ad 11453. sinum arcus LN, 3'.56''. per ax. 2. Qui arcus LN, 3'. 56''. compositus cum arcu IL, 2'.41''.½. efficit arcum IN, 6'.37''½. qui arcus detractus ab arcu QN, hoc est, à vera longitudine Lunæ 107.gr.35'.31''.½. relinquit longitudinem Lunæ visam 107. gr.28'.54''. quæ ablata à longitudine Solis visa 107. gr.56'.19''½. relinquit visam distantiam Lunæ à Sole ad tempus supra datum 27'. 25''½.

PROBLEMA DUODECIMUM.

Data vera diametro Lunæ, unà cum distantia à centro terræ, apparentem ejus diametrum invenire.

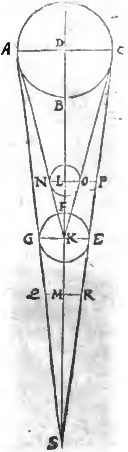
Vera semidiameter Lunæ secundum Copernicum est semidiametrorum terræ o. scr. 17'.9''. Distantia Lunæ à centro terræ ad tempus supra datum, erit 58. semid. terræ & 52. scrupulorum per probl. 9. Hinc apparens semidiameter Lunæ ita supputatur. Ut

Ut KL, 58. gr. 52'. sem. ad LO, 17'. 9". s.

211920,	1029. scr. 2.

Ita KL, 10000000.

Ad LO, 48550. tangentē anguli LKO vel DKC, 16'. 41' ½. qui est apparens semidiameter Lunæ. Cujus duplum 33'. 23'. est apparens diameter Lunæ ad tempus supra datum.



PROBLEMA XIII.

Apparentem diametrum umbræ, quam Sol spargit à terra, in Lunæ transitu, reperire.

Eclipses nostri seculi ostendunt semidiametrum Lunæ LO, esse ad semidiametrum umbræ MR, ut 150. ad 403. ut refert Copernicus lib. 4. c. 19. Hinc semidiameter umbræ, quâ Luna transit, nempe recta MR, ita reperitur.

Ut 150. ad 403. ita LO, 16'. 41' ½.

per probl. 12. Sin. 48556.

Ad MR, 1303. sinum arcus, vel anguli 44'. 51".

F I N I S.

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergensis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORVM

Liber Sextus.

De calculo Eclipsium.

PROTHEORIA.

Eclipsis dicitur obſcuratio Solis vel Lunæ. Obſcuratio Solis eſt interceptio luminis Solis, facta à Luna inter Solem & viſum noſtrum diametraliter interpoſita. Obſcuratio Lunæ eſt defectus luminis Lunæ, quem defectum Luna patitur, quando terra inter ipſam & Solem diametraliter interponitur, & ſic Luna in umbram terræ incurrit. Omnis igitur Eclipſis Solis, fit in conjunctione: Lunæ, in oppoſitione Solis & Lunæ. Sed non in omni conjunctione, vel oppoſitione Solis & Lunæ fit Eclipſis: quia Sol & Luna non ſemper diametraliter opponuntur, aut conjunguntur, propter latitudinem Lunæ: ſive propter evagationem Lunæ ab Ecliptica. Ad Eclipſes itaq; ſupputandas, & conjunctiones, vel oppoſitiones luminarium indagare, & latitudinem Lunæ circa id tempus inveſtigare oportet. Atq; hæc omnia ſecundum veritatem in Eclipſibus Lunaribus: ſecundum viſum in ſolaribus: quia Sol per ſe

per se non obscuratur, sed visus tantùm noster impeditur, quò minus lumen Solis videat. Luna autẽ per se obscuratur. Hæc causa est, cur in Eclipsibus Solis parallaxeon tàm Solis, quàm Lunæ, tàm accurata ratio habenda sit: in Eclipsibus Lunæ nulla. De his igitur, & quæ præterea ad calculum Eclipsium pertinent, paucula quædam problemata quasi coronidis vice cæteris adjungemus.

PROBLEMA PRIMUM.

Tempus mediæ conjunctionis, vel oppositionis Solis & Lunæ reperire. Copern. lib. 4. c. 28.

Ad tempus propinquum, quod ex jam factis conjunctionibus & oppositionibus Solis & Lunæ facile conjicies, investiga motum Lunæ à Sole æqualem. Qui si integrum circulum cõplevit, erit conjunctio media: si semicirculum tantum, erit oppositio media. Si neq; circulum neq; semicirculum exactè complevit: sed vel major est, vel minor: tantum temporis tempori sumto addes, vel subtrahes, quantum distantiæ Lunæ à Sole competit. Exempli gratia. Anno *1600.* mense Iunio continuata novilunia & plenilunia ostendunt fore novilunium, hoc est, conjunctionem Solis & Lunæ tricesima die Iunii post meridiem. Ergo ad tempus propinquum, verbi gratia, ad horam secundam P. M. inquiro motum Lunæ à Sole æqualem & invenio

5ˢ. 54. gr. 49'. 27".

Huic motui æquali desunt ad integrum circulum

5. gr. 10'. 33".

Conficiet autem Luna hunc cursus sui defectum horis 10. scr. 1'. 8".

Nam motus Lunæ horarius est

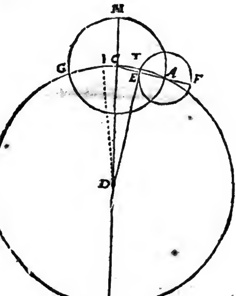
30'. 28".

Ut autem 30′. 28″. ad unam horam: ita 5. gr. 10′. 33″. ad 10. horas, scr. 11′. 32″.

Ergo tempori supra dato, si addidero 10. horas scr. 11′. 32″. Conjunctio Solis & Lunæ media erit, Anno 1600. tricesima Iunii, hora usuali 12. scr. 11′. 32″. P. M. sub Meridiano Cracoviensi.

PROBLEMA SECUNDUM.

Tempus veræ conjunctionis, vel oppositionis Solis & Lunæ reperire. Copern. lib. 4. cap. 29.



Primùm, ad tempus mediæ conjunctionis, vel oppositionis Solis & Lunæ, quære eorum prosthaphæreses: & erunt in exemplo nostro.

Prosthaphæresis Solis ablativa quasi angul⁹ IDC, 0. gr. 17′. 1″.

Prosthaphæresis Lunæ additiva quasi angulus CDE, 4. gr. 54′. 51″.

Deinde

Deinde prosthaphæreses, si sint diversi generis, mutuò junge: si sint ejusdem generis, minorem à majore subtrahe, ut appareat vera distantia Lunæ à Sole. Ut, in nostro exemplo, prosthaphæreses sunt diversi generis: nempe altera ablativa, altera additiva. Iungo igitur.

ICD, o. gr. 17'. 1''.
CDE. 4 gr. 54. 51.

5. gr 11'. 52''.

Et evadit angulus IDE, sive arcus 5. gr. 11'. 52''. quo angulo, vel arcu in media conjunctione Luna distabit à Sole, & prætergressa erit Solem.

Tertiò, ex distantia Lunæ à Sole, probabiliter collige, quot horis vera conjunctio mediam antecedat, vel sequatur: hoc modo.

1. Gradus cursus ☾, à ☉, dat horas fermè duas: quot horas dabunt 5. gr. 11'. 52''. ℞. 10. hor. scr. 23'. 44''.

Quartò, has horas 10, scr. 23' 44''. (quia vera conjunctio mediam præcessit: quod ex prosthaphæresibus apparet,) subtrahe à tempore mediæ conjunctionis, hoc modo.

12. h, 11'. 32''.
10. h, 23. 44.

1. h, 47'. 48''.

Et evadet tempus æstimatum veræ conjunctionis Solis & Lunæ, 1. h 47'. 48''. P. M.

Quintò, ad tempus æstimatum veræ conjunctionis Solis & Lunæ quære vera loca Solis & Lunæ: ut appareat, an illa loca coincidant, an verò adhuc luminare alterum ab altero distet. Ut in nostro exemplo, ad tempus æstimatum veræ cõjunctionis verus loc⁹ Solis ab æquinoctio verno erit 107. gr. 50'. 4''. Verus locus Lunæ ab eodem æquinoctio verno erit 107. gr. 29.' 19''. Iam locus Lunæ subtractus à loco Solis relinquit differentiã 20' 45''. Distabit igitur tum adhuc Luna à Sole scrupulis 26'. 45''.

Sextò,

Sextò, verum locum Lunæ collige etiam ad tempus problemate primo assumtum: & differentiam temporis atq; motuum nota hoc modo.

Verus motus ☾.

Hora 2. scr. 0'. 0".	—	107. gr. 35'. 31".
Hora 1. scr. 47. 48.	—	107. 29. 19.

Differentia temporum 12'. 12". Diff. motuum 0. 6. 12".

Septimo, ex hac utraq; differentia, quanto tempore Luna, residua ista scrupula 26'. 45". conficere, & ad Solem pervenire possit, collige hoc modo.

Ut 6'. 12". scr. graduū ad 12'. 12". scr. hor. ita 26'. 45". scr. gr..

372".	732".	1605".

Ad 52'. 38". scrupula horaria.

Octavò, hæc scrupula horaria 52'. 38". adde ad tempus æstimatum veræ conjunctionis, & habebis absolutum tempus veræ conjunctionis: hoc modo.

Tempus æstimatum veræ ☌	—	hor. 1. scr. 47'. 48".
Defectus —	—	hor. 0 scr. 52. 38.
Tempus veræ ☌ Cracoviæ	—	hor. 2. scr. 40. 26. P. M.
		59. 0.
Idem tempus, Heidelbergæ	—	hor. 1. scr. 41. 26. P. M.

PROBLEMA TERTIUM.

Tempus visæ conjunctionis Solis & Lunæ reperire. Cop. lib. 4. c. 31.

Primùm, inquire visam Lunæ à Sole distantiam, tùm ad tempus veræ conjunctionis, tùm ad horam præcedentem in quadrante Signiferi orientali, vel ad horam sequentem, in quadrante Signiferi occidentali, per problema 11. libri. 5.

Deinde distantiam minorem subduc à majore, vel si altera distantia citra, altera ultra Solem consistat, mutuò junge, & habebis

habebis visibilem Lunæ motum à Sole, competentem illi horæ, in qua tum fit motus.

Tertio sic ratiocinare.

Ut visibilis Lunæ motus horarius ad 1. horam:

Ita visibilis Lunæ distantia à Sole, tempore veræ conjunctionis, ad hor. — scr. —

Quartò has horas, vel hæc scrupula horaria adde ad tempus veræ conjunctionis, in quadrante Signiferi occidentali: vel ab eodem tempore aufer, in quadrante Signiferi orientali, & habebis tempus visæ conjunctionis.

EXEMPLUM. Tempore veræ conjunctionis Solis & Lunæ, Anno 1600. die 30. Iunii, hora 1. scr. 41'. 26". P.M. respectu Meridiani Heidelbergensis visa Lunæ à Sole distantia erit circiter 5'. 20". citra Solem hor. 2. scr. 41'. 26". P.M. visa Lunæ à Sole distantia erit circiter 24'. 18". ultra Solem. Summa utriusq; distantiæ est 29'. 38".

Iam

Ut 29'. 38". scr. graduum ad 1. horam,	ita 5'. 20". scr. gr.
1778". 3600".	320".

Ad 10'. 48". scrupula horaria: quæ addita ad tempus veræ conjunctionis, Heidelbergæ efficiunt tempus visibilis conjunctionis 1. horam 52'. 14". P.M.

PROBLEMA QUARTUM.

Visam latitudinem Lunæ à Sole ad tempus visæ conjunctionis invenire.

Primùm, quære verum motum latitudinis Lunæ ad tempus visæ conjunctionis per problema 7. lib. 3.

Et erit in nostro exemplo circiter 87. gr. 56'. 24".

Deinde, ex vero motu latitudinis inquire veram latitudinem Lunæ per probl. 8. lib. 5. & erit in nostro exemplo circiter 12'. 15".

Tertiò, ad idem tempus inquire parallaxes Solis & Lunæ, per probl. 12. lib. 4. & 10. lib. 5. Et erit in nostro exemplo parallaxis Solis circiter 1'. 32''. Lunæ, circiter 35'. 27''.

Quartò, per problema 13. lib. 4. & per 11. lib. 5. inquire, quid de parallaxi Solis, vel Lunæ, in latitudinem transeat. Et invenies in nostro exemplo de parallaxi Solis transire in latitudinem circiter scrupula 1'. 25''. De parallaxi Lunæ, circiter scrupula 34'. 20''.

Quintò de parallaxi latitudinis Lunæ subtrahe inventam antea latitudinem Lunæ boream 12'. 15''. & restabit visa latitudo Lunæ austrina, ab Ecliptica 22'. 5''.

Sextò, à visa latitudine Lunæ austrina, ab Ecliptica, subtrahe visam latitudinem Solis, quæ itidem est austrina 1'. 25''. & restabit visa latitudo Lunæ à Sole 20'. 40''.

PROBLEMA QUINTUM.

Conjunctiones Solis & Lunæ eclipticas ab aliis discernere. Copern. lib. 4. cap. 30.

In Conjunctione:

Si visa latitudo Lunæ à Sole minor fuerit dimidio apparentium diametrorum Solis & Lunæ, Sol subibit Eclipsin: si major, non subibit. Ut Anno N. C. 1600. tricesima die Iunii, hor. 1. scr. 52'. 14''. P. M. (respectu Meridiani Heidelbergensis) ipso momento visæ conjunctionis Solis & Lunæ

apparens semidiameter Solis erit 15'. 55''.
apparens semidiameter Lunæ erit 16'. 42''.

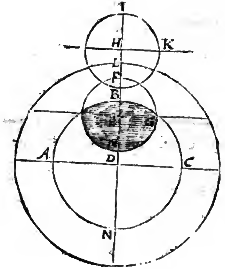
Summa harum duarum semidiametrorum erit 32'. 37''. At visa latitudo Lunæ à Sole erit non nisi 20'. 40''. Ergo Sol tum subibit Eclipsin.

In Oppositione.

Si vera latitudo Lunæ minor fuerit dimidio apparentium diametrorũ Lunæ & umbræ, Luna subibit Eclipsin. Si major, non

non subibit. Ut: Anno 1601. die 29. Novembris, hora 7. scr. 35'. 46''. secundum Meridianum Regii montis in Borussia, ad quē Meridianum supputatæ sunt tabulæ Prutenicæ: sub tempus apparens veræ oppositionis Solis & Lunæ, apparens semidiameter Lunæ erit 17'. 49''. apparens semidiameter umbræ 48'. 48''. Summa 1. gr. 6'. 37''. At latitudo Lunæ vera versus Septentrionem erit non nisi 32'. 12''. Ergo Luna tum subibit eclipsin.

Majoris perspicuitatis causa res etiam oculis subjiciatur.



Sit ergo circulus Solis vel umbræ ABC. Summa semidiametrorum Solis & Lunæ, vel umbræ & Lunæ DL, & sit latitudo Lunæ, primum DH, deinde DE, manifestum est, si latitudo Lunæ sit DH, nullam fore Eclipsin. Circuli enim K & BC, nusquam concurrunt. At si latitudo Lunæ sit DE, fiet Eclipsis. Circuli enim FG, & BC, concurrunt.

PROBLEMA SEXTUM.

Quanta futura sit Eclipsis, prædicere. Cop. lib. 4. cap. 31.

Latitudinem Lunæ ſubtrahe à ſumma ſemidiametrorum Solis & Lunæ, ſi ſit Eclipſis Solaris, vel umbræ & Lunæ, ſi ſit Eclipſis Lunaris: quod reſtat, converte in digitos eclipticos (ſic vocantur duodecimæ partes diametri Solis, vel Lunæ) hoc modo.

In Eclipſi Solari præcedente:

Summa ſemidiametrorum ☉, & ☾, DL,	32'. 37".
Latitudo Lunæ DE.	20. 40.
Differentia BM.	11. 57.
Diameter Solis BN.	31. 50.

Ut 31'. 50". ad 12. dig. ita 11'. 57". ad digitos 4. ſcr. 30'. 10'.

In Eclipſi Lunari præcedente:

Summa ſemidiametrorum Lunæ & umbræ DL,	66'. 37".
Latitudo Lunæ DE — —	32. 12.
Differentia.	34. 25.
Diameter Lunæ MF — —	35. 38.

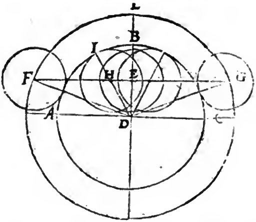
Ut 35'. 38". ad 12. digitos: ita 34'. 25". ad digitos 11. ſcr. 35'. 27".

PROBLEMA SEPTIMUM.

Quandiu duratura ſit eclipſis, oſtendere. Copern. lib. 4. cap. 32.

Sit Ecliptica ADC, ſemidiameter umbræ DB, ſemidiameter Lunæ BL, aggregatum DL, via Lunæ FEG, latitudo Lunæ DE, angulus ad E, quaſi rectus, propter obliquitatem viarum Solis & Lunæ in tam brevi ſpacio inſenſibilem. Dimidium

tempus



tempus Eclipſeos FE. Iam in Triangulo DEF, duo latera nota ſunt, DE, latitudo Lunæ & DF. Summa ſemidiametrorum umbræ & Lunæ. Dabitur igitur latus tertium FE, per axiom. 2. planorum, hoc modo.

I. Ut FD, ad FED, ita DE, ad DFE, quo noto notus etiam eſt FDE.

II. Ut FED, ad FD, ita FDE, ad FE, quod diviſum per horariũ motum Lunæ verum, in eclipſi lunari, vel per horarium motum Lunæ viſum, in eclipſi Solari exhibet dimidium tempus eclipſeos, &c.

Eodem modo mora Lunæ in umbra terræ, ſi forte contigerit, ex Triangulo DEH, ſupputabitur, in quo Triangulo latus DE, eſt latitudo Lunæ: latus DH, eſt differentia inter ſemidiametrum Lunæ & umbræ.

Exemplum reale.

In Eclipſi Solari, cujus mentio nuper facta eſt, latitudo Lunæ viſa DE, erit 20'. 40". Summa ſemidiametrorum Solis & Lunæ FD, 32'. 37".

 Dico

Dico igitur.

I. Ut FD, 32'. 37". ad FED, rad. ita DE, 20'. 40".

94875. 10000000. 60116.

Ad 63396. sinum anguli DFE, 39. gr. 19'. 7". cujus compl. est angulus FDE, 50. gr. 40'. 53".

II. Ut FED, rad. ad FD, 32'. 37". ita FDE, 50. gr. 40'. 53".

100000. 94875. 7736343.

Ad 73398. sinum arcus FE, (nam revera FEG, est arcus, etsi hîc curvitas ejus sit insensibilis, propter exiguitatem) 25'. 14".

III. Ut visibilis motus ☾, horarius 29'. 38". ad 1. horam.

1778".

Ita 25'. 14".

1514".

Ad hor. o. scr. 51'. 5". Cujus temporis duplum est 1. h. scr. 42. 10". Tanto igitur tempore durabit sæpe dicta eclipsis Solaris.

Quod si etiam initium & finem eclipseos scire cupis: dimidia duratio 51'. 5". subtracta à tempore maximæ obscurationis, initium; addita verò ad id tempus, finem eclipseos ostendet: hoc modo.

Tempus maximæ obscurationis Heidel. Hor. 1. scr. 52'. 14". P. M.

Dimidia duratio	51. 5.
Initium Eclipseos	hor. 1. scr. 1'. 9".
Finis Eclipseos	hor. 2. 43'. 19".

FINIS PROBLEMATUM ASTRONOMICORUM.

IHS